Schriftenreihe



DES INSTITUTES FÜR GRUNDBAU UND BODENMECHANIK DER RUHR-UNIVERSITÄT BOCHUM



Herausgeber: Th. Triantafyllidis

Heft 38

Explizites Akkumulationsmodell für nichtbindige Böden unter zyklischer Belastung

von Torsten Wichtmann



Von der Fakultät für Bauingenieurwesen der Ruhr-Universität Bochum genehmigte

DISSERTATION

von Dipl.-Ing. Torsten Wichtmann aus Finnentrop-Ostentrop

Wisssenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Grundbau und Bodenmechanik der Ruhr-Universität Bochum

> Tag der mündlichen Prüfung: 15. November 2005

> > Referenten:

Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Th. Triantafyllidis o. Prof. Dr.-Ing. Dr. hc. G. Gudehus Univ.-Prof. Dr.-Ing. R. Breitenbücher

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung				
	1.1	Gegenstand und Ziel der Arbeit	1		
	1.2	Dehnungs- vs. Spannungsakkumulation	4		
	1.3	Quasi-statische vs. dynamische Belastungen	6		
	1.4	Explizite vs. implizite Methode	6		
	1.5	Gliederung der Arbeit	8		
2 Definitionen		initionen	11		
	2.1	Spannung	11		
	2.2	Dehnung	14		
	2.3	Porenvolumen	15		
	2.4	Form der Zyklen	16		
3	Lite	Literaturüberblick: Element- und Modellversuche			
	3.1	Allgemeines	18		
	3.2	Elementversuche zur Akkumulation unter zyklischer Belastung	23		
		3.2.1 Akkumulationsrichtung	23		
		3.2.2 Akkumulationsintensität	25		
	3.3	Elementversuche zur Sekantensteifigkeit	42		
	3.4 Modellversuche, Setzungsgesetze und sog. Ingenieurmodelle		47		
		3.4.1 Flachgründungen	47		
		3.4.2 Tiefgründungen	52		

4	Eig	ene ex	perimentelle Untersuchungen	57
	4.1	Versue	chsgeräte und Probenpräparation	57
		4.1.1	Triaxialgeräte	57
		4.1.2	Multidimensionales Einfachschergerät (CMDSS-Gerät)	63
		4.1.3	Resonant-Column-Gerät	66
		4.1.4	Laufzeitmessung mit piezoelektrischen Elementen	68
	4.2	Versue	chsmaterial	70
	4.3	Mater	ialverhalten bei monotoner Belastung	70
		4.3.1	Peak-Reibungswinkel aus dränierten Triaxialversuchen	71
		4.3.2	Ödometrische Kompression	74
		4.3.3	Undränierte monotone Triaxialversuche	75
	4.4	Memb	ranpenetration	75
5	Ein	flüsse a	auf die Akkumulationsrate	80
	5.1	Akkur	nulationsrichtung	80
		5.1.1	Mittlerer Spannungszustand	80
		5.1.2	Spannweite, Form und Polarisation der Schleifen	88
		5.1.3	Amplitudenänderungen (Zyklenpakete)	92
		5.1.4	Porenzahl / Lagerungsdichte	93
		5.1.5	Belastungsfrequenz	94
		5.1.6	Zyklenanzahl	94
		5.1.7	Statische (monotone) Vorbelastung	94
		5.1.8	Korngrößenverteilung	96
	5.2	Akkur	nulationsintensität	98
		5.2.1	Spannweite, Form und Polarisation der Schleifen	98
		5.2.2	Polarisationsänderungen	121
		5.2.3	Porenzahl / Lagerungsdichte	124
		5.2.4	Mittlerer Spannungszustand	127

		5.2.5	Belastungsfrequenz	. 148
		5.2.6	Zyklenanzahl und Historiotropie	. 150
		5.2.7	Zyklenpakete und Reihenfolgeeffekte	. 156
		5.2.8	Statische (monotone) Vorbelastung	. 159
		5.2.9	Korngrößenverteilung	. 162
6	\mathbf{Disl}	kussior	n expliziter Akkumulationsmodelle in der Literatur	168
	6.1	Vorste	llung und Diskussion der Modelle	. 168
		6.1.1	Modell von Sawicki und Świdziński	. 168
		6.1.2	Modell von Bouckovalas et al	. 169
		6.1.3	Modell von Marr und Christian	. 170
		6.1.4	Modell von Gotschol	. 171
	6.2	Vergle	ich der Modelle und Fazit	. 172
7	Boc	humer	Akkumulationsmodell	175
7	Boc 7.1	humer Histor	• Akkumulationsmodell ie des Modells	175 . 175
7	Boc 7.1 7.2	humer Histor Bochu	• Akkumulationsmodell ie des Modells	175 . 175 . 176
7	Boc 7.1 7.2	humer Histor Bochu 7.2.1	• Akkumulationsmodell ie des Modells	175 . 175 . 176 . 180
7	Boc 7.1 7.2	Histor Bochu 7.2.1 7.2.2	• Akkumulationsmodell ie des Modells	175 . 175 . 176 . 180 . 182
7	Boc 7.1 7.2	 Humer Histor Bochu 7.2.1 7.2.2 7.2.3 	• Akkumulationsmodell ie des Modells	 175 175 176 180 182 184
7	Boc 7.1 7.2	 Humer Histor Bochu 7.2.1 7.2.2 7.2.3 7.2.4 	Akkumulationsmodell ie des Modells	175 . 175 . 176 . 180 . 182 . 184 . 185
7	Boc 7.1 7.2	 Humer Histor Bochu 7.2.1 7.2.2 7.2.3 7.2.4 7.2.5 	• Akkumulationsmodell ie des Modells	 175 175 176 180 182 182 184 185 187
7	Boc 7.1 7.2	 Humer Histor Bochu 7.2.1 7.2.2 7.2.3 7.2.4 7.2.5 7.2.6 	Akkumulationsmodell ie des Modells	 175 175 176 180 182 182 184 185 187 187
7	Boc 7.1 7.2	 Humer Histor Bochu 7.2.1 7.2.2 7.2.3 7.2.4 7.2.5 7.2.6 Hypop 	• Akkumulationsmodell ie des Modells mer Akkumulationsmodell Definition der Dehnungsamplitude Back Polarization Elastische Steifigkeit E Plastische Dehnungsrate \mathbf{D}^{pl} Zyklen mit Berührung der Fließflächen Validierung des Akkumulationsmodells	 175 175 176 180 182 182 184 185 187 187 192
7	Boc 7.1 7.2 7.3	 Humer Histor Bochu 7.2.1 7.2.2 7.2.3 7.2.4 7.2.5 7.2.6 Hypop 7.3.1 	Akkumulationsmodell ie des Modells mer Akkumulationsmodell Definition der Dehnungsamplitude Back Polarization Back Polarization Elastische Steifigkeit E Plastische Dehnungsrate \mathbf{D}^{pl} Validierung des Akkumulationsmodells Validierung des Akkumulationsmodells Grundversion des hypoplastischen Stoffmodells	 175 175 176 180 182 182 184 185 187 187 192 192

8	FE-Berechnungen mit dem Akkumulationsmodell			209		
	8.1	Implementierung		. 209		
		8.1.1	Modi der Materialroutine	. 209		
		8.1.2	Abspeichern von Dehnungspunkten im Aufzeichnungsmodus $\ .$. 210		
	8.2	FE-Be	erechnungen von Flachgründungen	. 211		
		8.2.1	Nachrechnung eines Zentrifugenmodellversuches von Helm et al	. 212		
		8.2.2	Setzungsprognosen für andere Randbedingungen	. 215		
		8.2.3	Technische Anmerkungen	. 225		
	8.3	FE-Be	erechnung eines zyklisch axial belasteten Pfahles	. 228		
	8.4	Weiter	re Anwendungen des Akkumulationsmodells	. 235		
9	Bestimmung der historiotropen Variable g_0^A in situ 2					
	9.1	Korrel	lation mit bodendynamischen Kenngrößen	. 241		
		9.1.1	Motivation	. 241		
		9.1.2	Versuche	. 244		
		9.1.3	Beurteilung der Korrelation	. 249		
	9.2	Korrelation mit dem Verflüssigungswiderstand		. 250		
		9.2.1	Motivation	. 250		
		9.2.2	Versuche	. 251		
		9.2.3	Praktische Anwendung der Korrelation	. 256		
	9.3	Bestin	nmung der historiotropen Variable mit Probebelastungen \ldots .	. 258		
10	Zus	ammei	nfassung und Ausblick	261		
	10.1	Zusam	nmenfassung	. 261		
	10.2	Ausbli	ick	. 265		
Li	terat	urverz	zeichnis	267		
Anhang						

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Gegenstand und Ziel der Arbeit

Werden über eine Gründung zyklische Lasten in den Boden eingeleitet, kommt es neben der Setzung aus der statischen Belastung und einem elastischen Setzungsanteil zu einer mit der Zyklenanzahl zunehmenden bleibenden Setzung der Gründung (Bild 1.1). Dies ist darauf zurückzuführen, dass die aus der äußeren Belastung resultierenden fast geschlossenen Spannungsschleifen im Boden zu nicht vollständig geschlossenen Dehnungsschleifen führen und so mit jedem Zyklus eine Verformung im Boden verbleibt. Das Ausmaß der Akkumulation der bleibenden Setzungen hängt von der Belastung der Gründung (mittlere Sohlspannung, Amplitude der Sohlspannung) sowie der Beschaffenheit des Bodens ab. Hierbei sind bei den in dieser Arbeit untersuchten nichtbindigen Böden vor allem die Lagerungsdichte des Bodens und die Struktur seines Korngerüstes von Bedeutung. Selbst kleine Amplituden können signifikante Setzungen verursachen, wenn die Zyklenanzahl groß ist (z.B. $N > 10^3$, sog. poly- oder hochzyklische Belastung).



Bild 1.1: Setzungen einer Gründung unter zyklischer Belastung

Eine zyklische Belastung einer Gründung kann durch die Überfahrt von Fahrzeugen (z.B. Eisenbahnen, Magnetschnellbahnen, Kraftfahrzeuge, Kranbahnen), durch Wind (z.B. Windenergieanlagen on- und off-shore), Wellen (z.B. Bauwerke zur Küstensicherung), veränderliche Wasserstände und Füllhöhen (z.B. Kanalschleusen, Tanks, Silos) oder rotierende Unwuchten (z.B. Maschinenfundamente) verursacht werden. Die zyklische Belastung kann deterministischer oder stochastischer Natur sein. Auch durch das Einrütteln von Baumaschinen oder Gründungselementen (z.B. Spundwände, Pfähle) wird der umgebende Boden zyklisch geschert. Bei einigen Verdichtungstechniken (Rütteldruckverdichtung, Oberflächenrüttlung) wird die zyklische Belastung zur Verbesserung mechanischer Eigenschaften des Bodens (Festigkeit, Steifigkeit, Verflüssigungswiderstand) genutzt.

Die bleibenden Verformungen infolge einer zyklischen Belastung konzentrieren sich stärker als bei monotonen Belastungen in der Nähe der Gründungselemente (siehe Abschnitt 8.4). Daher treten bei zyklischer Belastung größere Setzungsunterschiede infolge der räumlichen Streuung der Zustandsgrößen des Bodens auf als bei einer monotonen Belastung.

Mehrfach wurde in der Literatur von Schadensfällen an Bauwerken in Zusammenhang mit einer zyklischen Belastung der Gründung berichtet. Setzungsschäden an Bauwerken (Brücke, Halle, Wohnhäuser) neben Bahngleisen dokumentierte z.B. Heller [47]. Die ungleichmäßige zyklische Umlagerung des sandigen Untergrundes führte zur Rissbildung in Wänden und Decken. Im Fall der Halle wurde ein Abriss und Neubau eines Teils des Bauwerks notwendig. Einige Jahre später beschrieb Heller [48] die Setzungen von auf Sand gegründeten Einzelfundamenten unter den Stützen einer Kranbahn (Bild 1.2). Die Setzungsunterschiede nach wenigen Jahren Betrieb und die daraus resultierende Schiefstellung der Kranbahn waren u.a. auf die ungleichmäßige Beanspruchung der Stützen durch die Fahrten der Laufkatze zurückzuführen. Über Schäden an der Betonkonstruktion der Schleuse Uelzen I (Elbe-Seitenkanal) infolge der vielen Schleusungen kann bei von Wolffersdorff & Schwab [173] nachgelesen werden. Eine mehrmalige Sanierung der Schleuse wurde notwendig, da die Wechselwirkung zwischen Bauwerk und Boden unter der zyklischen Belastung mit großen Verformungen im Entwurf nicht ausreichend berücksichtigt wurde. Über Setzungen von Öl- und Wassertanks sowie Getreidesilos auf vorwiegend nichtbindigen Böden unter zyklischer Belastung wird von Sweeney & Lambson [155] berichtet. Diese fassten die Setzungsmessungen verschiedener Autoren zusammen. Nach einer geringen Zyklenanzahl (N < 100) erreichte die bleibende Setzung das Doppelte der Setzung nach der ersten Befüllung (Bild 1.3). Die Tanks erlitten keine Schäden, da es sich um gleichmäßige Setzungen handelte. Problematisch insbesondere hinsichtlich der Lage von Anschlussleitungen können sich jedoch Setzungsunterschiede im Fall einer Gruppe mehrerer, ungleich stark genutzter Tanks auswirken.

Es ist erstrebenswert, die Setzungen und Setzungsunterschiede einer zyklisch belasteten





Bild 1.2: Setzungsunterschiede der Einzelfundamente von Kranbahnstützen während eines sechsjährigen Betriebes nach Heller [48]

Bild 1.3: Setzungen von Behältern infolge wiederholter Befüllung und Entleerung nach Sweeney & Lambson [155]

Gründung bereits in der Entwurfsphase abzuschätzen und so bei Überschreitung von Toleranzen für die Setzungsdifferenzen noch Gegenmaßnahmen (z.B. Änderung der Gründung oder Bodenverbesserung) treffen zu können. Hierfür wurden bisher einfache Ingenieurmodelle unter Zuhilfenahme von Laborversuchen und Setzungsgesetze der Form s(N, ...) auf der Basis von kleinmaßstäblichen 1g-Modellversuchen und Zentrifugenmodellversuchen entwickelt. Ihre Anwendung ist jedoch zumeist auf spezielle, einfache Gründungsformen beschränkt. Komplexe Randwertprobleme mit zyklischer Belastung können numerisch mit Hilfe der Finite Elemente Methode (FEM) untersucht werden. Die sog. *implizite* Vorgehensweise, bei der jeder Zyklus mit einem $\dot{\boldsymbol{\sigma}}$ - $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$ -Materialmodell und vielen Dehnungsinkrementen berechnet wird, ist für Zyklenanzahlen N > 50 aufgrund der Akkumulation numerischer Fehler und des Rechenaufwandes nicht mehr anwendbar. In diesem Fall ist die sog. *explizite* Methode der *impliziten* Methode überlegen. Ein explizites Modell behandelt die Akkumulation bleibender Dehnungen unter zyklischer Belastung analog zum Problem des Kriechens unter konstanter Last.

In der Literatur finden sich einige explizite Modelle, welche im Kapitel 6 zusammengestellt und diskutiert werden. Zumeist beschreiben diese das Materialverhalten jedoch zu stark vereinfacht, d.h. sie ignorieren wichtige Einflüsse (z.B. den Einfluss der Form der Spannungs- oder Dehnungsschleife oder der mittleren Spannung), oder beschreiben nur einen Teil der Akkumulation (z.B. nur den residualen volumetrischen Anteil). Einige Modelle wurden auch nur für jeweils einen Spezialfall entwickelt, z.B. für die Überlagerung eines isotropen Spannungszustandes mit einaxialen, vertikalen Spannungszyklen. Die experimentelle Basis vieler expliziter Modelle ist dünn. Die meisten Studien mit dränierten zyklischen Laborversuchen beschränken sich auf die Untersuchung von wenigen Einflussparametern (z.B. werden nur die Dehnungsamplitude und die Porenzahl variiert) oder auf das Studium eines einzelnen Effekts der zyklischen Belastung (z.B. wird nur die Fließregel unter zyklischer Belastung oder nur der volumetrische Anteil der Akkumulation untersucht).

Das Ziel dieser Arbeit war die Entwicklung und Überprüfung eines expliziten Akkumulationsmodells (sog. "Bochumer Akkumulationsmodell") für die FE-Prognose der bleibenden Setzungen in nichtbindigen Böden unter zyklischer Belastung. Dieses Modell sollte die Entwicklung des vollständigen Dehnungstensors unter zyklischer Belastung (also sowohl des volumetrischen als auch des deviatorischen Anteils) beschreiben und alle wesentlichen Einflussparameter berücksichtigen. Als Basis des Modells sollte ein umfangreiches Laborprogramm mit dränierten zyklischen Laborversuchen dienen. Sämtliche als maßgebend erachteten Einflussparameter sollten an einem Sand untersucht wurden. Mit dem Akkumulationsmodell waren sowohl Flach- als auch Pfahlgründungen unter zyklischer Belastung in FE-Berechnungen zu analysieren. Dem Problem der Bestimmung der Anfangsstruktur des Korngerüstes (der sog. "zyklischen Vorbelastung" oder "Historiotropie") in situ wurde besondere Aufmerksamkeit gewidmet.

1.2 Dehnungs- vs. Spannungsakkumulation

Der Begriff "Akkumulation" wird in dieser Arbeit derart verwendet, dass er sowohl eine Zu- als auch eine Abnahme des Wertes einer Variablen bedeuten kann. Der oben bereits angesprochene Fall der Akkumulation von Dehnungen im Fall (fast) geschlossener Spannungsschleifen (Bild 1.4a) ist als ein Spezialfall des Phänomens Akkumulation unter zyklischer Belastung zu betrachten. Der dränierte zyklische Triaxialversuch mit Spannungssteuerung entspricht diesem Fall. Je nach Randbedingung kann eine zyklische Belastung zu bleibenden Dehnungen und/oder einer Veränderung der Spannungen führen. Auf geschlossene Dehnungsschleifen reagiert das Material mit nicht vollständig geschlossenen Spannungsschleifen (Bild 1.4b) und somit akkumuliert sich die Spannung, was sich zumeist als Relaxation manifestiert. Ein Beispiel hierfür ist der undränierte zyklische Triaxialversuch an vollständig wassergesättigten Proben (volumentreue Verformung) mit Wegsteuerung. Auch eine gleichzeitige Akkumulation der Spannungen und Dehnungen ist möglich (Bild 1.4c). Dieses Materialverhalten erhält man z.B. in einem undränierten zyklischen Triaxialversuch an vollständig wassergesättigten Proben mit deviatorischer Spannungssteuerung.



Bild 1.4: Akkumulation von Spannungen bzw. Dehnungen, dargestellt für den zweidimensionalen Fall

Bedeutsam ist die Akkumulation von Spannungen unter zyklischer Belastung u.a. bei vollständig gesättigten Böden und keiner bzw. unzureichender Dränage (z.B. bei geringer Durchlässigkeit und schneller Belastungsfrequenz). In diesem Fall führt die zyklische Scherung nicht zu einer Verdichtung, sondern zu einem Aufbau von Porenwasserüberdrücken u. Diese bewirken aufgrund der Reduktion der effektiven Spannung $\sigma' = \sigma - u$ (bei konstanter totaler Spannung σ) einen Verlust an Festigkeit und Steifigkeit. Im Grenzfall $\sigma = u$, d.h. $\sigma' = 0$, verliert der Boden jegliche Scherfestigkeit. In Abhängigkeit der Größe des akkumulierten Porenwasserdruckes kann die Gebrauchstauglichkeit oder sogar die Tragfähigkeit einer Gründung gefährdet werden. Das hier beschriebene Problem ist z.B. bei Bauwerken zum Küstenschutz oder off-shore von Relevanz. Auch im Fall von Erdbeben verursachen seismische Scherwellen eine zyklische Belastung des Bodens und oft einen Aufbau von Porenwasserüberdrücken. Allerdings ist in diesem Fall im Gegensatz zu den vorher aufgeführten Beispielen die Zyklenanzahl gering (i.d.R. N < 20), und die Dehnungsamplituden sind groß ($\varepsilon^{ampl} > 10^{-3}$).

Das im Kapitel 7 vorgestellte Akkumulationsmodell liefert in Abhängigkeit von den vorliegenden Randbedingungen entweder eine Dehnungs- oder eine Spannungsakkumulation.

1.3 Quasi-statische vs. dynamische Belastungen

Werden die Zyklen mit einer geringen Belastungsfrequenz f_B aufgebracht, treten keine oder vernachlässigbare Trägheitskräfte auf und man spricht von einer quasi-statischen zyklischen Belastung. Ist die Belastungsfrequenz so groß, dass Trägheitskräfte relevant werden, ist die Belastung dynamisch. Die Grenze zwischen quasi-statischer und dynamischer Belastung hängt auch von der Amplitude der Zyklen ab. Eine harmonische Erregung mit der Verschiebung $u = u^{\text{ampl}} \cos(\omega t)$ und der Beschleunigung $\ddot{u} = -u^{\text{ampl}} \omega^2 \cos(\omega t)$ ist quasi-statisch, falls $u^{\text{ampl}}\omega^2 \ll g$ mit der Erdbeschleunigung g gilt. Diese Amplitudenabhängigkeit wird oft ignoriert und der Übergang von der quasi-statischen zur dynamischen Belastung wird bei $f_B \approx 5$ Hz angesiedelt. Sowohl Versuche bis $f_B = 30$ Hz in der Literatur (Abschnitt 3.2.2.8) als auch eigene Tests (Abschnitt 5.2.5) zeigen, dass bei einer bestimmten Dehnungsamplitude weder die Sekantensteifigkeit der Spannungs-Dehnungs-Hysterese (elastischer Anteil der Dehnung) noch die Akkumulationsrate der bleibenden Dehnung durch f_B beeinflusst wird. Das im Kapitel 7 vorgestellte Akkumulationsmodell verwendet als Eingangsparameter die Dehnungsamplitude, welche aus der Dehnungsschleife während eines Zyklus ermittelt wird. Für das Modell ist es unerheblich, ob diese Dehnungsschleife aus einer quasi-statischen oder dynamischen Belastung resultiert. Das explizite Modell ist also unabhängig von der Belastungsfrequenz anwendbar. Im folgenden wird daher auf die Unterscheidung in quasi-statische und dynamische Belastungen verzichtet und allgemein von zyklischer Belastung gesprochen.

1.4 Explizite vs. implizite Methode

In FE-Berechnungen der Akkumulation infolge zyklischer Belastung kommen zwei grundsätzlich unterschiedliche numerische Strategien in Betracht, die *implizite* und die *explizite* Methode.

Bei der impliziten Vorgehensweise wird jeder Zyklus mit einem $\dot{\sigma}$ - $\dot{\varepsilon}$ -Stoffmodell und vielen Dehnungsinkrementen berechnet. Die Akkumulation resultiert als "Nebenprodukt" aus den nicht vollständig geschlossenen Spannungs- bzw. Dehnungsschleifen. Verwendet werden können elastoplastische Mehrflächenmodelle (Mróz et al. [97], Chaboche [18, 19]), endochronische Modelle (Valanis & Fee [170]) oder das hypoplastische Stoffmodell mit intergranularen Dehnungen (Kolymbas [78], Gudehus [38], von Wolffersdorff [172], Niemunis & Herle [106]). Die Anwendbarkeit der impliziten Methode ist auf wenige Zyklen (N < 50) beschränkt, da es mit jedem berechneten Inkrement zu einer Akkumulation von systematischen Fehlern des Materialmodells und der Integrationsroutine kommt (Niemunis [104]). Selbst kleinste Fehler vervielfältigen sich (z.B. um den Faktor 10^6 bei 10^4 Zyklen mit jeweils 100 Inkrementen), so dass ein Materialmodell von unerreichbarer Perfektion notwendig wäre. Der impliziten Vorgehensweise sind aber auch durch den großen Rechenaufwand Grenzen gesetzt. So mussten sich von Wolffersdorff & Schwab [173] in ihrer FE-Berechnung der Schleuse Uelzen I aus Gründen des Zeitaufwandes auf weniger als 25 Zyklen beschränken.

Für hochzyklische Vorgänge sind generell sog. explizite Modelle besser geeignet. Diese behandeln den Prozess der Akkumulation unter zyklischer Belastung analog zu einem durch Viskosität beeinflussten Vorgang. An die Stelle der Zeit t tritt dabei die Anzahl der Zyklen N. Es werden zunächst zwei Zyklen mit einem $\dot{\sigma}$ - $\dot{\varepsilon}$ -Stoffmodell (z.B. wie im Fall dieser Arbeit mit dem hypoplastischen Stoffmodell mit intergranularer Dehnung) implizit mit Dehnungsinkrementen berechnet (Bild 1.5). Diese implizite Berechnung kann quasi-statisch oder dynamisch durchgeführt werden. Während des zweiten Zyklus wird die Dehnungsschleife in jedem Integrationspunkt nach bestimmten vorgegebenen Kriterien (z.B. Änderung der Richtung des Dehnungspfades, Mindestabstand zum letzten aufgezeichneten Punkt) als eine Reihe von diskreten Dehnungszuständen aufgezeichnet. Aus dieser Dehnungsschleife wird die Dehnungsamplitude $\varepsilon^{\text{ampl}}$ ermittelt (siehe Bild 1.5 bzw. exakte Definition im Abschnitt 7.2.1). Der erste Zyklus ist für die Bestimmung von $\varepsilon^{\text{ampl}}$ ungeeignet, da sich die Verformungen im ersten Zyklus signifikant von den Verformungen während der folgenden Zyklen unterscheiden können (Bild 1.5, das erste Viertel des ersten Zyklus bis zur Maximallast entspricht einer Erstbelastung). Die Amplitude des zweiten Zyklus ist repräsentativer für die Amplituden in den folgenden Zyklen.



Bild 1.5: Ablauf einer expliziten Akkumulationsberechnung

Die Akkumulation ab dem 2. Zyklus wird direkt mit Hilfe einer Gleichung der Form

$$\mathbf{\tilde{T}} = \mathsf{E} : (\mathbf{D} - \mathbf{D}^{\mathrm{acc}}) \tag{1.1}$$

($\mathring{\mathbf{T}}$: Jaumann'sche Spannungsrate, \mathbf{D} : Dehnungsrate, $\mathbf{D}^{\mathrm{acc}}$: vorgegebene Akkumulationsrate, E : elastische Steifigkeit) berechnet, ohne den Dehnungspfad während der einzelnen Zyklen zu verfolgen, d.h. die Gleichung (1.1) liefert das Inkrement der bleibenden Dehnung bzw. der Spannung infolge eines Paketes mit ΔN (z.B. 20) Zyklen direkt. Abhängig von den Randbedingungen führt Gleichung (1.1) zu einer Akkumulation der Spannungen (z.B. $\mathring{\mathbf{T}} = -\mathsf{E} : \mathbf{D}^{\mathrm{acc}}$ bei $\mathbf{D} = \mathbf{0}$) und/oder der Dehnungen ($\mathbf{D} = \mathbf{D}^{\mathrm{acc}}$ bei $\mathring{\mathbf{T}} = \mathbf{0}$). Im Fall von $\mathring{\mathbf{T}} = \mathbf{0}$ folgen so die Dehnungen der mittleren Akkumulationskurve $\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{acc}}(N)$ in Bild 1.5.

Die Dehnungsamplitude ε^{ampl} wird für diese explizite Berechnung als konstant angesehen. Durch eine Verdichtung und eine Umverteilung der Spannungen kann sich jedoch die Steifigkeit und damit auch die Dehnungsamplitude verändern. Zum Zweck der Aktualisierung von ε^{ampl} kann nach bestimmten Zyklenanzahlen ein impliziter sog. *Kontrollzyklus* eingeschaltet werden. Im *Kontrollzyklus* können auch die statische Zulässigkeit des Spannungszustandes überprüft und die Gesamtstabilität kontrolliert werden. Letztere kann z.B. im undränierten Fall durch Porenwasserüberdrücke verloren gehen.

1.5 Gliederung der Arbeit

Im Kapitel 2 werden die wesentlichen, in dieser Arbeit verwendeten Definitionen zusammengefasst.

Das Kapitel 3 gibt einen Überblick über experimentelle Arbeiten an nichtbindigen Böden in der Literatur. Zunächst wird auf die unterschiedlichen Untersuchungsmethoden zyklischer Belastungen und die verschiedenen Typen von Laborversuchen eingegangen. Anschließend wird der Einfluss diverser Parameter auf die bleibenden Dehnungen vorgestellt. Auch die wesentlichen Abhängigkeiten der hysteretischen Steifigkeit werden kurz zusammengefasst. Im weiteren werden Modellversuche und daraus abgeleitete Setzungsgesetze für Flachgründungen und Pfähle besprochen.

Im Kapitel 4 werden die im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Versuchsgeräte (Triaxialgerät und multidimensionales Einfachschergerät für zyklische Belastungen, Resonant-Column-Gerät, Triaxialzelle mit piezoelektrischen Elementen) diskutiert. Die Charakteristika der getesteten Sande sowie das Materialverhalten des in den zyklischen Versuchen hauptsächlich verwendeten Mittel- bis Grobsandes unter monotoner Belastung (u.a. dränierte und undränierte monotone Triaxialversuche, ödometrische Kompression) wird besprochen. Die Problematik der Membranpenetration bei einer zyklischen Variation des Zelldrucks σ_3 wird diskutiert. Das Kapitel 5 stellt die Ergebnisse der zyklischen Laborversuche vor. Getestet wurden unterschiedliche Amplituden (variiert wurden Spannweite, Form und Polarisation der Spannungsschleife), verschiedene mittlere Spannungszustände (variiert wurden der mittlere Druck p^{av} und das Spannungsverhältnis $\eta^{av} = q^{av}/p^{av}$), Anfangsporenzahlen, Belastungsfrequenzen, monotone Vorbelastungen und Kornverteilungskurven sowie auch der Einfluss einer Änderung der zyklischen Scherrichtung und der Amplitude (Zyklenpakete). Die Versuchsergebnisse werden im Abschnitt 5.1 hinsichtlich der Akkumulationsrichung ("Fließrichtung", Verhältnis der volumetrischen zur deviatorischen Akkumulationsrate) und im Abschnitt 5.2 in Bezug auf die Akkumulationsintensität aufbereitet und mit der Literatur verglichen.

Das Kapitel 6 stellt explizite Akkumulationsmodelle in der Literatur vor und diskutiert deren Vorteile und Defizite. Der Bedarf für ein allgemeiner anwendbares Modell, welches sämtliche Einflussparameter berücksichtigt, wird herausgestellt.

Das auf der Basis der Laborversuche entwickelte explizite Akkumulationsmodell wird im Kapitel 7 vorgestellt, und einzelne Elemente des Modells werden diskutiert. Die Darstellung der tensoriellen Definiton der Amplitude und einer neu eingeführten Zustandsvariable zur Beschreibung des Einflusses von Polarisationswechseln beschränkt sich zur Erleichterung des Verständnisses auf den zweidimensionalen Fall. Die volle Tensornotation des Modells wird im Anhang III angegeben. Das Akkumulationsmodell wird durch die Nachrechnung von Elementversuchen validiert. Im Kapitel 7 findet sich ebenfalls eine Erläuterung des hypoplastischen Stoffmodells mit der Erweiterung um die intergranulare Dehnung, welches in den impliziten Rechenschritten verwendet wurde. Auch die Prognose des Materialverhaltens (Verformungen bei monotoner Belastung, Dehnungsamplituden) durch das implizite Modell wird diskutiert.

Im Kapitel 8 wird zunächst die Nachrechnung eines in der Literatur dokumentierten Zentrifugenmodellversuches mit einem zyklisch belasteten Streifenfundament präsentiert. Anschließend werden Parameterstudien an zyklisch belasteten Flachgründungen vorgestellt. Die Zustandsgrößen des Bodens, die Fundamentgeometrie und die Lasten wurden variiert. Auch einige technische Details von FE-Berechnungen mit einem expliziten Akkumulationsmodell werden diskutiert. Abschließend werden FE-Berechnungen eines zyklisch axial belasteten Pfahls gezeigt und weitere Anwendungen des Akkumulationsmodells angesprochen.

Im Kapitel 9 wird die Bestimmung der Anfangsstruktur des Korngerüstes bzw. der "zyklischen Vorbelastung" oder "Historiotropie" des Bodens in situ thematisiert. Eine Korrelation der zyklischen Vorbelastung mit dynamischen Bodenkenngrößen bzw. dem Verflüssigungswiderstand wurde in Laborversuchen getestet. Mögliche alternative Methoden zur Bestimmung der zyklischen Vorbelastung werden vorgestellt und diskutiert.

Im Kapitel 10 werden abschließend die wesentlichen Ergebnisse dieser Arbeit zusammengefasst. Weiterhin wird ein Ausblick auf notwendige weitere Forschungsaktivitäten auf dem Gebiet der Akkumulation in Böden unter zyklischer Belastung gegeben.

Kapitel 2

Definitionen

Die in dieser Arbeit verwendete Notation skalarwertiger und tensorieller Größen ist dem Anhang I zu entnehmen. Im Kapitel 7 mit der Darstellung des expliziten Akkumulationsmodells wird die Vorzeichenkonvention der Mechanik (Zugspannungen und Längungen sind positiv) benutzt. In allen anderen Kapiteln wird mit der Vorzeichenkonvention der Bodenmechanik (Druckspannungen und Stauchungen sind positiv) gearbeitet. Dies trägt der Tatsache Rechnung, dass die meisten Veröffentlichungen zu experimentellen Arbeiten die Vorzeichenkonvention der Bodenmechanik benutzen, während in der Literatur zu Stoffmodellen diejenige der Mechanik üblich ist. Die Definitionen werden in diesem Kapitel für den Fall einer axialsymmetrischen Belastung eingeführt. Die tensorielle Verallgemeinerung findet sich im Anhang II.

2.1 Spannung

Der effektive Spannungszustand eines Punktes im dreidimensionalen Raum wird durch den Cauchy-Spannungstensor $\boldsymbol{\sigma}$ beschrieben. Die axiale Spannungskomponente wird mit σ_1 und die seitliche mit $\sigma_2 = \sigma_3$ bezeichnet (Bild 2.1). Auf die Kennzeichnung effektiver Spannungskomponenten durch ein hochgestelltes \sqcup' wird mit Ausnahme der Abschnitte 4.3.3, 4.4 und 9.2 (dort wird ausdrücklich auf die abweichende Notation hingewiesen) verzichtet. Es werden die Roscoe-Invarianten p (mittlerer Druck) und q (Deviatorspannung) sowie der Lode-Winkel θ verwendet:

$$p = \frac{1}{3} (\sigma_1 + 2 \sigma_3) \tag{2.1}$$

$$q = \sigma_1 - \sigma_3 \tag{2.2}$$

$$\theta = \frac{1}{3} \arccos\left(-\frac{3\sqrt{3}J_3}{2J_2^{3/2}}\right) \tag{2.3}$$

In Gleichung (2.3) sind J_2 und J_3 Basisinvarianten des Spannungsdeviators gemäß Anhang II. Alternativ zu p und q werden auch die sog. "isomorphen" Variablen

$$P = \sqrt{3} p \quad \text{und} \quad Q = \sqrt{2/3} q$$
 (2.4)

benutzt. Bei Verwendung von isomorphen Variablen sind zwei im dreidimensionalen σ_1 - σ_2 - σ_3 -Hauptachsensystem orthogonal zueinander stehende Vektoren auch in der Darstellung in der *P*-*Q*-Ebene noch senkrecht zueinander. Dies ist im Fall des *p*-*q*-Koordinatensystems nicht gegeben (Niemunis [105]).



Bild 2.1: Definition der Spannungs- und Dehnungskomponenten im Triaxialversuch

Die Lage eines Spannungszustandes in der p-q-Ebene (Bild 2.2) kann durch das Spannungsverhältnis

$$\eta = q/p \tag{2.5}$$

oder alternativ durch \bar{Y} beschrieben werden:

$$\bar{Y} = \frac{Y - Y_i}{Y_c - Y_i} = \frac{Y - 9}{Y_c - 9}$$
, $Y = -\frac{I_1 I_2}{I_3}$, $Y_c = \frac{9 - \sin^2 \varphi_c}{1 - \sin^2 \varphi_c}$ (2.6)

Die Funktion Y nach Matsuoka und Nakai [95] ist mit η folgendermaßen verknüpft:

$$Y = \frac{27(3+\eta)}{(3+2\eta)(3-\eta)} \quad , \quad \eta = \frac{3Y-27}{4Y} \pm \sqrt{\left(\frac{3Y-27}{4Y}\right)^2 + \frac{9Y-81}{2Y}} \quad (2.7)$$

Die I_i in Gleichung (2.6) sind die Basis-Invarianten der Spannung σ gemäß Anhang II. In Gleichung (2.6) ist φ_c der kritische Reibungswinkel (kritischer Zustand = fortschreitende Verformung ohne Spannungs- und Volumenänderung). Die Zustandsvariable \overline{Y} nimmt für isotrope Spannungen ($\eta = 0, Y = Y_i = 9$) den Wert 0 an und beträgt 1 beim kritischen

2.1. Spannung

Spannungsverhältnis ($\eta = M_c(\varphi_c)$ bzw. $\eta = M_e(\varphi_c)$, $Y = Y_c$). Die Neigungen M_c und M_e der Grenzgeraden in der *p*-*q*-Ebene (Bild 2.2) können aus

$$M_c = \frac{6 \sin \varphi}{3 - \sin \varphi}$$
 und $M_e = -\frac{6 \sin \varphi}{3 + \sin \varphi}$ (2.8)

berechnet werden. Darin ist $\varphi = \varphi_c$ für die kritische Grenzgerade (engl. critical state line, CSL) und $\varphi = \varphi_p$ für die maximale Scherfestigkeit einzusetzen (φ_p : Reibungswinkel bei maximaler Scherfestigkeit, "Peak"-Reibungswinkel). Die Neigungen der Grenzgeraden im P-Q-Diagramm lauten $M_{cPQ} = 2/\sqrt{18} M_c$ und $M_{ePQ} = 2/\sqrt{18} M_e$. Der Seitendruckbeiwert $K = \sigma_3/\sigma_1$ und das Spannungsverhältnis η sind im triaxialen Fall über

$$\eta = \frac{3(1-K)}{2K+1} \tag{2.9}$$

miteinander verknüpft. Für K = 0.5 erhält man $\eta = 0.75$ und $\overline{Y} = 0.341$.



Bild 2.2: Zyklischer Spannungspfad in der p-q-Ebene

Das Bild 2.2 zeigt einen Spannungspfad in der p-q-Ebene, der für einen zyklischen Triaxialversuch typisch ist. Dabei wird einem mittleren Spannungszustand σ^{av} (beschrieben durch p^{av} und q^{av} bzw. η^{av} oder \bar{Y}^{av}) ein zyklischer Lastanteil überlagert. Oszillieren die axialen und seitlichen Spannungen $\sigma_1(t)$ und $\sigma_3(t)$ ohne Phasenversatz in der Zeit t (engl. *in-phase*-Zyklen, siehe Abschnitt 2.4), ergeben sich Spannungspfade entlang einer Geraden mit einer bestimmten Neigung tan $\alpha = q^{\text{ampl}}/p^{\text{ampl}}$ in der p-q-Ebene (Bild 2.2). Für den Spezialfall konstanter seitlicher Spannungen ($\sigma_3^{\text{ampl}} = 0$) gilt tan $\alpha = 3$. Für diesen Fall wird das Amplitudenverhältnis

$$\zeta = \frac{\sigma_1^{\text{ampl}}}{p^{\text{av}}} = \frac{q^{\text{ampl}}}{p^{\text{av}}}$$
(2.10)

verwendet. Bei Verläufen $\sigma_1(t)$ und $\sigma_3(t)$ mit einer Phasenverschiebung in der Zeit t können auch komplexere Spannungspfade (engl. *out-of-phase*-Zyklen, siehe Abschnitt 2.4) getestet werden, z.B. Ellipsen in der p-q-Ebene.

2.2 Dehnung

Die Definitionen werden für die Dehnung ε erläutert, gelten jedoch ebenso für die Dehnungsrate $\dot{\varepsilon}$. "Rate" bedeutet im Kontext der zyklischen Belastung eine Ableitung nach der Zyklenanzahl N, d.h. $\dot{\Box} = \partial \Box / \partial N$ anstelle von $\dot{\Box} = \partial \Box / \partial t$ (wobei die diskrete Zyklenanzahl N als "geglättete" kontinuierliche Variable betrachtet wird). Die Dehnung in axialer Richtung wird mit ε_1 und diejenige in seitlicher Richtung mit $\varepsilon_2 = \varepsilon_3$ bezeichnet. Es werden die Dehnungsinvarianten

$$\varepsilon_v = \varepsilon_1 + 2 \varepsilon_3$$
 (2.11)

$$\varepsilon_q = \frac{2}{3} (\varepsilon_1 - \varepsilon_3)$$
(2.12)

verwendet. Die Raten der volumetrischen Dehnung $\dot{\varepsilon}_v$ und der deviatorischen Dehnung $\dot{\varepsilon}_q$ sind zu den Roscoe-Invarianten p und q arbeitskonjugiert. Die isomorphen Dehnungsinvarianten lauten

$$\varepsilon_P = 1/\sqrt{3} \varepsilon_v \quad \text{und} \quad \varepsilon_Q = \sqrt{3/2} \varepsilon_q.$$
 (2.13)

Die gesamte (totale) Dehnung ist

$$\varepsilon = \sqrt{(\varepsilon_1)^2 + 2(\varepsilon_3)^2} = \sqrt{(\varepsilon_P)^2 + (\varepsilon_Q)^2}.$$
(2.14)

Alternativ zu ε_q wird auch die Scherdehnung

$$\gamma = \varepsilon_1 - \varepsilon_3 \tag{2.15}$$

verwendet. Bei einer zyklischen Belastung setzt sich die Dehnung ε aus einem akkumulierten, bleibenden Anteil (ε^{acc}) und einem elastischen Anteil (ε^{ampl}) zusammen. Bild 2.3 zeigt dies für die gesamte Dehnung ε . Die Rate der Dehnungsakkumulation $\dot{\varepsilon}^{acc}$ kann vollständig durch die Rate der gesamten Dehnung $\dot{\varepsilon}^{acc}$ ("Akkumulationsintensität") und

2.3. Porenvolumen

das Verhältnis der Raten der volumetrischen und der devitorischen Dehnung ("Akkumulationsrichtung, Fließrichtung")

$$\Omega = \frac{\dot{\varepsilon}_v^{\text{acc}}}{\dot{\varepsilon}_q^{\text{acc}}} \quad , \quad \omega = \frac{\varepsilon_v^{\text{acc}}}{\varepsilon_q^{\text{acc}}} \tag{2.16}$$

beschrieben werden. Bei *in-phase*-Zyklen (Abschnitt 2.4) kann die Dehnungsamplitude durch die Amplitude der totalen Dehnung $\varepsilon^{\text{ampl}}$ bzw. durch die volumetrischen und deviatorischen Komponenten $\varepsilon_v^{\text{ampl}}$ und $\varepsilon_q^{\text{ampl}}$ (oder alternativ durch die Scherdehnungsamplitude γ^{ampl}) erfasst werden. Für Dehnungspfade, die einen Dehnungsraum umschließen (*out-of-phase*-Zyklen, z.B. infolge elliptischer Spannungspfade in der *p-q*-Ebene) wird eine komplexere Definition der Amplitude benötigt, wie sie im Abschnitt 7.2.1 erläutert wird.



Bild 2.3: Entwicklung der totalen Dehnung ε im zyklischen Triaxialversuch

2.3 Porenvolumen

Die Größe des Porenraumes wird durch die Porenzahl e oder den Porenanteil n beschrieben. Die relative Lagerungsdichte I_D berechnet sich aus den Porenzahlen e_{\min} und e_{\max} bzw. den Trockendichten $\rho_{d,\max}$ und $\rho_{d,\min}$ bei dichtester und lockerster Lagerung und der Porenzahl e bzw. der Trockendichte ρ_d wie folgt:

$$I_D = \frac{e_{\max} - e}{e_{\max} - e_{\min}} = \frac{\varrho_{d,\max}}{\varrho_d} D_r = \frac{\varrho_{d,\max}}{\varrho_d} \frac{\varrho_d - \varrho_{d,\min}}{\varrho_{d,\max} - \varrho_{d,\min}}$$
(2.17)

Mit I_{D0} wird der Anfangswert der relativen Lagerungsdichte zu Beginn eines Versuches bezeichnet. Alternativ zu I_D wird in der Literatur oft die Lagerungsdichte D_r benutzt.

2.4 Form der Zyklen

Es wird zwischen sog. *in-phase (IP)* und *out-of-phase (OOP)* - Zyklen unterschieden. Die Definitionen werden anhand der Dehnung ε erläutert (Bild 2.4).



Bild 2.4: Unterscheidung einaxialer IP-, mehraxialer IP- und OOP-Zyklen

Im Fall der IP-Zyklen oszillieren sämtliche Komponenten von ε mit der gleichen skalaren, periodischen Funktion $-1 \leq f(t) \leq 1$ in der Zeit t (z.B. $f(t) = \sin(t)$), d.h. $\varepsilon = \varepsilon^{av} + \varepsilon^{ampl} f(t)$. Diese Zyklen werden hier auch als *eindimensionale* Zyklen bezeichnet. Ein Spezialfall der IP-Zyklen sind die *einaxialen* Zyklen (Bild 2.4a), bei denen nur eine Komponente in der Zeit variiert, z.B.:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{av}} + \begin{pmatrix} \varepsilon_1^{\mathrm{ampl}} & \\ & 0 \\ & & 0 \end{pmatrix} f(t)$$
(2.18)

Ansonsten spricht man von *mehr-* oder *multiaxialen* IP-Zyklen (Bild 2.4b):

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{av}} + \begin{pmatrix} \varepsilon_1^{\mathrm{ampl}} & & \\ & \varepsilon_3^{\mathrm{ampl}} & \\ & & & \varepsilon_3^{\mathrm{ampl}} \end{pmatrix} f(t)$$
(2.19)

Im Fall der OOP-Zyklen (Bild 2.4c) oszillieren die Komponenten mit einer Phasenverschiebung θ untereinander in der Zeit:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{av}} + \begin{pmatrix} \varepsilon_1^{\mathrm{ampl}} f(t) & & \\ & \varepsilon_3^{\mathrm{ampl}} f(t+\theta) & \\ & & \varepsilon_3^{\mathrm{ampl}} f(t+\theta) \end{pmatrix}$$
(2.20)

2.4. Form der Zyklen

Beim zyklischen Triaxialversuch mit σ_3 = konstant handelt es sich um einaxiale IP-Spannungszyklen, da nur die axiale Spannungskomponente σ_1 in der Zeit variiert wird. Wird auch σ_3 zyklisch verändert, erhält man bei einer Oszillation ohne Phasenversatz multiaxiale IP-Spannungszyklen und mit Phasenversatz OOP-Zyklen.

Kapitel 3

Literaturüberblick: Element- und Modellversuche mit zyklischer Belastung

3.1 Allgemeines

Das Verhalten des Bodens bzw. von Gründungselementen unter einer zyklischen Belastung wurde bisher auf vielfältige Weisen experimentell untersucht. Hierbei sind zu nennen:

- Elementversuche im Labor
- kleinmaßstäbliche Modellversuche
- Modellversuche im erhöhten Schwerefeld (insbesondere Zentrifugenmodellversuche)
- großmaßstäbliche Modellversuche
- in-situ-Versuche und Messungen an realen Bauwerken

In Elementversuchen mit zyklischer Belastung werden sowohl die residualen (bleibenden) als auch die elastischen Verformungsanteile (Sekantensteifigkeit der Spannungs-Dehnungs-Hysterese) untersucht. Hierfür kommen verschiedene Gerätetypen zum Einsatz, die im Bild 3.1 graphisch dargestellt sind:

- a) Triaxialversuch an zylindrischen Proben (engl. "triaxial test")
- b) "echter Triaxialversuch" an kubischen Proben (engl. "true triaxial test")
- c) Torsionsscherversuch an Hohlzylinderproben (engl. "hollow cylinder torsional shear test")

- d) Einfachscherversuch (engl. "simple shear test")
- e) Rahmenscherversuch (engl. "direct shear test")
- f) Rütteltischversuche (engl. "shaking table test")
- g) Resonanzsäulenversuch (engl. "resonant column test")
- h) Messung von Wellengeschwindigkeiten in Proben mit piezoelektrischen Elementen

In den meisten Versuchstypen ist sowohl eine Steuerung der am Probenrand eingeleiteten Spannungen (bzw. Kräfte) als auch der Randverschiebungen möglich. Die Versuche werden im folgenden für eine Spannungssteuerung kurz erläutert.



Bild 3.1: Versuchstypen zur Untersuchung des Materialverhaltens unter zyklischer Belastung

Im Fall des Triaxialversuches mit zylindrischen Proben (Bild 3.1a) wird zumeist die axiale Spannung σ_1 zyklisch variiert, während der Seitendruck $\sigma_2 = \sigma_3$ konstant gehalten wird. Demzufolge werden nur einaxiale Spannungspfade mit der Neigung 1:3 in der *p*-*q*-Ebene getestet. Selten oszilliert auch σ_3 (siehe z.B. Abschnitte 5.2.1.3 und 5.2.1.4 dieser Arbeit). In diesem Fall können verschiedene Neigungen des Spannungspfades und elliptische Pfade in der *p*-*q*-Ebene getestet werden. Die in dieser Arbeit verwendeten Triaxialgeräte werden im Abschnitt 4.1.1 besprochen.

Über die Zweidimensionalität kommen die Zyklen im Triaxialversuch mit zylindrischen Proben jedoch nicht hinaus, da die Spannungspfade im σ_1 - σ_2 - σ_3 -Spannungsraum in einer Ebene liegen. Zur Untersuchung dreidimensionaler Spannungpfade eignen sich der "echte Triaxialversuch" (Bild 3.1b, zyklische Variation aller drei Spannungskomponenten) und der Torsionsscherversuch an Hohlzylinderproben (Bild 3.1c, zyklische Variation des Innendruckes σ_{3i} , des Außendruckes σ_{3a} , der axialen Spannung σ_1 und des Torsionsmomentes M).

Im Einfachscherversuch (Bild 3.1d) wird am oberen oder unteren Probenrand eine Schubspannung bzw. Verschiebung eingeleitet, und der seitliche Probenrand wird zu einer linearen Verschiebung gezwungen. Die seitlichen Spannungen werden nur selten gemessen, so dass die Verspannung in horizontaler Richtung unter zyklischer Belastung zumeist nicht dokumentiert ist. Die Problematik des inhomogenen Spannungs- und Dehnungsfeldes innerhalb der Probe eines Einfachscherversuches wird im Abschnitt 4.1.2 besprochen. Mit geeignet modifizierten Geräten können auch kreisförmige zyklische Scherungen getestet werden. Ein entsprechendes Versuchsgerät wurde im Rahmen dieser Arbeit eingesetzt und wird im Abschnitt 4.1.2 näher erläutert.

Anders als im Triaxialgerät kann sich eine Scherfuge im Rahmenschergerät (Bild 3.1e) nicht frei ausbilden. Ihre Lage wird durch das gegenseitige Abscheren der oberen und unteren Probenhälfte erzwungen. Die Anwendbarkeit dieses Versuchstyps zur Untersuchung des Materialverhaltens unter zyklischer Belastung ist begrenzt. So wurden Rahmenschergeräte bisher z.B. zur Untersuchung von Veränderungen der Granulometrie in der Scherfuge während einer zyklischen Belastung (Helm et al. [49]) oder zum Studium des Kontaktbereiches zwischen dem Boden und zyklisch belasteten Gründungselementen (z.B. Malkus [92]) eingesetzt.

Rütteltischversuche (Bild 3.1f) finden ihre Anwendung in Untersuchungen zur Verflüssigung von Sandschichten unter Erdbebenbelastungen, wobei am Fuß der auf dem Rütteltisch befindlichen Bodenschicht definierte Beschleunigungen eingeleitet werden. Vereinzelt wurden auch mehrere Rütteltische übereinander angeordnet, um mehrdimensionale Belastungen aufzubringen (Abschnitt 3.2.2.5).

Resonanzsäulenversuche (Resonant-Column-Versuche, RC-Versuche, Bild 3.1g) werden teilweise zwar auch zur Untersuchung bleibender Verformungen verwendet (z.B. zur Bestimmung sog. Grenzscherdehnungen, siehe Vucetic [174] oder eigene Versuche in [180]), ihr Hauptanwendungsgebiet ist jedoch die Bestimmung der Sekantensteifigkeit der Spannungs-Dehnungs-Hysterese. Die im RC-Gerät getesteten Dehnungsamplituden sind zumeist geringer als diejenigen in zyklischen Triaxialversuchen (Bild 3.2). Der Aufbau des RC-Versuches besteht aus der zylindrischen Probe und den Kopf- und Fußmassen. In Abhängigkeit der Lagerung der Endmassen (z.B. "fest-frei" für Einspannung der Probe am Fuß und frei bewegliche Kopfmasse) werden die RC-Geräte weiter unterschieden. Das System wird durch ein Torsionsmoment dynamisch (Frequenzen f > 20 Hz) angeregt. Aus der Resonanzfrequenz des Systems wird die Sekantenschubsteifigkeit ermittelt. Einige RC- Geräte erlauben auch die axiale Anregung der Proben, so dass Sekanten-Young-Moduli in axialer Richtung gemessen werden können. Auch die Materialdämpfung kann in RC-Versuchen bestimmt werden. Das in dieser Arbeit verwendete RC-Gerät (Typ "frei-frei") wird im Abschnitt 4.1.3 noch detaillierter besprochen.



Bild 3.2: Typische Bereiche der Scherdehnungsamplitude γ^{ampl} für unterschiedliche Versuchstypen

Durch piezoelektrische Elemente erzeugte Kompressions- oder Scherwellen (Bild 3.1h) breiten sich mit Dehnungsamplituden $< 10^{-6}$ in Bodenproben aus. Die Wellengeschwindigkeiten lassen sich bei bekannter Dichte des Materials in Sekantensteifigkeiten bei kleinen Dehnungsamplituden (= dynamische Steifigkeiten) umrechnen (Abschnitt 3.3). Daher ist die Messung von Wellengeschwindigkeiten in Bodenproben als Alternative zum RC-Versuch für den Bereich sehr kleiner Dehnungen zu sehen. Ein entsprechendes Versuchsgerät und die Messung der Wellengeschwindigkeiten werden im Abschnitt 4.1.4 besprochen.

Neben den Versuchstypen und der bereits erwähnten Art der Steuerung (Kraft, Weg) ist weiterhin nach den Dränagebedingungen (vollständig dräniert, teilweise dräniert, undräniert) und der Frequenz der Belastung (quasi-statisch, dynamisch) zu unterscheiden. In Rütteltischversuchen, RC-Versuchen und Messungen der Wellengeschwindigkeiten ist die Anregung per se dynamisch.

Der folgende Abschnitt 3.2 gibt einen Überblick über Elementversuche mit zyklischer Belastung in der Literatur und fasst deren wesentliche Ergebnisse hinsichtlich der bleibenden Verformungen (Akkumulationsrichtung, Akkumulationsintensität) zusammen. Bezüglich der Akkumulationsintensität werden folgende Einflüsse bzw. Parameter diskutiert:

- Zyklenanzahl
- Dehnungs- bzw. Spannungsamplitude
- Polarisation (Richtung) der Zyklen
- Polarisationswechsel
- Form der Zyklen
- mittlerer Spannungszustand
- Porenzahl / Lagerungsdichte
- Belastungsfrequenz
- Struktur des Korngerüstes / Historiotropie (zyklische Vorbelastung)
- unregelmäßige zyklische Belastungen / Zyklenpakete
- Korngrößenverteilungskurve

Falls möglich, werden zur Verdeutlichung der Einflüsse dränierte Versuche herangezogen. Die Literatur zu undränierten Versuchen ist jedoch wesentlich umfangreicher, da insbesondere in Regionen mit einer großen Erdbebenhäufigkeit intensiv auf diesem Gebiet geforscht wurde. Manche Einflussgrößen wurden weiterhin vorwiegend in undränierten Versuchen untersucht, so dass im folgenden teilweise auch die Ergebnisse undränierter zyklischer Versuche gezeigt werden.

Die Literatur zu experimentellen Arbeiten hinsichtlich des elastischen Anteils der Dehnungen (Sekantensteifigkeit der Spannungs-Dehnungs-Hysterese) unter zyklischer Belastung ist nicht minder umfangreich. Zumeist wurden RC-Versuche oder Messungen der Wellengeschwindigkeiten in Bodenproben durchgeführt. Diese Arbeit konzentriert sich auf die bleibenden Verformungen. Diese können jedoch nicht völlig getrennt vom elastischen Anteil der Dehnung betrachtet werden. Der Abschnitt 3.3 fasst daher einige grundlegende Abhängigkeiten der Sekantensteifigkeit von diversen Parametern zusammen, welche bei der Darstellung der eigenen Versuchsergebnisse im Kapitel 5 noch benötigt werden.

Als Gründungselemente unter zyklischer Belastung wurden in der Literatur sowohl flachgegründete Fundamente als auch Pfähle untersucht. Der Abschnitt 3.4 fasst die dokumentierten Modell- oder in-situ-Versuche sowie die daraus entwickelten Setzungsgesetze und Ingenieurmodelle zusammen. Dabei beschäftigt sich der Abschnitt 3.4.1 zunächst mit Flach- und der Abschnitt 3.4.2 anschließend mit Tiefgründungen.

3.2 Elementversuche zur Akkumulation unter zyklischer Belastung

3.2.1 Akkumulationsrichtung

Luong [91] stellte in einem zyklischen Triaxialversuch mit Dränage fest, dass die mittlere Spannung einen wesentlichen Einfluss darauf besitzt, ob sich ein Sand unter zyklischer Belastung verdichtet oder auflockert. Es wurden Pakete mit jeweils 20 Zyklen nacheinander bei unterschiedlichen mittleren Deviatorspannungen q^{av} aufgebracht. Der rechte Teil des Bildes 3.3 zeigt die gemessenen $q \cdot \varepsilon_v$ -Schleifen. Es wurde festgestellt, dass sich der Boden unterhalb eines bestimmten q^{av} kontraktant und oberhalb dieses Grenzwertes dilatant verhält. Luong definierte eine von der Dichte des Sandes unabhängige Grenzlinie (sog. CT-Linie für "characteristic threshold line") in der p-q-Ebene. Für mittlere Spannungszustände σ^{av} unterhalb der CT-Linie kommt es demnach zur Verdichtung, und oberhalb der CT-Linie ist ein dilatantes Materialverhalten zu erwarten.



Bild 3.3: Kontraktantes und dilatantes Verhalten unter zyklischer Belastung in Abhängigkeit von der mittleren Spannung nach Luong [91]: a) q- ε_1 -Schleifen, b) q- ε_v -Schleifen

Eine zweite wichtige Studie zur Akkumulationsrichtung wurde von Chang & Whitman [21] durchgeführt. In einer Reihe zyklischer Triaxialversuche an Mittel- bis Grobsand



Bild 3.4: Untersuchungen zur Akkumulationsrichtung von Chang & Whitman [21]: a) bleibende volumetrische Dehnungen ε_v^{acc} als Funktion des Spannungsverhältnisses η^{av} , b) bleibende Scherdehnung γ^{acc} als Funktion von ε_v^{acc} für unterschiedliche Werte von η^{av}



Bild 3.5: Untersuchungen zur Akkumulationsrichtung von Chang & Whitman [21]: a) gemessene Akkumulationsrichtungen in der p-q-Ebene verglichen mit der Fließrichtung des mod. Cam Clay Modells, b) γ^{acc} als Funktion von ε_v^{acc} für unterschiedliche mittlere Drücke p^{av} und Spannungsamplituden $\zeta = q^{ampl}/p^{av}$

wurde der mittlere Druck $p^{\rm av}$ konstant gehalten, während das Spannungsverhältnis $\eta^{\rm av}$ von Versuch zu Versuch variiert wurde. Vier Versuche wurden mit einer dichten und vier weitere mit einer lockeren Anfangslagerung durchgeführt. Im Bild 3.4a ist die bleibende Volumendehnung nach 100 Zyklen als Funktion des Spannungsverhältnisses $\eta^{\rm av} = q^{\rm av}/p^{\rm av}$ aufgetragen. Unabhängig von der Lagerungsdichte des Sandes wurde für $\eta^{\rm av} \approx M_c(\varphi_c)$ ein Verschwinden der Akkumulationsrate der volumetrischen Dehnung beobachtet. Nach Chang & Whitman [21] ist die von Luong [91] definierte CT-Linie somit identisch mit der kritischen Grenzgeraden. Für $\eta^{\rm av} < M_c(\varphi_c)$ wurde eine Verdichtung und für $\eta^{\rm av} > M_c(\varphi_c)$ eine Auflockerung beobachtet. In weiteren Versuchen wurde von Chang & Whitman [21] gezeigt, dass das Verhältnis $\gamma^{\rm acc}/\varepsilon_v^{\rm acc}$ mit zunehmenden Werten von $\eta^{\rm av}$ steigt (Bild 3.4b). Eine gute Approximation der gemessenen Akkumulationsrichtung durch die Fließregel des modifizierten Cam Clay Modells $\omega = (M_c^2 - (\eta^{\rm av})^2)/(2\eta^{\rm av})$ konnte für unterschiedliche Sande demonstriert werden (siehe Darstellung in der *p*-*q*-Ebene in Bild 3.5a). Ein Einfluss des mittleren Druckes $p^{\rm av}$ und des Amplitudenverhältnisses $\zeta = q^{\rm ampl}/p^{\rm av}$ auf das Verhältnis $\gamma^{\rm acc}/\varepsilon_v^{\rm acc}$ konnte nicht festgestellt werden (Bild 3.5b). Auch der Einfluss der Zyklenanzahl wird in [21] insofern als vernachlässigbar erachtet. Allerdings wurden von Chang & Whitman [21] lediglich 1.050 Zyklen getestet. Es ist somit nicht geklärt, ob die Versuchsergebnisse auch auf wesentlich größere Zyklenanzahlen übertragbar sind.

3.2.2 Akkumulationsintensität

3.2.2.1 Einfluss der Zyklenanzahl

Hinsichtlich der Entwicklung der bleibenden Verformung bzw. Dehnung mit der Zyklenanzahl wird zurückgehend auf Goldscheider & Gudehus [34] zwischen einem schrittweisen Versagen, einem Shakedown und einer Beruhigung unterschieden (Bild 3.6). Diese Begrifflichkeiten beziehen sich ursprünglich auf zyklisch belastete Gründungselemente, können jedoch auch auf Elementversuche angewendet werden. Beim schrittweisen Versagen (Bild 3.6a) steigt die bleibende Dehnung proportional oder sogar überproportional zur Anzahl der Zyklen N. Beim Skakedown (Bild 3.6b) klingt die Rate der bleibenden Dehnung nach einigen Lastzyklen vollständig ab, so dass lediglich noch elastische Dehnungen zu betrachten sind. Im Fall der Beruhigung nimmt die Rate $\dot{\varepsilon}^{\rm acc} = \partial \varepsilon^{\rm acc} / \partial N$ mit jedem Zyklus ab, ohne jemals vollständig zu verschwinden (z.B. $\varepsilon^{\rm acc} \sim \ln(N)$, Bild 3.6c). Explizite Akkumulationsmodelle werden für den Fall der Beruhigung entwickelt, so dass sich die folgenden Ausführungen auf diesen Fall konzentrieren.

In der Literatur wurden unterschiedliche Formen des Verlaufes $\varepsilon^{\text{acc}}(N)$ berichtet. Lentz & Baladi [85] beobachteten in dränierten zyklischen Triaxialversuchen an Sand eine Zunahme der bleibenden axialen Dehnung $\varepsilon_1^{\text{acc}}$ proportional zum Logarithmus der Zyklenanzahl N (Bild 3.7). In den Versuchen wurde ausgehend von einem isotropen Spannungszustand die axiale Spannung zwischen $\sigma_1 = \sigma_3$ und $\sigma_1 = \sigma_3 + 2\sigma_1^{\text{ampl}}$ variiert.

Auch Suiker [153] arbeitete mit zyklischen Spannungspfaden mit $q^{\min} \approx 0$ und verschiedenen maximalen Spannungsverhältnissen $\eta^{\max}/M_c(\varphi_p)$ im Triaxialgerät an ungesättigtem Schotter sowie weitgestuftem Sand. Die Proben wurden mit 95 % der Proctordichte $(I_D \approx 0.85 \div 0.90)$ und dem optimalen Wassergehalt $w_{\rm Pr}$ eingebaut und mit einer Frequenz



Bild 3.6: Unterscheidung des Verformungsverhaltens eines Gründungskörpers (Verschiebung u) bzw. einer Bodenprobe (Dehnung ε) unter zyklischer Belastung: a) schrittweises Versagen, b) shakedown, c) Beruhigung [34]



Bild 3.7: Akkumulationskurven $\varepsilon_1^{acc}(N)$ Bi nach Lentz & Baladi [85] ein

Bild 3.8: Akkumulationskurven $\varepsilon_q^{acc}(N)$ für einen weitgestuften Sand nach Suiker [153]

von 5 Hz dräniert belastet. Das Bild 3.8 zeigt die Entwicklung der bleibenden deviatorischen Dehnung mit der Zyklenanzahl. In der halblogarithmischen Darstellung war eine *Reduktion* der Steigung der Kurven $\varepsilon_q^{\rm acc}(N)$ nach ca. 1.000 Zyklen festzustellen (sogar im Versuch mit $\eta^{\rm max} \approx M_c(\varphi_P)$). Suiker wählte die Begriffe "Konditionierungsphase" für $N < 10^3$ und "Verdichtungsphase" für $N > 10^3$. In einem Versuch mit $N_{\rm max} = 5 \cdot 10^6$ kam es jedoch bei größeren Zyklenanzahlen wieder zu einer Zunahme der Steigung.

Helm et al. [49] untersuchten zwei bindige (Schluff, Mergel) und zwei nichtbindige Böden (Fein-, Mittelsand) in dränierten zyklischen Triaxialversuchen. Bei einem konstanten Seitendruck σ_3 oszillierte die axiale Spannung mit der Amplitude σ_1^{ampl} um einen Mittelwert σ_1^{av} , aber anders als bei Lentz & Baladi [85] und Suiker [153] war die Spannung bei minimalem σ_1 nicht isotrop. Die Entwicklung der axialen Dehnung mit N ist im Bild 3.9 für den Mittelsand dargestellt. In der halblogarithmischen Darstellung ist eine deutliche Zunahme der Steigung der Kurven $\varepsilon_1^{\text{acc}}(N)$ mit wachsender Zyklenanzahl festzustellen.





Bild 3.9: Akkumulationskurven $\varepsilon_1^{\text{acc}}(N)$ für einen Mittelsand nach Helm [49]

Bild 3.10: Akkumulationskurven $\varepsilon_1^{acc}(N) \sim N^{\alpha}$ für Basaltschotter 22,4/63 nach Gotschol [35]

Helm et al. [49] schlugen eine bilineare Approximation der Verläufe im halblogarithmischen Maßstab vor.

Zu ln(N) überproportionale Akkumulationskurven $\varepsilon^{\rm acc}(N)$ stellten auch Marr & Christian [94] für einen enggestuften Feinsand fest. Das Bild 3.10 zeigt die Ergebnisse von großformatigen zyklischen Triaxialversuchen an Basaltschotter nach Gotschol [35]. Im $\varepsilon_1^{\rm acc}$ -N-Diagramm mit doppeltlogarithmischem Maßstab, welches auch die bleibenden Dehnungen im ersten Zyklus zeigt, ergeben sich Geraden, d.h. die Akkumulationskurven lassen sich durch einen Potenzansatz der Form $\varepsilon_1^{\rm acc} \sim N^{\alpha}$ mit einer Konstanten α beschreiben. Dieser Potenzansatz wurde auch häufig zur Formulierung expliziter Akkumulationsmodelle (siehe Kapitel 6) verwendet. Die in [35] bericheten Verläufe der Volumendehnung $\varepsilon_v^{\rm acc}(N)$ widersprechen jedoch der zyklischen Fließrichtung, wie sie von Luong [91] und Chang & Whitman [21] (Abschnitt 3.2.1) beobachtet wurde.

3.2.2.2 Einfluss der Dehnungs- bzw. Spannungsamplitude

Eine Zunahme der Akkumulationsrate mit der Spannungsamplitude kann bereits den Bildern 3.7 bis 3.10 entnommen werden. Youd [188] beobachtete in zyklischen Einfachscherversuchen ebenfalls einen starken Anstieg der Verdichtungsrate mit zunehmender Scherdehnungsamplitude γ^{ampl} (Bild 3.11). Amplituden unterhalb einer Grenzscherdehnung $\gamma^{\text{ampl}} = 10^{-4}$ verursachten keine bleibenden Dehnungen. Silver & Seed [151, 150] zogen aus zyklischen Einfachscherversuchen (Bild 3.12) ähnliche Schlüsse. In der halblogarithmischen (!) Darstellung der Bilder 3.11 und 3.12 erkennt man eine näherungsweise



Bild 3.11: Zunahme der bleibenden Verdichtung Δe mit der Scherdehnungsamplitude γ^{ampl} nach Youd [188]



Bild 3.12: Bleibende axiale Dehnung ε_1^{acc} als Funktion der Scherdehnungsamplitude γ^{ampl} nach Silver & Seed [151, 150]

quadratische Zunahme der Akkumulationsrate mit γ^{ampl} .

Sawicki & Świdziński [133, 134] führten zyklische Einfachscherversuche mit unterschiedlichen Amplituden γ^{ampl} an einem Feinsand durch. Das Bild 3.13a zeigt wieder, dass größere Amplituden eine stärkere Verdichtung verursachen können. Trägt man $\varepsilon_v^{\text{acc}}$ bzw. die von Sawicki & Świdziński definierte Zustandsvariable "Verdichtung" $\Phi = \Delta n/n_0$ über $\tilde{N} = \frac{1}{4}N(\gamma^{\text{ampl}})^2$ auf, so fallen die Verläufe $\Phi(\tilde{N})$ in einer Kurve zusammen (Bild 3.13b). Diese wird von Sawicki & Świdziński als "allgemeine Verdichtungskurve" bezeichnet und durch

$$\Phi(\tilde{N}) = C_1 \ln\left(1 + C_2 \tilde{N}\right) \tag{3.1}$$

mit den Materialkonstanten C_1 und C_2 approximiert. Da die Kurven $\Phi(\tilde{N})$ in Bild 3.13b leicht auseinanderlaufen, lässt sich vermuten, dass die Gleichung (3.1) für größere Zyklenanzahlen N > 50 nicht mehr zutrifft, was im Abschnitt 5.2.6 auch noch gezeigt wird.

Zu den Einfachscherversuchen mit großen Scherdehnungsamplituden ist anzumerken, dass in den ersten Zyklen zwar ausschließlich eine Verdichtung stattfindet, bei Erreichen einer bestimmten Dichte jedoch bei jeder Schubumkehr zunächst ein kontraktantes gefolgt von einem dilatanten Materialverhalten beobachtet wird (Bild 3.14, Gudehus [39] oder auch Pradhan et al. [121] und Triantafyllidis [162]). Hierdurch kommt es bei Scherwellen zu einer Verdoppelung der Frequenz der Longitudinalwellen (Gudehus et al. [40]).

Allgemein ist fraglich, ob aus zyklischen Einfachscherversuchen quantitative Aussagen getroffen werden können, da das Dehnungsfeld inhomogen über das Probenvolumen ist und die seitlichen Spannungen zumeist nicht gemessen wurden. Die Aussagekraft und



Bild 3.13: a) Verläufe $\varepsilon_v^{\text{acc}}(N)$ und b) Kurven $\Phi(\tilde{N})$ für unterschiedliche Scherdehnungsamplituden γ^{ampl} nach Sawicki & Świdziński [133, 134]

Zuverlässigkeit zyklischer Triaxialversuche und auch zyklischer Torsionsscherversuche an Hohlzylinderproben wird daher höher eingeschätzt. Eine Serie mit zyklischen Triaxialversuchen zum Amplitudeneinfluss wurde von Marr & Christian [94] durchgeführt. Während der mittlere Spannungszustand und die Anfangslagerungsdichte konstant gehalten wurden, wurde das Amplitudenverhältnis $\zeta = \sigma_1^{\text{ampl}}/p^{\text{av}}$ von Versuch zu Versuch variiert. Das Bild 3.15 zeigt Verläufe $\varepsilon^{\text{acc}}(\zeta)$, die aus den Daten von Marr & Christian [94] erstellt wurden. Kurven der Form $\varepsilon^{\text{acc}} \sim \zeta^{\alpha}$ mit $1, 9 \leq \alpha \leq 2, 3$ konnten für die unterschiedlichen Zyklenanzahlen angepasst werden.





Bild 3.14: e-tan (γ) -Hysteresen: Verdopplung der Frequenz des zeitlichen Verlaufs der Porenzahl e(t) bei großen Amplituden nach vielen Zyklen, nach Gudehus [39]

Bild 3.15: Bleibende Dehnung ε^{acc} als Funktion des Amplitudenverhältnisses ζ nach Marr & Christian [94]

3.2.2.3 Einfluss der Polarisation der Zyklen

Der Einfluss der Polarisation, d.h. der Richtung der Zyklen im Spannungs- bzw. Dehnungsraum, wurde bisher kaum betrachtet. Zumeist wurden rein deviatorische Scherungen im Einfachscherversuch und vorwiegend deviatorische Zyklen in Triaxialversuchen mit $\sigma_3 =$ konstant untersucht. Ko & Scott [76] studierten den Effekt wiederholter Zyklen mit hydrostatischer Kompression auf die Akkumulation der Dehnungen in würfelförmigen Proben. Die Versuche zeigten eine betragsmäßig kleine Kompression der Proben während der ersten Zyklen, während der weiteren Zyklen wurde keine weitere Dehnungsakkumulation beobachtet. In den Versuchen beschränkten sich Ko & Scott [76] jedoch auf sehr wenige Zyklen.

Choi & Arduino [23] führten undränierte echte Triaxialversuche an Kiesproben (würfelförmig, Kantenlänge 24,1 cm) durch. Bei einem anfänglichen effektiven Druck von $p_0 = 138$ kPa wurden unterschiedlich gerichtete Spannungszyklen in der deviatorischen Ebene getestet. Es konnte keine Abhängigkeit des Verflüssigungswiderstandes von der Polarisation der Zyklen in der deviatorischen Ebene festgestellt werden (Bild 3.16).



Bild 3.16: Verflüssigungswiderstand von Kiesproben in echten Triaxialversuchen: Einfluss der Richtung der Zyklen θ in der deviatorischen Ebene nach Choi & Arduino [23] ($p_0 =$ effektiver Konsolidierungsdruck, $\Delta u =$ Porenwasserüberdruck)

3.2.2.4 Einfluss von Polarisationswechseln

Yamada & Ishihara [187] studierten den Einfluss eines Wechsels der Polarisation des Spannungspfades in dränierten und undränierten Versuchen an lockerem, gesättigtem Sand in
einem echten Triaxialgerät. Nach der Konsolidierung der Proben unter isotroper Spannung wurden vier Zyklen aufgebracht. Im ersten Zyklus wurde die vertikale Spannung bis zum Erreichen einer bestimmten oktaedrischen Schubspannung τ_{oct} (siehe Definition im Anhang II) erhöht und anschließend wieder auf $\tau_{oct} = 0$ reduziert. Die zwei horizontalen Spannungen wurden so variiert, dass der mittlere Druck p während des Zyklus konstant gehalten wurde. Nach der Aufbringung des ersten Zyklus wurde die Belastungsrichtung um einen bestimmten Winkel θ gedreht, und der zweite Zyklus wurde mit der gleichen Schubspannung τ_{oct} in diese Richtung aufgebracht. Der dritte Zyklus wurde in die gleiche Richtung wie der erste Zyklus ausgeführt, allerdings war τ_{oct} größer. Im vierten Zyklus wurde die Probe wiederum in die Richtung von Zyklus zwei geschert, wobei τ_{oct} in den Zyklen drei und vier identisch war.



Bild 3.17: Einfluss einer Rotation des Spannungspfades um a) $\theta = 0^{\circ}$, b) $\theta = 90^{\circ}$ und c) $\theta = 150^{\circ}$ auf die Akkumulation der volumetrischen Dehnungen nach Yamada & Ishihara [187]

Yamada & Ishihara beobachteten in den dränierten Versuchen, dass die bleibende volumetrische und deviatorische Dehnung nach dem zweiten und vierten Zyklus mit zunehmendem Winkel θ anstiegen, d.h. mit zunehmender Abweichung der Scherrichtung im zweiten und vierten Zyklus von der Richtung des ersten und dritten Zyklus (Bild 3.17). Gleiches galt für die Akkumulation des Porenwasserdruckes in den undränierten Versuchen. Yamada & Ishihara schlossen daraus, dass das Material die zurückliegende zyklische Belastungsgeschichte (zumindest zum Teil) "vergisst", wenn die aktuelle Belastungsrichtung von der bisherigen erheblich abweicht. Dieser Erinnerungsverlust ist umso größer, je größer der Unterschied der beiden Polarisationen ist.

3.2.2.5 Einfluss der Form der Zyklen

Pyke et al. [122] unterzogen eine trockene Sandschicht (Durchmesser d = 91.4 cm, Höhe h = 7.6 cm) auf zwei orthogonal aufeinander montierten Rütteltischen einer beschleunigungsgesteuerten, mehraxialen zyklischen Belastung. Die Setzungen der Sandschicht waren im Vergleich zu einaxialen Spannungspfaden um den Faktor 2 größer, wenn annähernd kreisförmige Spannungspfade mit der gleichen maximalen Schubspannung aufgebracht wurden (Bild 3.18a). Weiterhin resultierte die gleichzeitige Aufbringung zufällig generierter Verläufe $\tau_1(t)$ und $\tau_2(t)$ mit $\tau_1^{\text{ampl}} \approx \tau_2^{\text{ampl}}$ in den beiden horizontalen Richtungen 1 und 2 zu einer in etwa doppelt so großen Akkumulation verglichen mit Versuchen, in denen die Sandschicht nur durch $\tau_1(t)$ bzw. nur durch $\tau_2(t)$ geschert wurde (Bild 3.18b). Für die Akkumulationsrate scheinen demnach vor allem die Maximalwerte in den beiden Achsrichtungen während eines Zyklus maßgebend zu sein, und nicht die Form des Pfades zwischen den Extrema. Wurden die Rütteltische zusätzlich zur horizontalen Belastung mit $\tau_1(t)$ und $\tau_2(t)$ auch noch in der dritten, vertikalen Richtung beschleunigt, wurden noch größere Akkumulationsraten gemessen (Bild 3.18b). Aus den Versuchsergebnissen wurde geschlossen, dass die resultierende Setzung der Sandschicht bei einer gleichzeitigen zyklischen Scherung in mehreren orthogonal zueinander liegenden Richtungen der Summe der Setzungen entspricht, die sich aus der zyklischen Scherung in jeweils nur einer Richtung ergeben.



Bild 3.18: Rütteltischversuche nach Pyke et al. [122]: a) Vergleich einaxialer und kreisförmiger Spannungszyklen, b) stochastisch generierte Zyklen

Ishihara & Yamazaki [65] führten undränierte Einfachscherversuche mit einer spannungsgesteuerten Scherung in zwei zueinander orthogonalen Richtungen durch. In einer ersten

Versuchsreihe wurden elliptische Spannungspfade getestet, wobei die Amplitude τ_1^{ampl} konstant gehalten und die Amplitude in der dazu orthogonalen Richtung im Bereich $0 \leq \tau_2^{\rm ampl} \leq \tau_1^{\rm ampl}$ variiert wurde (Bild 3.19a). Der Verflüssigungswiderstand nahm mit der Rundheit der Spannungsschleifen ab, d.h. mit zunehmendem Verhältnis $\tau_2^{\rm ampl}/\tau_1^{\rm ampl}$ beschleunigte sich die Porenwasserdruckakkumulation, und die Verflüssigung (definiert als das Erreichen von $\gamma^{\text{ampl}} = 3 \%$) wurde in weniger Zyklen erreicht (Bild 3.19a). Betrachtet man z.B. das Amplitudenverhältnis $\tau_1^{\text{ampl}}/\sigma_{1,0} = 0,1$ ($\sigma_{1,0} =$ effektive vertikale Spannung vor der zyklischen Belastung), so wird die Verflüssigung bei einer einaxialen Scherung $(\tau_2^{\rm ampl}/\tau_1^{\rm ampl}=0)$ nach ca. 45 Zyklen und bei einer kreisförmigen Scherung $(\tau_2^{\rm ampl}/\tau_1^{\rm ampl}=1)$ nach ca. 8 Zyklen erreicht. In einer zweiten Reihe von Versuchen wurden Proben abwechselnd in τ_1 - und τ_2 -Richtung geschert (Bild 3.19b), wobei ein Zyklus als Durchlauf beider Scherrichtungen definiert wurde. Auch in diesen Versuchen nahm der Verflüssigungswiderstand mit zunehmendem Verhältnis $\tau_2^{\rm ampl}/\tau_1^{\rm ampl}$ ab. Im Fall von $\tau_2^{\rm ampl}/\tau_1^{\rm ampl}=1$ wurden bei einem Amplitudenverhältnis $\tau_1^{\rm ampl}/\sigma_{1,0}=0,1$ ca. 11 Zyklen bis zur Verflüssigung benötigt, d.h. die Porenwasserdruckakkumulation verlief etwas langsamer als bei den kreisförmigen Zyklen (Bild 3.19a).



Bild 3.19: Einfluss der Form der Spannungszyklen auf den Verflüssigungswiderstand nach Ishihara & Yamazaki [65]: a) elliptische Zyklen, b) alternierende Zyklen

3.2.2.6 Einfluss des mittleren Spannungszustandes

Zahlreiche experimentelle Studien mit zyklischen Einfachscherversuchen (Youd [188], Silver & Seed [151, 150], Sawicki & Świdziński [133, 134]) kamen zu dem Schluss, dass die axiale Auflast σ_1 die Dehnungsakkumulation nicht beeinflusst. Dies ist auch dem Bild 3.11 zu entnehmen. In den Versuchsreihen wurden allerdings nur wenige Zyklen mit großen Am-

plituden ($\gamma^{ampl} > 10^{-3}$) aufgebracht, und die Nachteile zyklischer Einfachscherversuche wurden bereits angesprochen.

Timmerman & Wu [160] verglichen in zyklischen Triaxialversuchen die Dehnungsakkumulation bei zwei unterschiedlichen Seitendrücken $\sigma_3 = 48$ kPa und $\sigma_3 = 138$ kPa. Bei einem identischen Spannungsverhältnis $\eta^{av} = q^{av}/p^{av}$ reichten beim kleineren der beiden Drücke kleinere Spannungsamplituden aus, um nach 10.000 Zyklen die gleiche bleibende Dehnung zu erhalten. Allerdings blieb die Druckabhängigkeit der Steifigkeit von Timmerman & Wu unberücksichtigt. Die Zunahme der Akkumulationsrate mit abnehmendem mittleren Druck p^{av} bei q^{ampl} = konstant resultiert vermutlich größtenteils aus dem gleichzeitigen Anstieg der Dehnungsamplitude.



Bild 3.20: Einfluss des mittleren Spannungszustandes auf die Dehnungsakkumulation nach Marr & Christian [94]: Effekt von η^{*av} auf a) ε_1^{acc} und b) ε_v^{acc} , Effekt von p^{*av} auf c) ε_1^{acc} und d) ε_v^{acc}

Marr & Christian [94] untersuchten unterschiedliche mittlere Spannungszustände $p^{*av} = (\sigma_1^{av} + \sigma_3^{av})/2, q^{*av} = (\sigma_1^{av} - \sigma_3^{av})/2, \eta^{*av} = q^{*av}/p^{*av}$ in zyklischen Triaxialversuchen mit

 $\zeta^* = \sigma_1^{\text{ampl}}/p^{\text{sav}} = \text{konstant.}$ Linien mit identischen bleibenden Dehnungen ($\varepsilon_1^{\text{acc}} = \text{konstant}$) in einem η^{sav} -N- bzw. p^{sav} -N-Diagramm zeigt das Bild 3.20. Marr & Christian beobachteten einen signifikanten Anstieg der Akkumulationsrate der axialen Dehnung mit dem Spannungsverhältnis η^{sav} (Bild 3.20a). Die Rate der volumetrischen Dehnung (Bild 3.20b) verlangsamte sich zunächst mit steigendem η^{sav} und nahm bei größeren Spannungsverhältnissen wieder zu. Dies steht jedoch im Widerspruch zu den Ergebnissen von Luong [91] und Chang & Whitman [21], nach denen die volumetrische Rate auf der kritischen Grenzlinie veschwindet. Die Akkumulation sowohl der axialen (Bild 3.20c) als auch der volumetrischen Dehnung (Bild 3.20d) verlief mit zunehmendem mittleren Druck schneller. Allerdings blieb auch bei Marr & Christian unberücksichtigt, dass infolge von $\zeta^* = \text{konstant}$ die Dehnungsamplitude mit dem Druck steigt und evtl. allein die größeren Werte von $\varepsilon^{\text{ampl}}$ (in [94] nicht angegeben) die schnellere Akkumulation verursachen.



Bild 3.21: Verdichtung des Korngerüstes trotz $\sigma^{av} = 0$: a) Undränierte zyklische Triaxialversuche mit Rekonsolidierung nach Shamoto et al. [147], b) Schematische Darstellung der Verdichtung bei $\sigma^{av} = 0$

Eine Extrapolation der eigenen, im Abschnitt 5.2.4 vorgestellten Versuchsdaten prognostiziert eine Akkumulationsrate $\dot{\varepsilon}^{\rm acc} \neq 0$ für den Fall, dass die mittlere effektive Spannung verschwindet ($\sigma^{\rm av} = 0$). Dieser Zustand tritt z.B. im undränierten zyklischen Versuch nach der Verflüssigung der Probe ein. Shamoto et al. [147] führten solche Versuche mit einer anschließenden Rekonsolidierung der Proben durch (Bild 3.21a). Für die Proben, die sich während der undränierten zyklischen Belastung nicht verflüssigten ($\Delta u/p_0 < 1$ mit dem isotropen, effektiven Konsolidierungsdruck p_0), existiert eine klare Korrelation zwischen dem aufgebauten Porenwasserüberdruck Δu und der in der Rekonsolidierungsphase aufgrund der Dissipation des Porenwassers entstehenden Volumendehnung $\varepsilon_{v,RC}$. Für die verflüssigten Proben ($\Delta u/p_c = 1$) streuen die Werte von $\varepsilon_{v,RC}$ stark (man beachte die logarithmische Skalierung der Ordinate), was eigentlich nur auf eine unterschiedliche zyklische Scherung im Zustand $\sigma^{av} = 0$ zurückgeführt werden kann. Im Zustand $\sigma^{av} = 0$ findet demnach eine weitere latente Akkumulation im Korngerüst statt, welche als lokale Verdichtung (Bild 3.21b) erklärt werden kann. Diese wird erst während der Rekonsolidierung sichtbar. Dies passt zu Beobachtungen, dass Setzungen nach einem Erdbeben oftmals größer sind als aus der Dissipation des Porenwassers zu erwarten wäre.

3.2.2.7 Einfluss der Porenzahl/Lagerungsdichte

Bereits das Bild 3.12 nach Silver & Seed [151, 150] zeigt, dass die Akkumulationsrate stark von der Anfangslagerungsdichte abhängt. In Einfachscherversuchen waren die bleibenden Dehnungen bei einer Anfangslagerungsdichte $D_{r0} = 0,45$ im Vergleich zu $D_{r0} = 0,6$ etwa doppelt so groß, und sechsmal größer als im Fall $D_r = 0,8$. Youd [188] stellte fest, dass die in Standardverfahren ermittelte minimale Porenzahl e_{\min} durch eine zyklische Belastung stark unterschritten werden kann. Für unterschiedliche Versuchsrandbedingungen (σ_1 , γ^{ampl}) beobachtete Youd eine Verdichtung bis zu $I_D = 1,27$.



Bild 3.22: Akkumulierte axiale Dehnung $\varepsilon_1^{\text{acc}}$ als Funktion des Anfangsporenanteils n_0 nach Hain [42]

Bild 3.23: Akkumulierte volumetrische Dehnung ε_v^{acc} in Abhängigkeit der Anfangsporenzahl e_0 nach Marr & Christian [94]

In zyklischen Triaxialversuchen untersuchte Hain [42] einen feinkörnigen trockenen Sand mit unterschiedlichen Anfangsporenanteilen n_0 , wobei die axiale Spannung zwischen $\sigma_1 = \sigma_3$ und $\sigma_1 = \sigma_1^{\text{max}}$ oszillierte. Für Spannungsverhältnisse am Peak von $\sigma_1^{\text{max}}/\sigma_3 \leq 3$ waren die Verläufe $\varepsilon_1^{\text{acc}}(n_0)$ für eine bestimmte Zyklenanzahl N annähernd linear, für größere Spannungsverhältnisse wurden überlineare Kurven gemessen (Bild 3.22). Eine überproportionale Zunahme der residualen volumetrischen (Bild 3.23) und axialen Dehnung mit der Anfangsporenzahl e_0 konnten auch Marr & Christian [94] feststellen.

3.2.2.8 Einfluss der Belastungsfrequenz

Über den Einfluss der Belastungsfrequenz auf die Verformungsakkumulation wird in der Literatur widersprüchlich berichtet. Youd [188] konnte in dränierten zyklischen Einfachscherversuchen keine Frequenzabhängigkeit der Akkumulationsrate im getesteten Bereich $0,2 \text{ Hz} \leq f_B \leq 1,9 \text{ Hz}$ feststellen (Bild 3.24). Auch Shenton [149] berichtete, dass die bleibenden Dehnungen in dränierten zyklischen Triaxialversuchen an Schotter der Körnung 13/38 nicht von der Frequenz abhängen (getestet wurde der Bereich $0,1 \text{ Hz} \leq f_B \leq 30 \text{ Hz}$). In undränierten zyklischen Triaxialversuchen konnten Kokusho et al. [77] keinen Einfluss der Frequenz beobachten. Auch Sasaki & Yamada (nach Tatsuoka et al. [158]) maßen in undränierten zyklischen Triaxialversuchen trotz unterschiedlicher Belastungsfrequenzen ($f_B = 0,05 \text{ Hz}$ und $f_B = 0,5 \text{ Hz}$) den gleichen Verflüssigungswiderstand.



Bild 3.24: Verdichtung Δe in Abhängigkeit der Belastungsfrequenz nach Youd [188]

Bild 3.25: Akkumulationskurven $\varepsilon_1^{acc}(N)$ für unterschiedliche Belastungsfrequenz nach Kempfert et al. [71]

Dahingegen berichten Kempfert et al. [71] von einem nicht zu vernachlässigenden Einfluss der Belastungsfrequenz auf die Verformungsakkumulation in zyklischen Triaxialversuchen an Basaltschotter der Körnung 22,4/60. Die Verformung infolge des ersten Zyklus wuchs mit zunehmender Belastungsfrequenz. Eine größere Frequenz führte hingegen zu kleineren Akkumulationsraten während aller weiteren Zyklen. Hierzu ist anzumerken, dass zumindest bei den größeren Frequenzen $f_B \geq 5$ Hz identische Spannungsamplituden zu kleineren Dehnungsamplituden führen und die Abnahme der Akkumulationsrate in den weiteren Zyklen mit f_B hierauf zurückzuführen sein könnte.

3.2.2.9 Einfluss der Struktur des Korngerüstes und der Historiotropie

Die Akkumulationsrate hängt stark von der Struktur des Korngerüstes und der Kraftverteilung darin ab. Die Anfangsstruktur ergibt sich aus der Sedimentation bzw. im Fall von Laborproben aus der Präparationsmethode (*inhärente* Anisotropie) und wird durch monotone und zyklische Belastungen verändert (*induzierte* Anisotropie). Der Einfluss der Struktur bzw. der Historiotropie (Abhängigkeit von der Belastungsvorgeschichte) auf die Akkumulationsrate wurde in der Literatur vor allem mit Versuchen ohne Dränage studiert.

Unterschiedliche Präparationstechniken führen zu unterschiedlichen Anfangsstrukturen des Korngerüstes. Beim Einrieseln von trockenem Sand legen sich längliche Körner zumeist flach, während beim lagenweisen Einstampfen feuchten Sandes eine zufällige Orientierung erreicht wird (Nemat-Nasser & Takahashi [100]). Dass unterschiedliche Präparationsmethoden zu unterschiedlichen Akkumulationsraten im undränierten Fall und damit zu unterschiedlichen Verflüssigungswiderständen führen, wurde von mehreren Autoren gezeigt. Beispielhaft sind im Bild 3.26 undränierte zyklische Triaxialversuche von Ladd [81] an drei unterschiedlichen Sanden dargestellt. Ladd beobachtete, dass durch trockenes Rieseln präparierte und durch Vibration verdichtete Proben sich bei ca. vierfach kleineren Zyklenanzahlen "verflüssigten" als Proben, die lagenweise feucht eingestampft wurden. Ähnliche Versuchsergebnisse wurden von Mulilis et al. [98, 99] erhalten. Porcino et al. [117] berichten, dass Rieseln durch Luft zu signifikant kleineren Verflüssigungswiderständen führt als Rieseln durch Wasser. Oda et al. [116] zeigen, dass die Sedimentationsrichtung im Vergleich zur Polarisation der zyklischen Belastung eine Rolle spielt. Proben, die parallel zur Sedimentationsrichtung zyklisch belastet wurden, besaßen höhere Verflüssigungswiderstände als Proben, die parallel zur Ablagerungsrichtung belastet wurden. Viele Autoren beobachteten, dass der Verflüssigungswiderstand qualitativ hochwertiger ungestörter insitu-Proben wesentlich höher ist als derjenige rekonstituierter Laborproben (unabhängig von der Probenpräparationsmethode (Mulilis et al. [98, 99], Tokimatsu and Hosaka [161], Hatanaka et al. [46], Porcino et al. [117]). Dies ist vermutlich sowohl auf die (zyklische und monotone) Vorbelastung des in-situ Bodens als auch auf Alterungseffekte (siehe Abschnitt 3.2.2.11) zurückzuführen.

Einige Publikationen (Finn et al. [31], Seed et al. [144], Seed et al. [146], Teachavoransinskun et al. [159], Ishihara & Okada [63, 64], Suzuki & Toki [154]) beschäftigen sich mit





Bild 3.26: Unterschiedliche Verflüssigungswiderstände infolge unterschiedlicher Probenpräparationsmethoden für drei Sande nach Ladd [81]

Bild 3.27: Abnahme der Rate $\dot{u} = \partial u / \partial N$ des Porenwasserdruckes mit zunehmender zyklischer Vorbelastung, Rütteltisch-Versuche nach Seed et al. [144]

dem Einfluss einer zyklischen Vorgeschichte auf den Verflüssigungswiderstand. Die Versuchsergebnisse wurden von Wichtmann et al. [178] zusammengefasst. An dieser Stelle seien exemplarisch die Versuche von Seed et al. [144] besprochen. Seed et al. [144] führten Rütteltischversuche unter undränierten Einfachscherbedingungen an voll gesättigtem Sand durch. Pakete mit einer kleinen Zyklenanzahl N (kleiner als die zur Verflüssigung benötigte Zyklenanzahl) wurden nacheinander aufgebracht. Jedes Paket simulierte dabei ein Erdbeben von geringer Intensität. Nach jedem Paket wurde die Dränage geöffnet und der Boden rekonsolidiert. Das Bild 3.27 zeigt, dass die Akkumulation des Porenwasserdruckes von Paket zu Paket, d.h. mit zunehmender zyklischer Vorbelastung des Sandes, langsamer verläuft.

3.2.2.10 Stochastische zyklische Belastungen und Zyklenpakete

Bei zyklischen Belastungen in situ (Verkehrsbelastung, Wind, Wellen) bleibt die Amplitude nur selten konstant, sondern variiert von Zyklus zu Zyklus. Im Bereich der Ermüdung von Metallen unter Wechselbelastungen wird zur Berücksichtigung variierender Amplituden oft die Miner-Regel [96] verwendet. Ist N_{fi} die Zyklenanzahl, bei der unter einer konstanten Amplitude σ_i ein Werkstoffversagen eintritt, dann ist ein Versagen bei einer Belastung mit unterschiedlichen Amplituden bei

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{N_i}{N_{fi}} = 1 \tag{3.2}$$

zu erwarten, worin N_i die aufgebrachte Zyklenanzahl mit der Amplitude σ_i ist. Die Reihenfolge der Aufbringung der Zyklenpakete spielt demnach hinsichtlich des Versagenszeitpunktes keine Rolle.

Auch die Spannungsamplituden während eines Erdbebens variieren stark mit der Zeit. Unregelmäßige zyklische Belastungen wurden z.B. von Ishihara & Yasuda [66] und Tatsuoka et al. [158] getestet. Zur Beurteilung einer Verflüssigungsgefährdung wird die unregelmäßige Einwirkung oft vereinfachend durch äquivalente, regelmäßige Zyklen mit einer konstanten Amplitude ersetzt (Seed et al. [142, 141]). Äquivalent bedeutet hier, dass die unregelmäßige und die regelmäßige Belastung zum gleichen Aufbau von Porenwasserüberdruck führen. Die konstante Amplitude der regelmäßigen Belastung wird als ein bestimmter Bruchteil (zumeist 65 %) der maximalen Amplitude der unregelmäßigen Belastung gewählt.

Zyklenpakete (engl. "multistage cyclic loading") wurden von Kaggwa et al. [69] an einem kalkhaltigen Sand in dränierten Triaxialversuchen untersucht. Bei konstanten mittleren Spannungen ($p^{av} = 266,7$ kPa, $q^{av} = 200$ kPa) wurden drei Zyklenpakete mit jeweils 50 Zyklen und den Amplituden $q^{ampl} = 100, 150$ und 200 kPa in unterschiedlicher Reihenfolge aufgebracht. Die bleibenden Scher- und Volumendehnungen sind im Bild 3.28 dargestellt. Während der Verlauf der Dehnungen mit N von der Reihenfolge der Zyklenpakete kaum von der Paketreihenfolge beeinflusst. Durch das von Kaggwa et al. [69] vorgeschlagene Konzept einer äquivalenten Zyklenanzahl kann der Verlauf der Dehnungen bei Zyklenpakete [6].



Bild 3.28: Bleibende a) Scher- und b) Volumendehnungen in Versuchen mit Zyklenpaketen nach Kaggwa et al. [69]

3.2.2.11 Alterungseffekte

Die sog. Alterung (engl. "aging") des Bodens führt bei konstanten äußeren Spannungen zu einer Veränderung seiner mechanischen Eigenschaften mit der Zeit t. So wird von einer Zunahme der Steifigkeit und Festigkeit des Bodens mit t berichtet. Alterungseffekte resultieren z.B. aus einer Zementierung (Verkittung) der Kornkontakte oder einer Verbesserung der Mikro- und Makroverzahnung der Kontakte durch sehr kleine Relativbewegungen. Eine ausführliche Untersuchung zu den Ursachen der Alterung (die allerdings auch nicht alle Fragen beantworten konnte) wurde von Baxter [8] durchgeführt. Die Alterung des Bodens führt auch zu einer Reduktion der Akkumulationsrate unter zyklischer Belastung. Das Bild 3.29 zeigt Laborversuche von Seed [139], in denen Proben direkt nach der Präparation bzw. erst nach einer bestimmten Standzeit unter konstanten Spannungen (1 Tag $\leq t \leq 100$ Tage) zyklisch undräniert belastet wurden. Nach 100 Tagen unter konstanten Spannungen wurde bereits ein im Vergleich zur frisch präparierten Probe um 25 %höherer Verflüssigungswiderstand gemessen. Seed [139] extrapolierte die Laborversuche für größere Standzeiten (Bild 3.29) und konnte damit die in in-situ-Messungen festgestellten erhöhten Verflüssigungswiderstände gegenüber Tests an gestörten Laborproben desselben Materials erklären.



Bild 3.29: Erhöhung des Verflüssigungswiderstandes infolge einer Alterung des Bodens nach Seed [139] (CSR = "cyclic stress ratio" = für eine Verflüssigung nach einer bestimmten Zyklenanzahl notwendiges Amplitudenverhältnis q^{ampl}/p_0)



Bild 3.30: Reduktion des Verflüssigungswiderstandes bei Erhöhung des Anteils an feinem Korn FC (Korn mit d < 0,075 mm) nach Chien et al. [22]

3.2.2.12 Einfluss der Korngrößenverteilungskurve

In dränierten zyklischen Versuchen wurde der Einfluss der Korngrößenverteilungskurve nichtbindiger Böden bisher kaum untersucht. Helm et al. [49] beobachteten geringere bleibende Verformungen bei einem Feinsand ($d_{50} = 0,13 \text{ mm}, U = 1,75$) im Vergleich zu einem Mittelsand ($d_{50} = 0,31 \text{ mm}, U = 2,12$). Dies wurde mit der größeren Ungleichförmigkeitszahl des Mittelsandes sowie dem größeren Größtkorndurchmesser begründet. Aus den Ergebnissen undränierter zyklischer Versuche schlossen Castro & Poulos [17], dass der Einfluss der Korngrößenverteilungskurve auf den Verflüssigungswiderstand ebenso hoch einzuschätzen ist wie der Effekt der Anfangslagerungsdichte. Dabei wurde – konträr zu den Beobachtungen von Helm et al. [49] - für Böden mit einem kleinen d_{10} zumeist ein schnellerer Aufbau von Porenwasserüberdruck beobachtet als für Böden mit gröberem Korn. Zu ähnlichen Versuchsergebnissen kamen Lee & Fitton [84].

Von Chien et al. [22] (siehe Bild 3.30) und Kokusho et al. [77] wurde berichtet, dass der Verflüssigungswiderstand durch einen zunehmenden Anteil an feinem Korn reduziert wird. An anderer Stelle (Wong et al. [185], Evans & Zhou [30]) ist nachzulesen, dass die Porenwasserdruckakkumulation in undränierten Versuchen im Fall von Kies bzw. von kiesigen Sanden langsamer verläuft als beim Sand. Abgesehen von den Versuchen von Helm et al. [49] sprechen die in der Literatur dokumentierten Versuchsergebnisse für eine Zunahme der Akkumulationsrate mit abnehmendem Korndurchmesser.

3.3 Elementversuche zur Sekantensteifigkeit der Spannungs-Dehnungs-Hysterese

Die meisten experimentellen Studien zur Sekantensteifigkeit der Spannungs-Dehnungs-Hysterese bei zyklischer Belastung wurden mit Hilfe von RC-Versuchen durchgeführt und untersuchen daher die Abhängigkeit des Sekantenschubmoduls G_{hyst} von diversen Einflussfaktoren.

Eine schematische Darstellung einer Schubspannungs-Scherdehnungs-Hysterese während eines Zyklus zeigt das Bild 3.31a. I.d.R. ist die Schleife (anders als im Bild 3.31a, siehe z.B. Bild 1.4) nicht vollständig geschlossen, so dass am Ende des Zyklus eine residuale Dehnung oder Spannungsänderung im Material verbleibt. Folgt man der Erstbelastungskurve $\tau(\gamma)$ beginnend von $(\tau, \gamma) = (0, 0)$, nimmt die Schubsteifigkeit *G* mit zunehmender Scherdehnung γ ab. Die erhöhte Schubsteifigkeit direkt nach einer Umkehr der Dehnungsrichtung und die anschließende Abnahme von *G* bei weiterer Scherung führen zu unterschiedlichen Be- und Entlastungsästen der Hystereseschleife, so dass diese eine Fläche in der τ - γ -Ebene umschließt. Der Sekantenschubmodul $G_{\rm hyst} = \tau^{\rm ampl}/\gamma^{\rm ampl}$ entspricht der Steigung einer Geraden im τ - γ -Diagramm durch die beiden extremalen Punkte der Hystereseschleife. Unterhalb einer bestimmten Scherdehnungsamplitude (bei Sand zumeist unterhalb von $\gamma^{\rm ampl} = 10^{-5}$) bleibt der Sekantenschubmodul $G_{\rm hyst} = G_{\rm hyst,0}$ von der Scherdehnungsamplitude unbeeinflusst. Dieser Maximalwert des Sekantenschubmoduls ist identisch mit der Steifigkeit zu Beginn des Erstbelastungsastes und der Steifigkeit direkt nach einer Belastungsumkehr. In der Literatur werden für $G_{\rm hyst,0}$ auch die Bezeichungen "dynamischer Schubmodul" $G_{\rm dyn}$, $G_{\rm max}$ oder G_0 verwendet. Für $\gamma^{\rm ampl} > 10^{-5}$ nimmt $G_{\rm hyst}$ mit $\gamma^{\rm ampl}$ ab (Bild 3.31b), d.h. die Hysteresen liegen mit zunehmender Scherdehnungsamplitude flacher in der τ - γ -Ebene (vergleiche Hysteresen 1 und 2 im Bild 3.31a mit $\gamma_2^{\rm ampl} > \gamma_1^{\rm ampl}$). Das Maximum der Hysterese folgt dabei der sog. "Backbone"-Kurve $\tau(\gamma)$.



Bild 3.31: a) τ - γ -Hysterese und Definition der Sekantenschubsteifigkeit G_{hyst} , b) Abnahme von G_{hyst} mit der Scherdehnungsamplitude γ^{ampl}

Die Kurven $G_{\text{hyst}}(\gamma^{\text{ampl}})$ können z.B. nach Hardin [44] beschrieben werden:

$$G_{\text{hyst}} = G_{\text{hyst},0} \frac{1}{1 + \gamma^{\text{ampl}}/\gamma_r}$$
(3.3)

Die Porenzahl- und vor allem Druckabhängigkeit der Verläufe $G_{\text{hyst}}(\gamma^{\text{ampl}})$ wird darin durch die Referenzscherdehnung γ_r erfasst, welche sich aus der Schubspannung im Grenzzustand mit $\tau = \tau_{\text{max}}$ ergibt:

$$\gamma_r = \frac{\tau_{\text{max}}}{G_{\text{hyst},0}}$$
, $\tau_{\text{max}} = \sqrt{\left[(1+K_0)/2 \ \sigma_1 \sin \varphi + c \cos \varphi\right]^2 - \left[(1-K_0)/2 \ \sigma_1\right]^2} (3.4)$

mit der effektiven vertikalen Spannung σ_1 , dem Erdruhedruckbeiwert K_0 und den effektiven Scherparametern c (Kohäsion) und φ (Reibungswinkel). Eigene Experimente [180] bestätigten eine gute Approximation der in RC-Versuchen gemessenen Kurven $G_{\text{hyst}}(\gamma^{\text{ampl}})$ durch die Gleichungen (3.3) und (3.4).

Der Maximalwert $G_{\text{hyst},0}$ hängt hauptsächlich vom mittleren Druck p und der Porenzahl e ab. Das Bild 3.32 zeigt die Ergebnisse der Pionierarbeit von Hardin & Richart [45]. Die im Bild 3.32 auf der Ordinate aufgetragene Scherwellengeschwindigkeit ist über $v_S = \sqrt{G_{\text{hyst},0}/\rho}$ mit der Sekantenschubsteifigkeit bei kleinen Dehnungen verknüpft. $G_{\text{hyst},0}$ nimmt mit steigendem Porenvolumen ab und steigt entsprechend $G_{\text{hyst},0} \sim p^n$ mit dem mittleren Druck. Der Exponent n wird i. Allg. zwischen 0,4 und 0,5 angegeben. Iwasaki & Tatsuoka [68] berichteten jedoch von einer Zunahme von n mit der Scherdehnungsamplitude (diese Frage wird im Abschnitt 5.2.4.1 anhand der eigenen Experimente noch einmal aufgegriffen).



Bild 3.32: Scherwellengeschwindigkeit $v_S = \sqrt{G_{\text{hyst},0}/\varrho}$ als Funktion der Porenzahl e und des mittleren Druckes p nach Hardin & Richart [45]

Bild 3.33: Abnahme von $G_{hyst,0}$ mit zunehmender Spannungsanisotropie nach Yu & Richart [189]

Zur Abschätzung von $G_{\text{hyst},0}$ wird oftmals eine Formel von Hardin [45, 43] verwendet. Diese lautet:

$$G_{\text{hyst},0}[\text{MPa}] = A \frac{(a-e)^2}{1+e} (p[\text{kPa}])^n$$
 (3.5)

mit A = 6, 9, a = 2, 17 und n = 0, 5 für eine runde Kornform und A = 3, 23, a = 2, 97und n = 0, 5 für kantiges Korn. Für bindige Böden wird Gleichung (3.5) um den Einfluss des Überkonsolidierungsverhältnisses erweitert [1]. Gleichung (3.5) kann dimensionsrein gemacht werden, indem der Faktor $(p_a)^{1-n}$ mit dem atmosphärischen Druck $p_a = 100$ kPa ergänzt wird [43]. Die Konstante A ist in diesem Fall entsprechend umzurechnen. Andere Autoren (z.B. Roesler [130], Bellotti et al. [9]) führen nicht den mittleren Druck p, sondern einzelne Spannungskomponenten in die Formel für $G_{hyst,0}$ ein:

$$G_{\text{hyst},0} \sim p_a^{1-n-m} \sigma_a^n \sigma_p^m \tag{3.6}$$

Gleichungen vom Typ (3.6) wurden zumeist auf der Basis von Messungen der Scherwellengeschwindigkeit in zylindrischen oder würfelförmigen Proben entwickelt. In Gleichung (3.6) sind σ_a und σ_p die Spannungskomponenten in der Ausbreitungsrichtung der Scherwelle bzw. in der Richtung der Partikelbewegung beim Durchgang der Scherwelle (Polarisationsrichtung). Im axialsymmetrischen RC-Versuch gilt z.B. $\sigma_a = \sigma_1$ und $\sigma_p = \sigma_3$. Die Spannung senkrecht auf die Ebene der Wellenausbreitung beeinflusst $G_{\text{hyst},0}$ nicht (Bellotti et al. [9]). Während Roesler [130] noch stark unterschiedliche Werte n = 0, 30 und m = 0, 21 ermittelte, wurde in späteren Publikationen (z.B. Bellotti et al. [9], siehe auch eine Zusammenfassung in Yu & Richart [189]) von $n \approx m$ berichtet.

Eine Zunahme der Anisotropie des Spannungszustandes bewirkt eine Reduktion von $G_{\text{hyst},0}$. Dies zeigen z.B. die Versuche von Yu & Richart [189], in denen das Spannungsverhältnis ausgehend von $\sigma_1/\sigma_3 = 1$ verändert wurde. Im Bild 3.33 sind die von Yu & Richart [189] gemessenen Schubmoduli bei $\sigma_1/\sigma_3 \neq 1$ jeweils auf den Wert des isotropen Zustandes beim gleichen mittleren Druck $p = (\sigma_1 + 2\sigma_3)/3$ bezogen. Die Abnahme von $G_{\text{hyst},0}$ verläuft nahezu linear mit σ_1/σ_3 . Bei $\sigma_1/\sigma_3 = 2$ beträgt der Sekantenschubmodul ca. 95 % des Wertes im isotropen Zustand.



Bild 3.34: Einfluss a) des mittleren Korndurchmessers d_{50} und der Kornform und b) der Ungleichförmigkeit $U = d_{60}/d_{10}$ und des Feinkornanteils FC auf $G_{\text{hyst},0}$ nach Iwasaki & Tatsuoka [67]

In teilgesättigten Böden bewirken die Kapillarspannungen eine Zunahme des effektiven

Druckes und damit einen Anstieg der Schubsteifigkeit gegenüber trockenen oder voll gesättigten Böden (Wu et al. [186], Quian et al. [123]). Unter konstanten Spannungen steigt $G_{\rm hyst,0}$ näherungsweise logarithmisch mit der Zeit (Alterung, siehe Afifi & Woods [3], Afifi & Richart [2], Baxter [8] und auch eigene Experimente in [180]). Bei geologisch alten Ablagerungen können daher in situ wesentlich größere Wellengeschwindigkeiten gemessen werden als in Laborversuchen an gestörten Laborproben. Auch die Korngrößenverteilungskurve beeinflusst $G_{\rm hyst,0}$. Iwasaki & Tatsuoka [67] berichteten von einer starken Reduktion der Sekantenschubsteifigkeit mit zunehmendem Feinkornanteil und zunehmender Ungleichförmigkeit $U = d_{60}/d_{10}$ (Bild 3.34b). Dahingegen ist $G_{\rm hyst,0}$ für enggestufte Sande annähernd unabhängig vom mittleren Durchmesser d_{50} und der Kornform (Bild 3.34a, Letzteres steht im Widerspruch zu Hardin [45]). Der Einfluss der Struktur des Korngerüstes bzw. einer zyklischen Vorbelastung wird in der Literatur kontrovers diskutiert. Diesbezüglich sei auf eine ausführlichere Darstellung im Abschnitt 9.1.1 verwiesen.



Bild 3.35: Wellengeschwindigkeiten bei transversaler Isotropie

Die obigen Ausführungen zu G_{hyst} beziehen sich zumeist auf RC-Versuche bzw. Messungen der Scherwellengeschwindigkeit mit einer Ausbreitungsrichtung entlang der vertikalen Achse der Probe und einer Polarisation in horizontaler Richtung (Wellentyp $v_{S,vh}$). Teilweise wird in der Literatur zu zyklischen Triaxialversuchen auch der Sekanten-Young-Modul $E_{\text{hyst}} = \sigma_1^{\text{ampl}} / \varepsilon_1^{\text{ampl}}$ verwendet. Laborproben sind aufgrund des Rieselvorgangs transveral isotrop, d.h. sie weisen gleiche Wellengeschwindigkeiten in den beiden horizontalen Richtungen, aber unterschiedliche in der vertikalen (x_v) und der horizontalen (x_h) Richtung auf. In diesem Fall können vier voneinander unabhängige Wellengeschwindigkeiten (Kompressions(P-)wellen v_{Pv} , v_{Ph} , Scher(S-)wellen $v_{Svh} = v_{Shv}$, v_{Shh} , siehe Bild 3.35) gemessen werden (z.B. Bellotti et al. [9], Kuwano et al. [80]), die sich bei bekannter Dichte ρ nach

$$E_{s,\text{hyst},0} = \varrho (v_P)^2 \quad \text{und} \quad G_{\text{hyst},0} = \varrho (v_S)^2$$

$$(3.7)$$

in die korrespondierenden Sekantensteifigkeiten bei kleinen Dehnungen umrechnen lassen

 $(E_{s,hvst,0}$: Sekantensteifemodul bei behinderter Seitendehnung).

Abschließend sei noch erwähnt, dass die von der Spannungs-Dehnungs-Hysterese umschlossene Fläche (Bild 3.31a) ein Maß für die während eines Zyklus dissipierte Energie ist. Bei Abnahme des Sekantenschubmoduls mit der Scherdehnungsamplitudemit γ^{ampl} nimmt die Materialdämpfung zu.

3.4 Modellversuche, Setzungsgesetze und sog. Ingenieurmodelle

3.4.1 Flachgründungen

3.4.1.1 1g - Modellversuche und Setzungsgesetze

Holzlöhner [56] führte 1g-Modellversuche an kreisrunden Fundamenten (Durchmesser 17,8 cm $\leq d \leq 71,4$ cm) auf einem ungleichförmigen kiesigen Sand durch (mittlere, statische Last F^{av} , Lastamplitude F^{ampl} , Belastungsfrequenzen 9 Hz $\leq f_B \leq 56$ Hz). Die Versuche wurden sowohl im Labor als auch in situ durchgeführt. Der Boden wurde lagenweise eingebracht und anschließend auf die gewünschte Anfangsdichte verdichtet (in situ mit einem Flächenrüttler), d.h. der Boden erfuhr vor dem Versuch bereits eine zyklische Vorbelastung. Das Bild 3.36 zeigt den beobachteten linearen Verlauf der Setzungkurven s(N) in halblogarithmischer Darstellung. Zur Beschreibung der Kurven wurde in [56] die Funktion

$$s(N) = A \ln(N/N_a + 1)$$
 (3.8)

mit einem Faktor A und einer sog. Vorbelastungszahl N_a vorgeschlagen. Die bleibende Setzung stieg etwa quadratisch mit $F^{\text{ampl}}/F^{\text{av}}$ an (siehe auch Bild 3.36) und nahm mit steigender statischer Last F^{av} und mit abnehmender Lagerungsdichte zu, während der Einfluss der Belastungsfrequenz gering war. Holzlöhner [56] berichtete, dass selbst bei großen Setzungen keine Verdichtung unterhalb der Fundamentschle beobachtet wurde (dominante Scherverformungen), und dass sich die Oberfläche nur in einem kleinen Bereich um das Fundament herum setzte. Für die Anwendung in der Praxis empfahl er, einen Modellversuch unter Berücksichtigung der Modellgesetze vor Ort durchzuführen und die gemessene Setzung auf den Prototyp zu übertragen.

Hettler [52, 53, 54] testete kreisrunde Fundamente (Radius r = 5 cm, Einbindetiefe t = 0) auf einem dicht gelagerten Mittelsand. Die axiale Kraft wurde in einem Zyklus zwischen der Grundlast $F^{\min} = G = 0$ und $F^{\max} = G + P = P$ variiert. Das Bild 3.37 zeigt





Bild 3.36: Setzungsentwicklung bei Kreisfundamenten unter zyklischer Belastung nach Holzlöhner [56]

Bild 3.37: 1g - Modellversuche von Hettler [52, 53, 54]: Setzung eines Kreisfundamentes unter zyklischer Belastung

die auf den Radius bezogenen Setzungsverläufe während 800 Zyklen für unterschiedliche Amplituden. Im Fall der obersten Kurve entspricht F^{\max} einem Anteil von 72 % der statischen Bruchlast des Fundamentes, die unterste Kurve entspricht 17 % der Bruchlast. In einer doppeltlogarithmischen Darstellung ergaben sich annähernd parallele Kurven. Hettler [52] formulierte basierend auf der Dimensionsanalyse und einer Ähnlichkeitstheorie ein Modellgesetz, welches die Setzung s(N) des Fundamentes nach N Lastzyklen liefert. Dieses berücksichtigt auch Schwellbelastungen ($G \neq 0$):

$$s(N) = s_1 \left[1 + f(N) \left(\frac{P}{G+P} \right)^{\alpha} \right] \quad \text{mit} \quad s_1 = s(N=1) = f \left(\frac{P}{\gamma \ b^3}, \frac{a}{b}, D_r \right)$$
(3.9)

Die Setzung s_1 nach dem ersten Zyklus hängt von der Belastung, der Fundamentgeometrie (Seitenlängen $a \times b$ bzw. Radius r), der Wichte γ und der Lagerungsdichte D_r des Bodens ab. Die Funktion $f(N) = C_N \ln(N)$ ist unabhängig von der Belastung und der Lagerungsdichte des Bodens, nicht jedoch von der Fundamentgeometrie. Für die getesteten Fundamente wurde $C_N = 0,55$ ermittelt. In Gleichung (3.9) ist α eine weitere Konstante. Die Gleichung (3.9) mit der von Hettler vorgeschlagenen Funktion f(N) gibt die Parallelität der Verläufe s(N) in der doppeltlogarithmischen Darstellung wieder, der überlogarithmische Verlauf der Setzungskurven wird jedoch nicht abgebildet. Der Einfluss des Druckniveaus kann durch einen Vorfaktor berücksichtigt werden [55, 54]. Durch Gleichung (3.9) konnten auch die Setzungen in Modellversuchen mit zyklisch belasteten Bahnschwellen gut approximiert werden [53]. Ein wesentlicher Nachteil von Gleichungen der Form (3.9), welche die Setzung während der weiteren Zyklen aus der Setzung des ersten Zyklus extrapolieren, wird im Abschnitt 6.1.4 im Rahmen der Diskussion des Akkumulationsmodells von Gotschol [35, 36] angesprochen. Raymond & El Komos [126] führten 1g - Modellversuche an Streifenfundamenten (Breite 7,5 cm $\leq b \leq 22,8$ cm) durch. Das Bild 3.38 zeigt typische Setzungsverläufe mit der Zyklenanzahl für $F^{\min} = 0$ und verschiedene Verhältnisse $F^{\max}/F^{\text{Bruch}}$ (F^{Bruch} : statische Bruchlast). Die Kurven ähneln den von Hettler gemessenen Verläufen (falls man letztere halblogarithmisch darstellt) und werden in [126] durch

$$s(N) = \frac{A}{1/\log(N) - B}$$
 mit $A, B = f(F^{\max}, F^{\text{Bruch}}, b)$ (3.10)

beschrieben. Mit zunehmender Fundamentbreite wurden bei identischen Sohlspannungen $\sigma = F/b$ kleinere bleibende Setzungen gemessen (bei b = 22,8 cm waren die Setzungen verglichen mit b = 7,4 cm nur noch halb so groß). Dies widerspricht jedoch Beobachtungen bei monotoner Belastung (Burland et al. [15], Holzlöhner [57]).



Bild 3.38: 1g-Modellversuche an Streifenfundamenten nach Raymond & El Komos [126]: Setzungsverläufe s(N) für unterschiedliche Lastamplituden

3.4.1.2 ng - Modellversuche und Setzungsgesetze

Die eigenen Elementversuche (Abschnitt 5.2.4) zeigen, dass die Akkumulation im Boden stark spannungsabhängig ist. Aus diesem Grund kann angenommen werden, dass die Ergebnisse aus Zentrifugenmodellversuchen, d.h. Versuchen mit erhöhtem Schwerefeld, näher an den realen Setzungen liegen als diejenigen der kleinmaßstäblichen 1g-Modellversuche. Laue [82] führte Zentrifugenmodellversuche (Beschleunigungsniveau 30 g) an kreisförmigen Flachgründungen (Durchmesser im Prototypmaßstab d = 1,68 m) auf einem dicht gelagerten Feinsand durch. Variiert wurde das mittlere Lastniveau σ^{av} , die Lastamplitude σ^{ampl} und die Einbindetiefe. Festgestellt wurde eine etwa logarithmisch mit der Zyklenanzahl zunehmende Setzung des Fundamentes (Bild 3.39a), aber auch eine Hebung des Bodens direkt neben dem Fundament. Laue [82] schlug eine Setzungsformel vor, in der im Gegensatz zu Gleichung (3.9) die Setzungsentwicklung in den weiteren Zyklen nicht auf der Setzung s_1 im ersten Zyklus basiert:

$$s(N) = s_1 + B \ln(N)$$
 mit $B = f(t, I_D, \frac{\sigma^{\text{ampl}}}{\sigma^{\text{av}}}, \frac{\sigma^{\text{av}}}{\sigma^{\text{Bruch}}})$ (3.11)

Der Faktor *B* nahm mit der Belastungsamplitude σ^{ampl} sowie mit der mittleren Last bei $\sigma^{\text{ampl}}/\sigma^{\text{av}} = \text{konstant}$ zu und mit steigender Einbindetiefe *t* ab (Bild 3.39b). In [82] wird empfohlen, den Faktor *B* für ein konkretes Akkumulationproblem aus Beobachtungen bei ähnlichen Bauwerken, aus Messungen während einer Probebelastung oder aus Zentrifugenmodellversuchen zu bestimmen.



Bild 3.39: Zentrifugenmodellversuche an Kreisfundamenten von Laue [82]: a) Typische Setzungsverläufe s(N), b) Faktor B der Gleichung (3.11) in Abhängigkeit von $\sigma^{\text{ampl}}/\sigma^{\text{av}}$, $\sigma^{\text{av}}/\sigma^{\text{Bruch}}$ und der Einbindetiefe t (erstellt aus Angaben in [82])

Helm et al. [49] präsentierten einen Zentrifugenmodellversuch, welcher im Abschnitt 8.2.1 nachgerechnet wird und daher an dieser Stelle ausführlicher erläutert werden soll. In diesem Versuch bei einem Beschleunigungsniveau von 20 g wurde ein Streifenfundament (Breite im Prototyp b = 1,0 m, Bild 3.40a) ohne Einbettung auf einem frisch gerieselten dichten Feinsand ($I_D \approx 0,9$) platziert und mit $N = 10^5$ Zyklen belastet. Innerhalb eines Zyklus variierte die Fundamentbelastung mit einer Amplitude $\sigma^{ampl} = 75,1$ kPa um den Mittelwert $\sigma^{av} = 88,7$ kPa (Bild 3.40a, Belastungsfrequenz 0,44 Hz im Prototyp, statische Bruchlast $\sigma^{Bruch} = 345$ kPa). Das Bild 3.40b zeigt die Belastungs - Setzungsschleifen für ausgewählte Zyklenanzahlen N. Mit der Setzungsamplitude $s^{ampl} \approx 0,8$ mm betrug die bleibende Setzung nach 10^5 Lastzyklen $s(N = 10^5) = 7,3$ cm (inklusive der Setzung aus der statischen Last und aus dem ersten Zyklus). Das Bild 3.40c zeigt Fotos des markierten Sandes mit dem Streifenfundament für N = 0 und N = 70.000. Eine leichte Verkippung des Fundamentes sowie leichte Aufwölbungen der GOK an den Fundamenträndern wurden beobachtet. Unterhalb des Fundamentes wurde der Boden verdichtet.



Bild 3.40: Zentrifugenmodellversuch an einem Streifenfundament von Helm et al. [49]: a) Prototyp, b) Belastungs - Setzungsschleifen, c) Verformungen des Halbraumes

3.4.1.3 Sogenannte Ingenieurmodelle auf der Basis von Laborversuchen

Neben den oben angesprochenen Setzungsgesetzen wurden auch sog. Ingenieurmodelle zur Abschätzung der Setzungen zyklisch belasteter Gründungen auf der Basis von Elementversuchen im Labor vorgeschlagen.

Mallwitz & Holzlöhner [93] beschrieben ein Verfahren zur Abschätzung der Setzungsakkumulation mit zyklischen Kompressionsversuchen. Dazu wird eine ödometrische Verdichtung des Bodens unterhalb des Fundamentes bis zur Grenztiefe z = 2b (b = Fundamentbreite) angenommen. Für verschiedene Tiefen $z \leq 2b$ wird die statisch wirkende vertikale Spannung $\sigma_1^{av}(z)$ und die Verkehrslast $\sigma_1^{ampl}(z)$ ermittelt. Mit diesen Eingangswerten werden zyklische Kompressionsversuche durchgeführt, um die Verläufe der bleibenden vertikalen Dehnung $\varepsilon_1^{acc}(N, z)$ mit der Zyklenanzahl zu ermitteln. Die Setzung des Fundamentes nach N Zyklen ergibt sich aus der Integration der im Labor gemessenen Dehnung über die Grenztiefe. Eine ähnliche Vorgehensweise mit zyklischen Triaxialversuchen wurde auch von Diyaljee & Raymond [26] beschrieben.

Sawicki et al. [135] gehen ebenfalls von einer ödometrischen Verdichtung einer begrenzten

Zone unterhalb des Fundamentes aus. Die vertikale Zusammendrückung dieser Zone wird mit Hilfe der sog. allgemeinen Verdichtungskurve (Abschnitte 3.2.2.2 und 6.1.1) und einer Integration der bleibenden Volumendehnungen über die Verdichtungszone berechnet. Modellversuche konnten so zufriedenstellend beschrieben werden.

3.4.2 Tiefgründungen

3.4.2.1 Kleinmaßstäbliche 1g-Modellversuche

Chan & Hanna [20] führten 1g-Modellversuche an Aluminiumpfählen (d = 1,9 cm, l = 57 cm) durch. Die Pfähle wurden vor der zyklischen Belastung in den trockenen, mit einer mitteldichten bzw. dichten Anfangslagerung eingebauten Mittelsand eingedrückt. Auf die Bodenoberfläche wurde ein Druck von 100 kPa aufgebracht, um eine bestimmte Tiefenlage der Pfähle zu simulieren. In einer ersten Versuchreihe wurden Pfähle einer zyklischen Druck-Schwellbelastung unterzogen. Bei einer Minimallast von $F^{\min} = 0$ wurde die Maximallast F^{\max} zwischen 10 und 50 % der statischen Grenz-Druckkraft $Q_{g,D}$ variert. Die Setzungsverläufe zeigt das Bild 3.41a. Nach einer Phase mit geringen Setzungen, deren Dauer mit abnehmender Amplitude anstieg, nahmen die bleibenden Verschiebungen überlinear mit N zu. Bei größeren Zyklenanzahlen wird in [20] wiederum von einer Abnahme der Setzungsraten berichtet, was auch anhand der Setzungkurve des Versuches mit $F^{\max} = 0, 15Q_{q,D}$ im Bild 3.41a festzustellen ist.



Bild 3.41: Zyklische 1g-Modellversuche an Pfählen mit a) Druck-Schwellbelastung und b) Zug-Druck-Wechselbelastung nach Chan & Hanna [20]

In einer zweiten Versuchsreihe wurden Zug-Druck-Wechselbelastungen getestet (Bild 3.41b).

Die maximale Pfahlkraft im Druckbereich wurde konstant zu 15 % der statischen Grenzlast $Q_{g,D}$ gewählt, während die minimale Kraft im Zugbereich zwischen 0 und 30 % der Grenz-Zugkraft $Q_{g,Z}$ variiert wurde. In allen Versuchen wurden zunächst Setzungen der Pfähle beobachtet, welche mit zunehmender Kraftamplitude, d.h. mit zunehmendem Anteil im Zugbereich schneller verliefen. Bei $F^{\min} = 0, 2Q_{g,Z}$ und $F^{\min} = 0, 3Q_{g,Z}$ wurde jedoch nach anfänglichen Setzungen ein plötzliches Herausziehen der Pfähle beobachtet. Zu begründen ist dies mit der Abnahme der Normalspannungen auf die Pfahlmantelfläche infolge der Verdichtung des Bodens und der damit verbundenen Reduktion der aufnehmbaren Mantelreibung.

Hettler [54, 52] beschrieb 1g-Modellversuche an Pfählen, die axial auf Zug zyklisch belastet wurden. Für $P/(\gamma l^3) \ge 0,0059$ (P: doppelte Amplitude der Zugkraft, l: Einbindetiefe) wurde ein schrittweises Versagen, d.h. eine lineare oder überlineare Zunahme der Pfahlhebung u mit N gemessen (Bild 3.42a). Letztendlich kam es in diesem Fall zu einem Herausziehen des Pfahls. Pfähle, die mit Amplituden unterhalb des "kritischen" Grenzwertes $P/(\gamma l^3) = 0,0059$ belastet wurden, zeigten eine "zyklische Beruhigung", d.h. einen unterlinearen Verlauf u(N) (Bild 3.42a). Ähnliche Verläufe u(N) unter Zug-Schwellbelastungen wurden auch von Chan & Hanna [20] gemessen.



Bild 3.42: 1g-Modellversuche an Pfählen von Hettler [54, 52] mit a) zyklischer axialer Zugbelastung, b) zyklischer horizontaler Belastung

Im Bild 3.42b sind 1g-Modellversuche von Hettler [54, 52] dargestellt, in denen Pfähle (l = 18,5 cm, d/l = 0,14) zyklisch horizontal belastet wurden. Für verschiedene Lasten wurde eine zu $\ln(N)$ proportionale Zunahme der horizontalen Pfahlverschiebung u gemessen. Als Modellgesetz für den horizontal belasteten Pfahl kann wiederum Gleichung (3.9) verwendet werden, wobei die horizontale Verschiebung u and ie Stelle der Setzung s tritt.

Für die Versuche im Bild 3.42b gilt $C_N = 0.2$.

Die Entwicklung der Mantelreibung und des Spitzendruckes während einer zyklischen Belastung wurde von Le Kouby et al. [83] an Modellpfählen (d = 2 cm, l = 50 cm) in einem Sand mit mitteldichter Anfangslagerung studiert. Die Versuche wurden in einer Kalibrationskammer mit vorgegebenen vertikalen und horizontalen Spannungen durchgeführt. Für einen in den Boden eingedrückten Modellpfahl wurde eine Abnahme der Mantelreibung (Mittelwert über 20 cm Pfahllänge) und eine Zunahme des Spitzendruckes mit N gemessen (Bild 3.43a). Ein Pfahl, um den herum der Boden eingerieselt wurde, zeigte hingegen eine Zunahme der Mantelreibung und eine Abnahme des Spitzendruckes (Bild 3.43b).



Bild 3.43: Entwicklung der Mantelreibung und des Spitzendruckes in Versuchen von Le Kouby et al. [83] an Modellpfählen, die unterschiedlich in den Boden eingebracht wurden

3.4.2.2 Großmaßstäbliche 1g-Modellversuche und in-situ-Versuche

Gruber et al. [37] und Schwarz [138] testeten Verpresspfähle (Durchmesser ca. 13 cm, Länge ca. 5 m) unter zyklischer axialer Belastung. Der Versuchssand, ein schwach schluffiger Fein- bis Mittelsand, wurde feucht lagenweise in die Versuchsgrube eingebracht und mittels Vibrationsstampfer auf eine Lagerungsdichte $D_r = 0,42$ verdichtet. Die Pfähle wurden unter in-situ Bedingungen eingebracht und anschließend mit einer zyklischen Schwell- oder Wechselbelastung beansprucht. Die Setzungsverläufe zweier Versuche mit Wechsellasten zeigt das Bild 3.44a. In beiden Versuchen blieben die permanenten axialen Verschiebungen bis $N = 10^4$ relativ gering, wobei die Verschiebungsamplituden leicht mit N anstiegen. Zwischen $N = 10^4$ und $N = 10^5$ kam es in beiden Versuchen zu einem relativ plötzlichen Anstieg der Verschiebungsamplituden, d.h. sowohl der Hebung unter minimaler Last als auch der Setzung unter maximaler Last. Die Versuche wurden beim Erreichen einer Hebung von 10 mm abgebrochen. Das Versagen des Pfahls unter Wechselbelastung tritt also schnell und ohne erkennbare Vorwarnung ein, was bereits die Versuche von Chan & Hanna [20] in Bild 3.41 zeigten. Unter einer reinen Druck-Schwellbelastung (Bild 3.44b) wurde bis $N = 10^4$ eine Zunahme der Pfahlsetzung proportional zu $\ln(N)$ und für größere Zyklenanzahlen eine überlogarithmische Akkumulation gemessen.



Bild 3.44: Zyklische axiale Belastung von Verpresspfählen nach Gruber et al. [37]: Versuche mit a) Druck-Zug-Wechselbelastung und b) Druck-Schwellbelastung

Schwarz [138] berichtete von einem wesentlich schnelleren Versagen der Pfähle nach einer Flutung der Versuchsgrube, d.h. die Kapillarität des feuchten Bodens reduziert die Akkumulation der Verformungen signifikant und verzögert somit ein Versagen. Im Bild 3.45 ist die Entwicklung der über den Pfahlmantel auf den Boden übertragenen Schubspannungen mit der Zyklenanzahl dargestellt. Während die Schubspannungen im oberen Bereich des Pfahles abnahmen, wurde für größere Tiefenlagen ein Zuwachs gemessen. Gruber et al. [37] präsentierten ebenfalls eine zyklische in-situ-Probebelastung eines Bohrpfahls. Das Belastungsschema war dabei allerdings recht komplex, und es wurden lediglich ca. 100 Zyklen getestet. In-situ-Versuche an Schraubenpfählen können bei Trofimenkov & Mariupolskii [168] nachgelesen werden. Neuere Versuchsreihen an einem Einzelpfahl (zyklisch





Bild 3.45: Entwicklung der Mantelreibung mit der Zyklenanzahl in einem Versuch von Gruber et al. [37], nach Schwarz [138]

Bild 3.46: Setzung eines zyklisch axial belasteten Pfahles in Sand, Zentrifugenmodellversuche von Staupe [152]

horizontal belasteter Monopile als Stahlrohr, Savidis et al. [132]) stehen noch am Anfang.

3.4.2.3 Zentrifugenmodellversuche

Staupe [152] führte Zentrifugenmodellversuche (Beschleunigungsniveau 30 g) durch, in denen besandete Aluminiumpfähle (Durchmesser d = 0.45 m, Einbindetiefe t = 4.65m im Prototyp) in einem dicht gelagerten Feinsand ($I_D > 0.9$) zyklisch axial belastet wurden. Die axiale Last oszillierte mit einer Belastungsfrequenz im Prototyp von 0.33 oder 0.033 Hz zwischen $F^{\max} = 0.5Q_{g,D}$ und verschiedenen Minimallasten ($0.35Q_{g,Z} \le F_{\min} \le 0.1Q_{g,D}$), d.h. es wurden sowohl Druck-Schwellbelastungen als auch Druck-Zug-Wechselbelastungen getestet. Die axiale Verschiebung des Pfahls mit zunehmender Zyklenanzahl zeigt das Bild 3.46. Für die gewählten Belastungen wurden stets Setzungen erhalten, die überlogarithmisch mit N zunahmen. Mit zunehmender Amplitude stieg die Setzungsrate.

3.4.2.4 Ingenieurmodelle

Modelle zur Beschreibung von Pfahlverschiebungen wurden u.a. von Poulos [118, 119, 120] und Sawicki & Swinianski [156] vorgestellt. Allerdings beruhen diese im Fall von Poulos größtenteils auf theoretischen Überlegungen und vielen Annahmen, und im Fall von Sawicki & Swinianski auf einem Akkumulationsmodell mit etlichen Nachteilen (Abschnitt 6). Auf eine detailliertere Darstellung wird an dieser Stelle verzichtet.

Kapitel 4

Eigene experimentelle Untersuchungen

4.1 Versuchsgeräte und Probenpräparation

In den Untersuchungen zum Einfluss diverser Parameter auf die Akkumulationsrate unter zyklischer Belastung kamen mehrere Triaxialgeräte sowie ein neu entwickeltes multidimensionales Einfachschergerät zum Einsatz. In den Experimenten zur Korrelation der Historiotropie mit bodendynamischen Kenngrößen (Abschnitt 9.1) wurden ein RC-Gerät sowie eine Triaxialzelle mit piezoelektrischen Elementen verwendet. Neben dem Aufbau der Versuchsgeräte wird im folgenden auch die Präparation der Proben sowie die verwendete Messtechnik vorgestellt.

4.1.1 Triaxialgeräte

Es wurden zwei Typen von Triaxialzellen (im folgenden als *Typ I* und *Typ II* bezeichnet) eingesetzt, die sich hinsichtlich der Konstruktion unterscheiden. In den insgesamt fünf Versuchsständen standen vier Zellen vom Typ I und eine Zelle vom Typ II zur Verfügung.

Der prinzipielle Aufbau der triaxialen Druckzellen vom Typ I ist dem Schema in Bild 4.1 zu entnehmen. Das Foto im Bild 4.2 zeigt diesen Zellentyp in einem pneumatisch betriebenen Belastungsrahmen. Eine Besonderheit der Zellen stellt die Anordnung der Messdose für die axiale Kraft dar. Diese Kraftmessdose befindet sich in einem gegen Wasser abgedichteten Freiraum unterhalb der unteren Probenendplatte. Die auf diese Probenendplatte wirkende Kraft wird über einen fest mit der Platte verbundenen, kugelgelagerten Stift in die Messdose eingeleitet. Die axiale Kraft wird also direkt unterhalb der Probe



Bild 4.1: Schema der Triaxialgeräte vom Typ I

gemessen, wodurch Verfälschungen der Messwerte infolge von Reibungsverlusten an der Durchführung des Laststempels in die Zelle, wie sie bei einer Kraftmessung außerhalb der Druckzelle entstehen, vermieden werden. Überdies wird in den Zellen gemäß Bild 4.1 ein sehr reibungsarmer Dichtungsring an der Stempeldurchführung verwendet. Der durch ein Kugellager vertikal geführte Laststempel und die obere Probenendplatte sind fest miteinander verbunden, so dass eine Verkippung der oberen Probenendplatte nicht möglich ist. Die Kopfplatte der Triaxialzelle besteht aus zwei Teilen, einer inneren Platte (mit der Stempeldurchführung) und einem äußeren Ring, der zur Fixierung des Plexiglaszylinders dient. Dies erlaubt die Probenpräparation, insbesondere das Absenken der oberen Probenendplatte mit dem Laststempel auf die Probenoberfläche und die Vermessung der Probengeometrie vor der Montage des Plexiglaszylinders.

Die Triaxialzelle vom Typ II (Bild 4.3a) unterscheidet sich vom Typ I hinsichtlich der Anordnung der Kraftmessdosen (eine unter- und eine oberhalb der Probe) sowie der Befestigung des Plexiglaszylinders der Druckzelle (Bild 4.3a). Auf die zusätzliche Anordnung von Meßgebern zur Ermittlung von Wellengeschwindigkeiten wird im Abschnitt 4.1.4 näher eingegangen.

Zum Zweck der Probenpräparation (Probendurchmesser d = 10 cm, Probenhöhe h = 20 cm) wurden zunächst die Probenendplatten (Bild 4.4a) mit einem dünnen Fettfilm geschmiert und mit einer dünnen Latexmembran versehen. Diese Schmierung reduziert die Reibung an den Endflächen und unterstützt die Ausbildung eines homogenen Span-



Bild 4.2: Foto eines pneumatisch betriebenen Triaxialstandes



Bild 4.3: Schema des Triaxialgerätes vom Typ II

nungszustandes in der Probe. Bei der Auswertung der Versuche wurde die gemessene axiale Dehnungsamplitude $\varepsilon_1^{\text{ampl}}$ um die elastische Verformung der Endflächenmembran (sog. "bedding error", bestimmt in einem Vortest mit einem Stahldummy) korrigiert. Nach der Schmierung der Endflächen wurde die Latexmembran der Probe (Wandstärke $t_M = 0,4 \text{ mm}$) über die untere Probenendplatte gestülpt und mit O-Ringen abgedichtet (Bild 4.4b). Es folgte die Montage der Halbschalen (Bild 4.4c), und die Membran wurde mittels Vakuum an die Halbschalen angesaugt. Der trockene Sand wurde aus einem Trichter in die Halbschalen eingerieselt (Bild 4.4d), wobei der Trichter langsam nach oben gezogen wurde, um den Abstand zwischen der Trichteröffnung und der Sandoberfläche während des Rieselvorgangs konstant zu halten. Unterschiedliche Lagerungsdichten der Proben wurden durch unterschiedliche Fallhöhen des Sandes und variierende Durchmesser der Trichteröffnung erreicht. Nach dem Glätten der Probenoberfläche (Bild 4.4e) und dem Aufsetzen des Laststempels mit der oberen Probenendplatte folgte die Abdichtung der Membran am Probenkopf mit Hilfe von O-Ringen. Die Probe wurde durch ein Vakuum von 50 kPa stabilisiert, so dass die Halbschalen entfernt werden konnten (Bild 4.4f). Nach der Vermessung der Probengeometrie wurde der Plexiglaszylinder der Druckzelle montiert, und die Zelle wurde mit Wasser gefüllt. Im oberen Bereich der Druckzelle verblieb ein Luftpolster, auf das der Zelldruck aufgebracht wurde. Der Zelldruck ersetzte schrittweise das Vakuum in der Probe, wobei die effektiven Spannungen konstant blieben.



Bild 4.4: Präparation einer Triaxialprobe: a) untere Probenendplatte vor der Schmierung der Endflächen, b) Aufziehen und Abdichten der Membran, c) Montage der Halbschalen,
d) Einrieseln des Sandes, e) Planen der Probenoberfläche, f) Probe unter Vakuum nach Abnahme der Halbschalen

Die meisten Versuche wurden an vollständig wassergesättigten Proben durchgeführt. Diese wurden zunächst mit Kohlenstoffdioxid $C0_2$ und anschließend mit entlüftetem Wasser gesättigt. Die Dränage wurde mit der Messsäule der Volumenmessanlage (siehe Bilder 4.1 und 4.2) verbunden, über die ein Sättigungsdruck ("Back Pressure") von zumeist 200 kPa aufgebracht wurde. Der Zelldruck wurde stets größer gehalten als der Sättigungsdruck. Nach einer Standzeit von ca. einem Tag wurde die Sättigung der Probe mit Hilfe des B-Wertes nach Skempton überprüft (Kriterium für eine ausreichende Sättigung: $B \ge 0,95$). Der isotrope effektive Druck wurde wieder auf 50 kPa erhöht. Es wurde davon ausgegangen, dass der Sättigungsvorgang keine Verformungen der Probe verursacht (eine vollständige Messung der Verformungen während des Sättigungsprozesses war nicht möglich), d.h. dass die Geometrie der Probe noch der Geometrie der unter einem Vakuum von 50 kPa vermessenen trockenen Probe entspricht.

Ausgehend von diesem kleinen effektiven isotropen Spannungszustand wurde der mittlere Spannungszustand σ^{av} des jeweiligen Versuches zunächst durch ein Erhöhen des Zelldruckes und anschließend durch eine Steigerung (triaxiale Kompression) bzw. Reduktion (triaxiale Extension) der axialen Kraft eingestellt. Die Verformungen der Probe während der Aufbringung von σ^{av} wurden gemessen. Nach einer Konsolidierungsphase von ca. 1 h wurde der zyklische Anteil der Belastung dem mittleren Spannungszustand überlagert.

Zur Aufbringung der axialen Kraft standen vier pneumatische Belastungseinrichtungen (Bild 4.2) sowie eine frei programmierbare Lastpresse zur Verfügung. Die Regelung der Pneumatiksysteme erfolgte über die Kraftmessdosen innerhalb der Druckzellen. In einem Versuchsstand war auch die zyklische Variation des Zelldruckes σ_3 mit Hilfe eines pneumatischen Regelventils möglich.

Der erste Zyklus wurde aufgrund der großen Verformungen stets mit einer kleinen Frequenz $f_B = 0,01$ Hz durchfahren. Auf diese Weise wurde ein ungewollter Aufbau von Porenwasserüberdruck und eine evtl. Verflüssigung der Proben infolge einer zu schnellen Belastung vermieden. Die weiteren zumeist 10^5 Lastzyklen wurden mit einer Frequenz von 1 Hz aufgebracht. In den Versuchen mit triaxialer Extension und in den Versuchen mit σ_3 -Steuerung wurden aus technischen Gründen (Zugadapter bzw. Aufbringung von σ_3 über Luftpolster im oberen Bereich der Zelle) lediglich 10^4 Zyklen mit kleineren Belastungsfrequenzen (0,1 Hz bzw. 0,05 Hz) getestet.

Die axiale Verformung der Proben wurde mit Hilfe eines Wegaufnehmers gemessen, der außerhalb der Druckzelle am Laststempel angebracht wurde. Im Fall der vollständig wassergesättigten Proben wurden die Volumenänderungen über das abgegebene bzw. aufgenommene Porenwasser ermittelt. Hierzu kam ein Differenzdruckaufnehmer zum Einsatz (siehe Bilder 4.1 und 4.2, im Bild 4.3a ist die Volumenmessanlage nicht dargestellt). Die seitlichen Verformungen trockener Proben wurden in der Triaxialzelle vom Typ II lokal mit Hilfe von sechs berührungslosen Wegaufnehmern gemessen. Dazu wurden flache Aluminiumplättchen auf die Membran der Probe aufgeklebt, und die Aufnehmer wurden in einem bestimmten Abstand zu diesen Messzielen auf Schlittensystemen platziert (Bild 4.3a). Die Schlittensysteme ermöglichen eine Anpassung des Abstandes bei großen Verformungen der Probe. Eine mögliche Anordnung der Aufnehmer zeigt das Bild 4.3b. Untersuchungen von Niemunis [105] mit Hilfe der PIV-(Particle Image Velocimetry)-Technik (Raffel et al. [124]) zeigten, dass das Dehnungsfeld unter monotoner und zyklischer Belastung innerhalb einer Triaxialprobe inhomogen ist. Diese Inhomogenitäten im Feld der Amplitude und im Feld der Akkumulationsrate bleiben selbst nach einer großen Anzahl von Lastspielen bestehen. Die an der gesamten Probe gemessene axiale Dehnung wird (trotz einer evtl. durch die Probenpräparation aufgelockerten Zone am Probenkopf) als repräsentativer angesehen als die lokale Messung zwischen zwei Punkten mit geringer Distanz (siehe die in der Triaxialzelle vom Typ II mögliche Messung mit Hilfe von winkelförmigen Zielplättchen, Bild 4.3c). Die Messtechnik wird durch Drucksensoren zur Kontrolle von Zell- und Sättigungsdruck komplettiert.

Während der zyklischen Belastung wurden alle Signale der Messgeber mit Hilfe von Messwerterfassungssystemen aufgezeichnet. Zwecks Datenreduktion wurden in bestimmten zeitlichen Abständen jeweils fünf komplette Zyklen erfasst. Der Abstand dieser Messfenster wurde etwa proportional zu $\ln(N)$ vergrößert.

Den im Kapitel 5 präsentierten Versuchsergebnissen vorgreifend sei die gute Reproduzierbarkeit der Versuche erwähnt. Dies verdeutlicht das Bild 4.5 anhand von vier Versuchen mit gleichen Randbedingungen. Das Bild 4.5a zeigt die übereinstimmenden Akkumulationskurven $\varepsilon_q^{\rm acc}(N)$ und das Bild 4.5b präsentiert die nur wenig unterschiedlichen $\varepsilon_q^{\rm acc}$ - $\varepsilon_v^{\rm acc}$ -Dehnungspfade.



Bild 4.5: Reproduzierbarkeit der zyklischen Triaxialversuche: a) Akkumulationskurven $\varepsilon_q^{acc}(N)$, b) ε_q^{acc} - ε_v^{acc} -Dehnungspfade (Akkumulationsrichtung)

4.1.2 Multidimensionales Einfachschergerät (CMDSS-Gerät)

Für den Vergleich der Akkumulationsraten kreisförmiger und einaxialer zyklischer Scherungen sowie die Untersuchung von Polarisationswechseln, d.h. Änderungen der zyklischen Scherrichtung, wurde ein Einfachschergerät entwickelt, welches im folgenden zurückgehend auf die englische Bezeichnung ("<u>Cyclic MultiDimensional Simple Shear</u>") als CMDSS-Gerät benannt wird. Ein Schema sowie ein Foto dieses Versuchsgerätes sind im Bild 4.6 angegeben.

Das Versuchsgerät entspricht einem modifizierten Einfachschergerät des NGI-Typs (Kjellman [74], Bjerrum und Landva [10]). Die untere Probenendplatte des Gerätes ist derart kugelgelagert, dass horizontale Bewegungen in den beiden Richtungen x_1 und x_2 erlaubt sind, vertikale Bewegungen aber verhindert werden. Die zyklische Bewegung der unteren Probenendplatte wird durch einen Elektromotor erzeugt, der einen Exzenter dreht. Der Exzenter läuft in der Aussparung einer Platte, die fest mit der unteren Probenendplatte verschraubt wird. Durch unterschiedliche Exzenter und Aussparungen können verschiedene Verschiebungspfade in der x_1 - x_2 -Ebene getestet werden (einaxiale und kreisförmige Pfade, verschiedene Amplituden, siehe Abfolge von Verformungszuständen im Bild 4.7a). Die obere Probenendplatte kann sich aufgrund einer Führung in drei Kugellagern nur in vertikaler Richtung bewegen.



Bild 4.6: Schematische Darstellung und Foto des CMDSS-Gerätes

Eine seitliche Verformung der Proben (Durchmesser d = 10 cm, Höhe h = 20 cm) wird durch 200 Aluminiumringe der Dicke 1 mm verhindert, die über die gesamte Höhe der Probe angeordnet sind. Sand und Aluminiumringe werden durch eine Latexmembran getrennt. Die Aluminiumringe werden durch acht seitlich angeordnete vertikale Stäbe geführt, deren Länge veränderlich ist und die an beiden Probenendplatten mit Kugelgelenken angeschlossen sind. So wird eine linear mit der Höhe abnehmende seitliche Verschiebung des Probenrandes erreicht.

Die vertikale Spannung σ_1 wurde in den im Kapítel 5 präsentierten Versuchen durch das Auflegen von Gewichten auf die obere Probenendplatte realisiert, d.h. die Versuche wurden bei relativ geringen Spannungen durchgeführt. Durch die Behinderung der seitlichen Dehnung entsteht eine Art K_0 -Anfangsspannungszustand. Die Proben wurden durch Rieseln von trockenem Sand aus einem Trichter präpariert und auch im trockenen Zustand getestet. Beim Rieselvorgang umschließen die Halbschalen sowohl die Latexmembran als auch die 200 Aluminiumringe. Alle CMDSS-Versuche wurden mit einer Belastungsfrequenz von $f_B = 0,5$ Hz durchgeführt. Im Versuch wurde die axiale Verformung der Proben mit einem Wegaufnehmer gemessen. Da keine seitliche Verformung der Probe möglich ist, gilt $\varepsilon^{\rm acc} = \varepsilon_v^{\rm acc}$. Die horizontale Bewegung der unteren Probenendplatte wurde durch zwei orthogonal zueinander angeordnete Wegaufnehmer kontrolliert. Die Signale aller Aufnehmer wurden mit einer Messwerterfassung aufgezeichnet.



Bild 4.7: a) Abfolge von Verformungen während einer kreisförmigen zyklischen Scherung, b) Feld von ε^{acc} in einer CMDSS-Probe ohne seitlich stützende Aluminiumringe (PIV-Analyse), c) Verteilung der Scherdehnungen in der korrespondierenden FE-Berechnung (2-D) mit einem hypoplastischem Material

Ein wesentlicher Nachteil aller Einfachschergeräte ist in der inhomogenen Verteilung der Dehnungen über das Probenvolumen zu sehen (trotz einer gleichmäßig mit der Höhe zunehmenden Verschiebung des Randes, siehe z.B. auch Budhu [13, 14]). Die Inhomogenitäten der Probe im CMDSS-Gerät wurden mit einer PIV-Analyse und in FE-Berechnungen untersucht. Für die PIV-Analyse mussten abweichend von der üblichen Versuchsdurchführung die Aluminiumringe entfernt und die Probe durch ein Vakuum von 15 kPa stabilisiert werden. Die Membran war zuvor mit Farbsprenkeln versehen worden. Vor und nach der Aufbringung von 1.000 kreisförmigen Dehnungszyklen wurde die Probe fotografiert. Aus dem Vergleich dieser Fotos, d.h. aus den Ortsveränderungen der Farbsprenkel, konnte das Dehnungsfeld in der Probe ermittelt werden. Dem Bild 4.7b ist zu entnehmen, dass dieses Feld sehr inhomogen ist und sich die akkumulierten Dehnungen im Bereich der Probenenden konzentrieren. Dies lässt vermuten, dass die Dehnungsamplitude an den Probenenden größer als in der Mitte der Probe ist, die Mitte der Probe also eher eine starre Rotation erfährt. Die FE-Berechnung einer monotonen einaxialen Scherung der Probe mit einem hypoplastischen Material (Bild 4.7c) zeigte ebenfalls ein inhomogenes Dehnungsfeld und eine Konzentration der Scherdehnungen an den Probenenden. Die Scherdehnungen in der Mitte der Probe waren zwar kleiner als an den Probenenden, jedoch nicht verschwindend gering, wie es die PIV-Analyse vermuten ließ.



Bild 4.8: FE-Berechnungen (2-D) des CMDSS-Versuches mit den seitlich stützenden Aluminiumringen und einem hypoplastischen Material

In weiteren FE-Berechnungen wurden auch die Aluminiumringe und damit die lineare Verschiebung des Randes über die Probenhöhe sowie die Reibung zwischen der Membran und den Aluminiumringen modelliert (ein Reibungsbeiwert $\mu = 0, 5$ wurde angenommen, Bild 4.8a). Es wurde vermutet, dass diese Reibung zu einer Vergleichmäßigung der Dehnungen, jedoch auch zu einer Behinderung der Setzungen der Probe führt. Die Bilder 4.8b und 4.8c zeigen Berechnungen mit Scherdehnungen $\gamma = 10^{-3}$ und $\gamma = 10^{-2}$, welche die Grenzen des experimentell getesteten Amplitudenbereiches darstellen. Das Dehnungsfeld bei $\gamma = 10^{-3}$ ist homogener als im Fall der Berechnung ohne die Aluminiumringe (Bild 4.7c). Mit zunehmender Scherdehnung γ nimmt die Inhomogenität zu (vergleiche Bilder 4.8b und 4.8c), es kommt zu Lokalisierungen (Bild 4.8c).

Der Einfachscherversuch kann aufgrund des inhomogenen Dehnungsfeldes im Gegensatz zum Triaxialversuch nicht als Elementversuch angesehen werden. Die Versuchsergebnisse besitzen daher eher einen qualitativen Charakter. Der Einfluss der Form der Dehnungsschleife und der Effekt von Polarisationsänderungen kann mit Hilfe dieses Gerätes aber recht anschaulich demonstriert werden.

4.1.3 Resonant-Column-Gerät

Das verwendete RC-Gerät (Bild 4.9) ist vom Typ "frei - frei", d.h. sowohl die Kopf- als auch die Fußmasse sind frei beweglich gelagert. Die quaderförmige Kopfmasse (sog. *Erregerkopf*) ist mit zwei elektrodynamischen Schwingerregern bestückt, welche jeweils eine kleine Masse beschleunigen. Diese Beschleunigung wird mit einem Beschleunigungsaufnehmer gemessen, woraus die Erregerkraft F(t) in der Achse des Schwingerregers ermittelt wird. Das Paar der Erregerkräfte resultiert in einem Torsionsmoment auf die zylindrische Probe. Weitere Beschleunigungsaufnehmer messen die Beschleunigung des Erregerkopfes, woraus die Verdrehung $\phi(t)$ der Probe am Kopf berechnet wird. Das System aus Fußmasse, Probe und Erregerkopf ist in einer Druckzelle eingeschlossen, in der Seitendrücke σ_3 bis ca. 800 kPa aufgebracht werden können. Der Spannungszustand ist nahezu isotrop. Aus dem Gewicht des Erregerkopfes ($m \approx 9$ kg) ergibt sich eine leichte Anisotropie der Hauptspannungen (d.h. vertikale Spannung σ_1 > seitliche Spannung σ_3), welche bei größeren Seitendrücken jedoch nur eine untergeordnete Rolle spielt.



Bild 4.9: Resonant-Column-Versuche: a) Schema des Versuchsgerätes, b) Foto des Versuchsgerätes, c) Vorrichtung zur Platzierung der Probenkopfplatte

Das sinusförmige Erregersignal wird von einem Funktionsgenerator erzeugt und über einen Leistungsverstärker auf die Schwingerreger gegeben. Die Frequenz des Erregersignals wird variiert, bis die Resonanzfrequenz f_R des Systems aus Endmassen und Probe gefunden
ist. Dies ist definitionsgemäß der Fall, wenn die Signale $\phi(t)$ und F(t) in der Zeit t um $\pi/2$ phasenverschoben sind. Stellt man den Schwingweg in der Erregerachse u(t) über F(t) dar, erhält man eine ellipsenförmige *Lissajous-Figur*, welche im Resonanzfall senkrecht steht. Aus der Resonanzfrequenz wird der Sekantenschubmodul berechnet:

$$G_{\text{hyst}} = \left(\frac{2\pi \ h \ f_R}{a}\right)^2 \ \varrho \tag{4.1}$$

Darin sind h die Probenhöhe und ρ die Probendichte, während a aus der impliziten Eigenwertgleichung (4.2) bestimmt wird:

$$a \tan(a) - \frac{J^2}{J_0 J_L} \frac{\tan(a)}{a} = \frac{J}{J_0} + \frac{J}{J_L}$$
 (4.2)

In Gleichung (4.2) sind J, J_0 und J_L die polaren Massenträgheitsmomente der Probe, der Fuß- und der Kopfmasse (Bild 4.9a). Für zylindrische Bodenproben mit dem Durchmesser d gilt $J = 1/32 \pi \rho h d^4$. Die Scherdehnungsamplitude γ^{ampl} wird als geometrischer Mittelwert über das Probenvolumen berechnet (siehe Wichtmann et al. [179]). Durch eine Variation der Amplitude des Erregersignals können unterschiedliche Scherdehnungsamplituden aufgebracht werden. Der Dämpfungsgrad D wird aus dem Verhältnis der während eines Zyklus dissipierten Energie W_D und der elastischen Verformungsenergie W_e der Probe ermittelt:

$$D = \frac{1}{4\pi} \frac{W_D}{W_e} \tag{4.3}$$

Die dissipierte Energie W_D erhält man aus dem Flächeninhalt der Lissajous-Figur. Die elastische Verformungsenergie berechnet sich aus (V: Probenvolumen):

$$W_e = \frac{1}{2} G_{\text{hyst}} (\gamma^{\text{ampl}})^2 V$$
(4.4)

Die Proben wurden außerhalb des RC-Gerätes mit Hilfe der Rieseltechnik (siehe Abschnitt 4.1.1) präpariert. Die Probenkopfplatte wurde mit Hilfe einer speziellen Vorrichtung (Bild 4.9c) auf der Probenoberfläche platziert, um eine Exzentrizität oder Schiefstellung auszuschließen. Nach der Entfernung der Halbschalen wurden die unter Vakuum stehenden Proben in das RC-Gerät gestellt, und die Probenfußplatte wurde mit der drehbaren Fußmasse des Versuchsgerätes verschraubt. Der Erregerkopf wurde auf die Probenkopfplatte aufgesetzt und mit dieser verbunden. Nach der Montage der Druckzelle wurde das Vakuum in der Probe schrittweise durch den Zelldruck ersetzt.

Es wurden Proben mit voller und solche mit ringförmiger Querschnittsfläche getestet. Im Fall der *Vollzylinderproben* (voller Querschnitt) betrugen der Durchmesser d = 10 cm und die Höhe h = 20 cm oder 30 cm. Vorversuche zeigten keinen Einfluss der Probenhöhe auf

die Messung im Bereich 20 cm $\leq h \leq 30$ cm, während im Fall h = 10 cm nur noch 95 % der Steifigkeit der höheren Proben gemessen wurde. Die *Hohlzylinderproben* (Ringquerschnitt, siehe auch Bild 4.9c) besaßen den Außendurchmesser $d_a = 10$ cm, den Innendurchmesser $d_i = 6$ cm (d.h. eine Wandstärke von 2 cm) und die Höhe h = 10 cm. Die Hohlzylinderform besitzt gegenüber dem Vollzylinder den Vorteil einer homogeneren Verteilung der Scherdehnungen über den Probenquerschnitt. Allerdings zeigte der Vergleich der Messungen an Hohl- und Vollzylinderproben keine wesentlichen Unterschiede in Bezug auf die bodendynamischen Kennwerte, so dass sich die aufwändige Präparation der Hohlzylinderproben (mit innerer und äußerer Schalung sowie innerer und äußerer Membran) für diese Zwecke kaum lohnt.

4.1.4 Laufzeitmessung mit piezoelektrischen Elementen

Ein Schema der verwendeten Triaxialzelle (Typ II) wurde bereits im Bild 4.3 gezeigt. In die untere und obere Probenendplatte dieser Zelle sind jeweils drei piezoelektrische Elemente integriert (Bild 4.10). Diese Elemente verformen sich, wenn eine elektrische Spannung angelegt wird, und generieren wiederum ein elektrisches Signal, wenn sie mechanisch verformt werden. Das Kompressionselement (engl. "compression element", CE) verformt sich in Dickenrichtung und wird zur Messung von Kompressionswellengeschwindigkeiten (P-Wellentyp v_{Pv} nach Bild 3.35) eingesetzt. Das Scherelement (engl. "shear plate", SP) vollzieht Scherverformungen und eignet sich zur Messung von Scherwellengeschwindigkeiten (S-Wellentyp v_{Svh} nach Bild 3.35). Die Scherwellengeschwindigkeit wird überdies auch mit dem Biegeelement (engl. "bender element", BE) ermittelt. Während CE und SP vollständig in die Probenendplatten integriert sind, ragt das BE ca. 3 mm in die Probe hinein.

Die Anordnung der Messinstrumente ist Bild 4.11 zu entnehmen. Mit Hilfe eines Funktionsgenerators wird ein einzelner sinusförmiger elektrischer Impuls generiert und über einen Verstärker auf eines der piezoelektrischen Elemente in der Probenfußplatte aufgebracht. Die Verformung des Elementes führt zur Ausbreitung einer Welle in Axialrichtung der Bodenprobe. Erreicht die Welle das korrespondierende Element in der Probenkopfplatte, führt dies zur Erzeugung eines elektrischen Signals, welches über einen Verstärker zu einem Oszilloskop geleitet wird. Am Oszilloskop wird aus dem gesendeten und dem empfangenen Signal (Bild 4.12) die Laufzeit t_t der Welle bestimmt, was in manchen Fällen, u.a. aufgrund von Reflexionen an den Probenrändern, schwierig sein kann (Sanchez-Salinero et al. [131], Viggiani & Atkinson [171], Brignoli et al. [12], Arulnathan et al. [5]). Die Laufzeit kann z.B. aus einem Vergleich der Startpunkte (Punkte A-A' im Bild 4.12, diese Methode wurde zur Auswertung der Versuche im Abschnitt 9.1.2.4 verwendet), dem



Bild 4.10: Foto der Endplatten der Triaxialzelle mit den piezoelektrischen Elementen



Bild 4.11: Schema der Anordnung der Messinstrumente für die Wellenmessung in Triaxialproben

Vergleich von korrespondierenden Minima, Maxima oder Nulldurchgängen (Punkte B-B',C-C',D-D' im Bild 4.12) oder auch mit Hilfe einer Kreuzkorrelation gewonnen werden (in jedem Fall sind zuvor evtl. Verzögerungszeiten des Signals in den Kabeln und elektrischen Geräten in einer Kalibrierung zu bestimmen und von der Messung abzuziehen). Die Wellengeschwindigkeit ergibt sich aus

$$v = l_t/t_t. (4.5)$$

Für den Laufweg l_t der Welle wird im Fall von CE und SP die Probenhöhe, im Fall der BE der Abstand ihrer Spitzen (siehe Viggiani & Atkinson [171], Brignoli et al. [12], Dyvik und Madshus [29]) angesetzt. Aus den Wellengeschwindigkeiten können nach Gleichung (3.7) die zugehörigen Sekantensteifigkeiten $G_{hyst,0}$ und $E_{s,hyst,0}$ bei kleinen Dehnungen ermittelt werden.

Die Frequenz des Erregerimpulses wurde je nach piezoelektrischem Element und Steifigkeit der Probe im Bereich 10 kHz $\leq f_{\text{TRM}} \leq 100$ kHz gewählt. Da in diesem Frequenzbereich kaum eine Dispersion, d.h. eine Abhängigkeit der Wellengeschwindigkeit von der Erregerfrequenz gemessen wurde (Triantafyllidis et al. [167]), kann die Erregerfrequenz derart eingestellt werden, dass das empfangene Signal deutlich und hinsichtlich der Ankunft der Welle optimal zu interpretieren ist.

Die gute Übereinstimmung der Schubmoduli $G_{\text{hyst},0}$ aus dem RC-Versuch und der Laufzeitmessung in der Triaxialzelle zeigt das Bild 4.13 in einer Darstellung analog zu derjenigen im Bild 3.32.





Bild 4.12: Gesendetes und empfangenes Signal bei der Laufzeitmessung mit piezoelektrischen Elementen (hier: Biegeelement)

Bild 4.13: Vergleich der Schubmoduli aus dem RC-Versuch und der Laufzeitmessung in der Triaxialzelle

4.2 Versuchsmaterial

Die Versuche dieser Arbeit wurden mit einem Quarzsand mit gedrungenen Körnern durchgeführt. In allen Versuchen mit Ausnahme der Tests zum Einfluss der Korngrößenverteilungskurve (Abschnitt 5.2.9) wurde die Korngrößenverteilung 3 gemäß Bild 4.14, ein Mittel- bis Grobsand verwendet. Die Charakteristika der Korngrößenverteilungskurven (mittlerer Korndurchmesser d_{50} , Ungleichförmigkeit $U = d_{60}/d_{10}$, Krümmungszahl $C = d_{30}^2/(d_{60} d_{10})$), die Porenzahlen bei lockerster (e_{max}) und dichtester (e_{min}) Lagerung nach DIN 18126, die kritischen Reibungswinkel φ_c (bestimmt als Mittelwert aus jeweils 10 Schüttkegelversuchen) sowie Fotos der Körner sind dem Bild 4.15 zu entnehmen.

4.3 Materialverhalten bei monotoner Belastung

Im Vorfeld der zyklischen Versuche wurden an der Korngrößenverteilung Nr. 3 monotone dränierte Triaxialversuche und Versuche mit ödometrischer Kompression durchgeführt. Diese dienten zur Bestimmung des Peak-Reibungswinkels $\varphi_P(I_D)$ sowie der Konstanten des hypoplastischen Stoffmodells (Abschnitt 7.3.1.3). Zur besseren Interpretation der im Abschnitt 9.2 vorgestellten undränierten zyklischen Triaxialversuche zur Korrelation der Historiotropie mit dem Verflüssigungswiderstand wurden in undränierten monotonen Triaxialversuchen die entsprechenden Grenzlinien bestimmt. Die Ergebnisse dieser Versuchsreihen werden im folgenden präsentiert.

4.3. Materialverhalten bei monotoner Belastung



Bild 4.14: Getestete Korngrößenverteilungskurven eines Quarzsandes

Boden	1	2	3	4	5	6	7
d ₅₀	0,15 mm	0,35 mm	0,55 mm	0,84 mm	1,45 mm	4,4 mm	0,52 mm
U	1,4	1,9	1,8	1,4	1,4	1,3	4,5
С	0,9	1,2	1,2	1,0	0,9	1,1	0,7
e _{max}	0,992	0,930	0,874	0,878	0,886	0,851	0,691
e _{min}	0,679	0,630	0,577	0,590	0,623	0,669	0,422
φ _c	31,3°	33,3°	31,2°	33,7°	33,9°	35,1°	33,3°
Foto	1 2 3 4						

Bild 4.15: Mittlerer Korndurchmesser d_{50} , Ungleichförmigkeit $U = d_{60}/d_{10}$, Porenzahlen bei dichtester (e_{\min}) und lockerster (e_{\max}) Lagerung, kritischer Reibungswinkel φ_c sowie Fotos der getesteten Korngrößenverteilungen

4.3.1 Peak-Reibungswinkel aus dränierten Triaxialversuchen

Zur Bestimmung des Peak-Reibungswinkels in Abhängigkeit der Lagerungsdichte wurden dränierte, monotone Triaxialversuche mit drei unterschiedlichen Anfangslagerungsdichten $(0, 18 \leq I_{D0} \leq 0, 26, 0, 59 \leq I_{D0} \leq 0, 67 \text{ und } 0, 95 \leq I_{D0} \leq 1, 02)$ durchgeführt. Die Proben wurden mit einer konstanten Vorschubgeschwindigkeit $\dot{s} = 0.1$ mm/min abgeschert.

Für jede Lagerungsdichte wurden Versuche mit effektiven Seitendrücken 50 kPa $\leq \sigma_3 \leq$ 200 kPa durchgeführt. Volumenänderungen wurden über das Porenwasser der gesättigten Proben gemessen.

Das Bild 4.16 zeigt die Entwicklung der Deviatorspannung q sowie der volumetrischen Dehnung ε_v mit zunehmender axialer Stauchung ε_1 in den Versuchen mit mitteldichter Anfangslagerung. Selbstverständlich steigt q_{max} mit zunehmendem Seitendruck σ_3 . Der Maximalwert von q lag für die sechs getesteten Seitendrücke jeweils im Bereich $6\% \leq \varepsilon_1 \leq$ 8% (Bild 4.16a). Anschließend fiel die Deviatorspannung ab, wobei der residuale Wert bei der maximal getesteten Stauchung von ca. 23 % noch nicht erreicht wurde. Die Verläufe $\varepsilon_v(\varepsilon_1)$ (Bild 4.16b) zeigen die anfängliche Kontraktanz und die anschließende ausgeprägte Dilatanz des Materials. Die Auflockerung setzt bei größeren Seitenspannungen (z.B. $\sigma_3 =$ 200 kPa) später ein als bei kleineren Drücken (z.B. $\sigma_3 =$ 50 kPa).



Bild 4.16: a) Deviatorspannung q und b) Volumendehnung ε_v als Funktion der axialen Dehnung ε_1 für $0, 59 \leq I_{D0} \leq 0, 67$ und unterschiedliche Seitendrücke σ_3

Das Bild 4.17 vergleicht die Kurven $q(\varepsilon_1)$ und $\varepsilon_v(\varepsilon_1)$ für die drei getesteten Anfangslagerungsdichten und $\sigma_3 = 200$ kPa. Bekanntermaßen steigt q_{max} mit zunehmender Anfangslagerungsdichte (Bild 4.17a), wobei sich die Kurven nach Erreichen des Maximums einem gemeinsamen residualen Wert nähern. Die Verdichtungsphase zu Beginn des Abschervorgangs verkürzt sich mit zunehmender Anfangslagerungsdichte.

Das Bild 4.18a zeigt die Peak-Spannungszustände $(p_{\text{max}}, q_{\text{max}})$ aller Versuche im *p*-*q*-Diagramm. Die Anpassung einer linearen Funktion durch den Ursprung (Kohäsion c = 0) ergab die im Bild 4.18a angegebenen Neigungen $M_c(\varphi_P)$ der Grenzgeraden. Aus Gleichung (2.8) wurden die Peak-Reibungswinkel φ_P berechnet, welche in den Bildern 4.18b und 4.18c als Funktion der Lagerungsdichte $I_{D,P}$ im Peak bzw. der Porenzahl e_P im Peak



Bild 4.17: a) Deviatorspannung q und b) Volumendehnung ε_v als Funktion der axialen Dehnung ε_1 für $\sigma_3 = 200$ kPa und unterschiedliche Anfangslagerungsdichten I_{D0}

dargestellt sind. Die Abhängigkeit $\varphi_P(I_{D,P})$ bzw. $\varphi_P(e_P)$ lässt sich für den untersuchten Sand durch

$$\varphi_P(I_{D,P}) = 31, 2^\circ \exp\left(0, 40 \ I_{D,P}^{1,41}\right)$$

bzw.
$$\varphi_P(e_P) = 31, 2^\circ \exp\left[2, 22 \ (0, 874 - e_P)^{1,41}\right]$$
(4.6)

beschreiben. Für die lockerste Lagerung $(I_D = 0)$ gilt demnach $\varphi_P = \varphi_c = 31, 2^{\circ}$.



Bild 4.18: a) Peak-Spannungszustände im p-q-Diagramm, b) Peak-Reibungswinkel φ_P als Funktion der Lagerungsdichte $I_{D,P}$ im Peak und c) als Funktion der Porenzahl e_P im Peak

4.3.2 Ödometrische Kompression

Die Ödometerversuche dienten vornehmlich der Bestimmung der hypoplastischen Materialkonstanten (Abschnitt 7.3.1.3). Es wurden jeweils drei Proben mit anfangs lockerer $(0, 02 \leq I_{D0} \leq 0, 03)$, Präparation durch Rieseln eines Schüttkegels und Abtragen der Spitze) und dichter $(0, 88 \leq I_{D0} \leq 0, 90)$ Lagerung getestet. Da die Reproduzierbarkeit in Versuchen an kleinformatigen Proben (Durchmesser d = 7,0 cm, Höhe h = 1,9cm) des Mittel- bis Grobsandes wenig zufriedenstellend war, wurden die Versuche im sog. Mittelödometer (d = 28 cm, h = 8 cm) durchgeführt. Eine detaillierte Darstellung dieses Versuchsgerätes wird in [182] gegeben. Die Reduktion der Porenzahl e mit dem mittleren Druck p ist im Bild 4.19 dargestellt. In der Auswertung des mittleren Druckes $p = (\sigma_1 + 2\sigma_3)/3$ wurde der Seitendruckbeiwert zu $K_0 = 1 - \sin(\varphi_P)$ angesetzt, wobei der Peak-Reibungswinkel aus Gleichung (4.6) berechnet wurde.



Bild 4.19: Reduktion der Porenzahl e mit dem mittleren Druck p bei ödometrischer Kompression für a) lockere und b) dichte Lagerung

Die Kompressionskurven im Bild 4.19 lassen sich durch die Gleichung von Bauer [7]

$$\frac{e}{e_0} = \exp\left[-\left(\frac{3p}{h_s}\right)^n\right] \tag{4.7}$$

beschreiben. Für die lockeren Proben erhält man aus einer Kurvenanpassung (siehe durchgezogene Linie in Bild 4.19a) $e_0 = 0,869, h_s = 591$ MPa und n = 0,50.

4.3.3 Undränierte monotone Triaxialversuche

Im Vorfeld der undränierten zyklischen Versuche zur Aufstellung einer Korrelation zwischen der Historiotropie und dem Verflüssigungswiderstand wurden zur Bestimmung der sog. Phasentransformationslinie (engl. "phase transformation line", PT) und der sog. Versagenslinie (engl. "failure line", FL) acht undränierte monotone Triaxialversuche (Kompression und Extension) durchgeführt. Die Proben wurden unter vier verschiedenen isotropen effektiven Spannungen mit 50 kPa $\leq p_0' \leq 200$ kPa konsolidiert und nach Schließen der Dränage mit einer konstanten Vorschubgeschwindigkeit $\dot{s} = 0,1$ mm/min abgeschert. Die Verläufe $q(\varepsilon_1)$ sowie die effektiven Spannungspfade in der p'-q-Ebene mit den Steigungen M_c und M_e der PT und der FL zeigt das Bild 4.20. Abweichend von der bisher verwendeten Notation werden die effektiven Spannungen im Bild 4.20 und auch im folgenden Abschnitt 4.4 mit dem hochgestellten \sqcup' gekennzeichnet.



Bild 4.20: Acht undränierte monotone Versuche mit triaxialer Kompression und Extension: a) Kurven $q(\varepsilon_1)$, b) Spannungspfade in der p'-q-Ebene

4.4 Membranpenetration bei Variation der effektiven Seitenspannung

In den zyklischen Triaxialversuchen, die in den Abschnitten 5.2.1.3 und 5.2.1.4 dargestellt werden, oszillierte neben der axialen Spannung σ_1 auch die seitliche Spannung σ_3 , und die Volumendehnungen der Probe wurden über das Porenwasser gemessen. Variiert man im Triaxialversuch jedoch die seitliche effektive Spannung σ'_3 , setzt sich die über das Porenwasser gemessene totale Volumendehnung $\varepsilon_{v,T}$ aus der Verformung des Korngerüstes $(\varepsilon_{v,S})$ und aus der Membranpenetration $(\varepsilon_{v,MP})$ zusammen:

$$\varepsilon_{v,T} = \varepsilon_{v,S} + \varepsilon_{v,MP} = \varepsilon_{v,S} + \delta V_{MP} \frac{A_M}{V_0}$$
(4.8)

mit der Fläche der Membran A_M im Bereich des Anfangsprobenvolumens V_0 und der Membranpenetration pro Einheitsfläche $\delta V_{\rm MP}$. Der Anteil der Membranpenetration resultiert aus der Tatsache, dass bei einer Erhöhung der effektiven Seitenspannung die Membran in die Zwischenräume der Körner gedrückt wird (Bild 4.21). Während der Mittelwert der bleibenden volumetrischen Dehnung $\varepsilon_v^{\rm accc}$ nicht von der Membranpenetration beeinflusst wird, muss die Amplitude der volumetrischen Dehnung $\varepsilon_v^{\rm ampl}$ um den Effekt der Membranpenetration korrigiert werden.





Bild 4.21: Problem der Membranpenetration: Eindrücken der Membran in die Kornzwischenräume bei Erhöhung der effektiven Seitenspannung σ'_3

Bild 4.22: Steigungsfaktor S in Gleichung (4.9) in Abhängigkeit des Korndurchmessers d_{20} nach Nicholson et al. [103]

Die Membranpenetration $\delta V_{\rm MP}$ bei einer Erhöhung der effektiven Seitenspannung von $\sigma_3^{\prime A}$ auf $\sigma_3^{\prime B}$ kann aus der empirischen Gleichung (Nicholson et al. [103])

$$\delta V_{\rm MP} = S \, \log(\sigma_3^{\prime B} / \sigma_3^{\prime A}) \tag{4.9}$$

ermittelt werden. In der Literatur finden sich einige Vorschläge zur Bestimmung des Steigungsfaktors *S* aus modifizierten Standard-Laborversuchen oder speziell entwickelten Versuchsgeräten (Newland & Allely [101, 102], Frydman et al. [32], Raju & Sadasivian [125], Kiekbusch & Schuppener [73], Vaid [169], Kramer [79], Lo et al. [89], Seed et al. [145]). Nicholson et al. [103] geben eine Übersicht über die vorgeschlagenen Methoden und diskutieren diese kritisch. Favorisiert wird von Nicholson et al. [103] die isotrope Kompression von Proben mit unterschiedlichen Verhältnissen der Membranfläche A_M zum Anfangsprobenvolumen V_0 . Variiert werden kann das Verhältnis A_M/V_0 z.B. durch das Testen verschiedener Probendurchmesser, von Hohlzylinderproben mit unterschiedlichen Innendurchmessern oder den Einbau von Dummy-Körpern in die Proben zwecks Reduktion des vom Korngerüst eingenommenen Volumens. Nach Nicholson et al. [103] hängt die Größe der Membranpenetration hauptsächlich von der Korngrößenverteilung ab. Die Porenzahl, die Kornform, die Struktur des Korngerüstes und die Membranstärke bzw. -steifigkeit (bei Einhaltung "üblicher" Verhältnisse des Korndurchmessers zur Membranstärke) sollen lediglich einen untergeordneten Einfluss besitzen. Auf der Basis umfangreicher Laborversuche wird von Nicholson et al. [103] folgende, im Bild 4.22 dargestellte Korrelation zwischen S und dem Korndurchmesser d_{20} angegeben:

$$S = 0,0019 + 0,0095 d_{20} - 0,0000157 (d_{20})^2$$
(4.10)

mit S in der Einheit $[\text{cm}^3/\text{cm}^2]$ und d_{20} in [mm]. Für den in den eigenen Versuchen verwendeten Mittel- bis Grobsand (Korngrößenverteilung 3 nach Bild 4.14) mit $d_{20} = 0.4$ mm ergibt sich aus Gleichung (4.10) der Wert $S = 0.0057 \text{ cm}^3/\text{cm}^2$.

Experimentell wurde die Konstante S im Rahmen dieser Arbeit aus einer isotropen Kompression von zylindrischen Proben mit unterschiedlichen Durchmessern d gewonnen. Es wurde ner Proben mit d = 10 cm, 7 cm und 3,5 cm getestet. Für jeden Probendurchmesser wurde das Verhältnis h/d = 2 untersucht. Aufgrund von $A_M/V_0 = (\pi dh)/(\pi d^2 h/4) = 4/d$ sollte die Probenhöhe h keinen Einfluss auf die Membranpenetration besitzen. Zur Kontrolle wurde für den größten und den kleinsten Probendurchmesser auch das Verhältnis h/d = 1 untersucht. Die getesteten Probengeometrien sind schematisch und fotografisch im Bild 4.23 dargestellt. Die Membranstärke betrug wie in den Versuchen in den Abschnitten 5.2.1.3 und 5.2.1.4 $t_M = 0.4$ mm. Die isotrope Kompression wurde in der Triaxialzelle vom Typ II gemäß Bild 4.3 durchgeführt, wobei der Laststempel nach der Platzierung der oberen Probenendplatte entfernt werden konnte. Bei einem Sättigungsdruck von u = 200 kPa wurde die effektive Spannung isotrop von $p' = \sigma'_3 = 50$ kPa auf $p' = \sigma'_3 = 600$ kPa erhöht. Die Volumenänderungen wurden über das Porenwasser der voll gesättigten Proben gemessen. Die Anfangslagerungsdichte wurde ähnlich wie in den Versuchen in den Abschnitten 5.2.1.3 und 5.2.1.4 zu $I_{D0} \approx 0, 6$ angestrebt.

Die Zunahme der totalen volumetrischen Dehnung $\varepsilon_{v,T}$ mit dem effektiven Druck zeigt das Bild 4.24a. Mit zunehmendem Verhältnis A_M/V_0 steigt auch $\varepsilon_{v,T}$ aufgrund der größeren Volumendehnung aus der Membranpenetration $\varepsilon_{v,MP}$. Unerwartet sind hingegen die größeren Volumendehnungen bei h/d = 1 gegenüber den Proben mit h/d = 2, welche eigentlich nur mit Unterschieden in der Probenpräparation bzw. Inhomogenitäten der Probe (größerer Einfluss der Probenenden bei kürzeren Proben) begründet werden können.



Bild 4.23: Getestete Probengeometrien: a) schematischer Vergleich, b) Fotos



Bild 4.24: Isotrope Kompression von Proben mit unterschiedlicher Geometrie zur Bestimmung der Membranpenetration: a) Verläufe $\varepsilon_{v,T}(\sigma'_3)$, b) $\varepsilon_{v,T}$ als Funktion von A_M/V_0 , c) Kurve $\delta V_{MP}(\sigma'_3)$ mit Bestimmung von S für den maßgebenden Druckbereich, d) Vergleich des bestimmten S mit Gleichung (4.10) und Messwerten nach Nicholson et al. [103]

Im Bild 4.24b ist $\varepsilon_{v,T}$ bei unterschiedlichen effektiven Seitenspannungen über A_M/V_0 aufgetragen, wobei nur die Versuche mit h/d = 2 verwendet wurden. Für ein bestimmtes σ'_3 nimmt $\varepsilon_{v,T}$ mit A_M/V_0 zu. Nach Gleichung (4.8) entspricht die Volumendehnung beim fiktiven Verhältnis $A_M/V_0 = 0$ der Volumendehnung des Korngerüstes $\varepsilon_{v,S}$, und die Steigung der Geraden $\varepsilon_{v,T}(A_M/V_0)$ ist $\delta V_{\rm MP}$. Hierbei wurde angenommen, dass sich die Kurven $\varepsilon_{v,T}(A_M/V_0)$ linear bis zu $A_M/V_0 = 0$ extrapolieren lassen. Die im Bild 4.24b angegebenen Werte von $\delta V_{\rm MP}$ wurden im Bild 4.24c über σ'_3 aufgetragen. Aufgrund des leicht überlogarithmischen Verlaufes der Kurve $\delta V_{\rm MP}(\sigma'_3)$ wurde Gleichung (4.9) nur an den für diese Arbeit maßgebenden Druckbereich 100 kPa $\leq \sigma'_3 \leq 300$ kPa angepasst, woraus S = 0,0090 cm³/cm² resultierte.

Dieser Wert ist größer als das aus Gleichung (4.10) ermittelte $S = 0,0057 \text{ cm}^3/\text{cm}^2$. Dies zeigt auch der Vergleich mit den Messwerten von Nicholson et al. [103] im Bild 4.24d (vergrößerter Ausschnitt von Bild 4.22). Hingegen lassen die Dehnungsschleifen infolge von isotropen Spannungszyklen auf der *p*-Achse (Wichtmann et al. [176]) einen kleineren Wert von *S* als nach Gleichung (4.10) vermuten. Der genaue Wert der Membranpenetration *S* muss daher zum Zeitpunkt der Verfassung dieser Arbeit als noch nicht abschließend geklärt gelten. Weitere Untersuchungen sind diesbezüglich geplant. In den Abschnitten 5.2.1.3 und 5.2.1.4 wurde *S* nach Gleichung (4.10) angesetzt.

Kapitel 5

Einflüsse auf die Akkumulationsrate

Im Abschnitt 5.1 werden die durchgeführten Versuche zunächst ausschließlich hinsichtlich der Akkumulationsrichtung $\dot{\varepsilon}_v^{\rm acc}/\dot{\varepsilon}_q^{\rm acc}$ diskutiert. Der Abschnitt 5.2 behandelt anschließend die Akkumulationsintensität $\dot{\varepsilon}^{\rm acc}$.

5.1 Akkumulationsrichtung (Fließregel)

Die in den folgenden Abschnitten vorgestellten Versuchsergebnisse zeigen, dass die Akkumulationsrichtung weitgehend vom mittleren Spannungsverhältnis $\eta^{av} = q^{av}/p^{av}$ bestimmt wird. Eine leichte Änderung der Akkumulationsrichtung mit der Zyklenanzahl N wurde beobachtet. Keinen Einfluss auf die zyklische Fließrichtung besitzen der mittlere Druck p^{av} , die Dehnungsschleife (Spannweite, Form und Polarisation), die Porenzahl, die Belastungsfrequenz, eine statische Vorbelastung und die Kornverteilungskurve.

5.1.1 Einfluss des mittleren Spannungszustandes

Es wurden Versuche mit einaxialen Spannungszyklen ($\sigma_3 = \text{konstant}$) bei unterschiedlichen mittleren Spannungen σ^{av} durchgeführt. Variiert wurde sowohl der mittlere Druck (50 kPa $\leq p^{av} \leq 300$ kPa) als auch das Spannungsverhältnis $-0, 88 \leq \eta^{av} \leq 1,375$. Die getesteten mittleren Spannungszustände umfassen den Fall der triaxialen Kompression ($\eta^{av} > 0$) ebenso wie die triaxiale Extension ($\eta^{av} < 0$) und sind im Bild 5.1 in der *p*-*q*-Ebene dargestellt. Die Proben wurden mit ähnlichen Anfangslagerungsdichten ($0,57 \leq I_{D0} \leq 0,69$) präpariert. In den Versuchen mit $\eta^{av} > 0$ wurden Amplitudenverhältnisse $\zeta = q^{\text{ampl}}/p^{av} = 0,3$ getestet, im Extensionsbereich wurde aufgrund des geringeren Abstandes von σ^{av} zur Fließfläche ein kleineres Verhältnis $\zeta = 0,2$ gewählt. In den Versuchen mit $\eta^{av} = -0.75$ und $\eta^{av} = -0.88$ wurde aus dem gleichen Grund das Amplitudenverhältnis sogar auf $\zeta = 0, 1$ bzw. $\zeta = 0, 05$ reduziert.



Bild 5.1: Getestete mittlere Spannungszustände

Betrachtet werden zunächst die Versuche mit $p^{\mathrm{av}} = 200$ kPa. Im Bild 5.2 sind für ausgewählte Spannungsverhältnisse η^{av} die bleibenden deviatorischen Dehnungen $\varepsilon_q^{\mathrm{acc}}$ über den akkumulierten volumetrischen Dehnungen $\varepsilon_v^{\mathrm{acc}}$ aufgetragen. Bild 5.2 enthält wie alle weiteren Bilder im Abschnitt 5.1 nicht die Dehnung im ersten Zyklus. Die Datenpunkte im Bild 5.2 korrespondieren zu den Zyklenanzahlen $N = 2, 5, 10, 20, 50, 100, \dots, 5 \cdot 10^4$ und 10^5 . Aus Bild 5.2 ist offensichtlich, dass die Akkumulationsrichtung $\dot{\varepsilon}_v^{\mathrm{acc}}/\dot{\varepsilon}_q^{\mathrm{acc}}$ signifikant vom Spannungsverhältnis η^{av} abhängt. Bei einem isotropen mittleren Spannungszustand $(\eta^{\mathrm{av}} = 0)$ findet eine rein volumetrische Akkumulation (Verdichtung) statt, für die Rate der deviatorischen Dehnung gilt in diesem Fall $\dot{\varepsilon}_q^{\mathrm{acc}} = 0$. Mit der Zunahme des Betrags des Spannungsverhältnisses $|\eta^{\mathrm{av}}| = |q^{\mathrm{av}}/p^{\mathrm{av}}|$ nimmt die deviatorische Komponente der Akkumulationsrichtung im Vergleich zum volumetrischen Anteil zu, und im kritischen Zustand $\eta^{\mathrm{av}} = M_c(\varphi_c) = 1,25$ bzw. $\eta^{\mathrm{av}} = M_e(\varphi_c) = -0,88$ akkumulieren sich (zumindest während der ersten Zyklen) nur deviatorische Dehnungen, d.h. für die Rate der volumetrischen Dehnung gilt $\dot{\varepsilon}_v^{\rm acc} = 0$. Letzteres gilt, obwohl die Dichte des Materials nicht der kritischen Dichte entspricht. Während Spannungsverhältnisse $M_e(\varphi_c) \leq \eta^{\rm av} \leq M_c(\varphi_c)$ zu einer Verdichtung des Materials führen, wurden für überkritische Spannungsverhältnisse Auflockerungen beobachtet (siehe z.B. Versuch mit $\eta^{\rm av} = 1,375$). Die beobachtete Abhängigkeit der Akkumulationsrichtung von $\eta^{\rm av}$ stimmt gut mit den Ergebnissen der Experimente von Luong [91] und Chang & Whitman [21] (Abschnitt 3.2) überein.



Bild 5.2: ε_q^{acc} - ε_v^{acc} -Dehnungspfade für $p^{av} = 200$ kPa und unterschiedliche Spannungsverhältnisse $-0, 88 \le \eta^{av} \le 1,375$

Ebenfalls übereinstimmend mit den Versuchsergebnissen von Chang & Whitman [21] (Bild 3.5b) beeinflusst der mittlere Druck p^{av} die Akkumulationsrichtung nicht. Dies wird im Bild 5.3 für die Versuche mit $\eta^{av} = 0.75$ (triaxiale Kompression) und im Bild 5.4 für die Tests mit $\eta^{av} = -0.5$ (triaxiale Extension) gezeigt. Der Dehnungspfad im ε_q^{acc} -

5.1. Akkumulationsrichtung



 $\varepsilon_v^{\text{acc}}$ -Diagramm fällt für die Tests mit unterschiedlichen mittleren Drücken p^{av} zusammen (Bilder 5.3a und 5.4a).

Bild 5.3: Akkumulationsrichtung für $\eta^{av} = 0,75$ (triaxiale Kompression) und unterschiedliche mittlere Drücke 50 kPa $\leq p^{av} \leq 300$ kPa: a) ε_q^{acc} - ε_v^{acc} -Dehnungspfade, b) Verhältnis $\omega = \varepsilon_v^{acc}/\varepsilon_q^{acc}$ als Funktion von p^{av}



Bild 5.4: Akkumulationsrichtung für $\eta^{av} = -0,5$ (triaxiale Extension) und unterschiedliche mittlere Drücke 50 kPa $\leq p^{av} \leq 300$ kPa: a) ε_q^{acc} - ε_v^{acc} -Dehnungspfade, b) Verhältnis $\omega = \varepsilon_v^{acc} / \varepsilon_q^{acc}$ als Funktion von p^{av}

Aus der Darstellung des Dehnungsverhältnisses $\omega = \varepsilon_v^{\rm acc} / \varepsilon_q^{\rm acc}$ über $p^{\rm av}$ für unterschiedliche Zyklenanzahlen N (Bilder 5.3b und 5.4b) ist deutlich die Zunahme der volumetrischen Akkumulationsrate im Verhältnis zur deviatorischen Akkumulationsrate mit N zu erkennen. Auch im Bild 5.2 fällt diese Drehung der Akkumulationsrichtung z.B. für den Versuch mit

 $\eta^{\rm av}=M_c(\varphi_c)=1,25$ als zunehmende Abweichung des Dehnungspfades von der Vertikalen auf.

Eine in der Versuchstechnik begründete Ursache der Drehung der Akkumulationsrichtung (z.B. resultierend aus der Volumenmessung über das Porenwasser) ist weitestgehend auszuschließen, da die gleichen Ergebnisse auch in Versuchen an trockenen Proben (Bestimmung der seitlichen Dehnungen aus lokalen Messungen mit berührungslosen Wegaufnehmern) und unabhängig von der Belastungsfrequenz, d.h. der Versuchsdauer erhalten wurden. Auch ein Anstieg des Wasserspiegels in der Messsäule infolge einer Verdichtung der Probe (führt zur Erhöhung des Porenwasserdruckes in der Probe und damit zur Reduktion der axialen und seitlichen effektiven Spannung, Reduktion von p^{av} bei $q^{av} =$ konstant) kann nicht verantwortlich gemacht werden, da dieser eine Erhöhung des Spannungsverhältnisses η^{av} bedingt und daher zu einer Abnahme von ω mit N führen sollte. Im Fall des Versuches mit $\eta^{av} = M_c(\varphi_c) = 1,25$ finden aber ohnehin nur geringe Volumenverformungen statt, so dass der Wasserspiegel der Messsäule seine Höhe kaum verändert.

Das Bild 5.5 zeigt die gemessenen Akkumulationsrichtungen für alle getesteten mittleren Spannungen σ^{av} als Einheitsvektoren in der *p*-*q*-Ebene, deren Anfangspunkt in (p^{av}, q^{av}) des jeweiligen Versuches liegt. Das Bild 5.5a wurde mit den bis zur Zyklenanzahl Nakkumulierten Dehnungen erstellt, d.h. die Neigung der Vektoren zur *p*-Achse beträgt $1/\omega = \varepsilon_q^{acc}/\varepsilon_v^{acc}$. Im Bild 5.5b wurde die Akkumulationsrichtung aus den Raten berechnet, d.h. die Vektoren sind unter $1/\Omega = \dot{\varepsilon}_q^{acc}/\dot{\varepsilon}_v^{acc}$ geneigt. Die Raten wurden dabei näherungsweise als $\dot{\varepsilon}^{acc} \approx \Delta \varepsilon^{acc}/\Delta N$ aus der Differenz $\Delta \varepsilon^{acc}$ der bleibenden Dehnungen zweier zeitlich benachbarter Messfenster (Distanz ΔN) berechnet. Die Vektoren im Bild 5.5 sind für unterschiedliche Zyklenanzahlen dargestellt, was durch die unterschiedlichen Graustufen gekennzeichnet ist. Die Drehung der Vektoren mit zunehmendem N in Richtung der positiven p- bzw. ε_v^{acc} -Achse ist in der Ratendarstellung noch deutlicher zu erkennen als in der Darstellung mit den gesamten Dehnungen.

Es stellte sich die Frage nach der mathematischen Beschreibung der Akkumulationsrichtung. Chang & Whitman [21] berichteten, dass die Fließregel des mod. Cam Clay-Modells, d.h. eines Modells für monotone Belastungen, auch die zyklische Fließrichtung gut beschreibt (Bild 3.5). Dies soll im folgenden anhand der Versuche mit $p^{av} = 200$ kPa überprüft werden Das Bild 5.6a zeigt das Verhältnis der bleibenden Dehnungen $\omega = \varepsilon_v^{acc}/\varepsilon_q^{acc}$ als Funktion von η^{av} für die Versuche mit $\eta^{av} > 0$ (triaxiale Kompression). Da ω für kleine Spannungsverhältnisse η^{av} in dieser Darstellung nur schlecht beurteilt werden kann, enthält das Bild 5.6b eine entsprechende Darstellung des Kehrwertes $1/\omega$. Die Bilder 5.6c und 5.6d zeigen analog die Diagramme für das Verhältnis der Raten $\Omega = \dot{\varepsilon}_v^{acc}/\dot{\varepsilon}_q^{acc}$ bzw. den Kehrwert $1/\Omega$, wobei die Streuung der Messwerte in diesen Darstellungen größer ist. Dem Bild 5.6 ist - wie bereits oben angesprochen - zu entnehmen, dass der deviatorische



Bild 5.5: Akkumulationsrichtung für unterschiedliche mittlere Spannungszustände σ^{av} , dargestellt als Einheitsvektor in der p-q-Ebene, a) ermittelt aus den gesamten bis zur Zyklenanzahl N akkumulierten Dehnungen, b) ermittelt aus den Dehnungsinkrementen zwischen zwei Messfenstern

Anteil der Akkumulationsrate für $\eta^{av} = 0$ verschwindet, während der volumetrische Anteil (zumindest für kleine Zyklenanzahlen $N \leq 100$) beim kritischen Spannungsverhältnis $\eta^{av} = M_c(\varphi_c)$ Null wird. Neben den gemessenen Akkumulationsrichtungen wurden im Bild 5.6 auch die Fließregeln des mod. Cam Clay-Modells und des hypoplastischen Stoffmodells eingezeichnet. Beide Fließregeln approximieren die Akkumulationsrichtung unter zyklischer Belastung gut. Bei kleinen Spannungsverhältnissen ist die Übereinstimmung zwischen der monotonen und der zyklischen Fließrichtung für $N > 10^4$ am größten, bei Spannungsverhältnissen nahe $\eta^{av} = M_c(\varphi_c)$ wird die Akkumulationsrichtung für $N \leq 100$ besser approximiert als bei größeren Zyklenanzahlen.



Bild 5.6: Akkumulationsrichtung in Abhängigkeit des Spannungsverhältnisses η^{av} für p^{av} = 200 kPa und triaxiale Kompression: a) Dehnungsverhältnis $\omega = \varepsilon_v^{acc}/\varepsilon_q^{acc}$, b) Kehrwert $1/\omega$, c) Dehnungsverhältnis $\Omega = \dot{\varepsilon}_v^{acc}/\dot{\varepsilon}_q^{acc}$, d) Kehrwert $1/\Omega$

Letzteres liegt an der Verschiebung der Grenze $\eta^{\mathrm{av}}(\dot{\varepsilon}_v^{\mathrm{acc}}=0)$ hin zu größeren Spannungsverhältnissen mit zunehmender zyklischer Belastung. Gleichzeitig nimmt bei Spannungsverhältnissen $\eta^{\mathrm{av}} < M_c(\varphi_c)$ - wie oben erwähnt - der volumetrische Anteil der Akkumulationsrichtung zu. Die Evolution der Grenze $\eta^{\mathrm{av}}(\dot{\varepsilon}_v^{\mathrm{acc}}=0)$ hängt eventuell mit einer Verfestigung des Materials unter der zyklischen Belastung zusammen. Auch eine vorwiegend abrasionsbedingte Änderung der Korngrößenverteilung, die eine Zunahme des kritischen Reibungswinkels φ_c verursacht, kann hierfür verantwortlich sein. Durch die Verschiebung der Grenze $\eta^{\mathrm{av}}(\dot{\varepsilon}_v^{\mathrm{acc}}=0)$ rücken kleinere Spannungsverhältnisse η^{av} bei $\boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{av}}$ = konstant relativ gesehen näher an die Grenze der rein volumetrischen Akkumulation $\eta^{\mathrm{av}}(\dot{\varepsilon}_q^{\mathrm{acc}}=0) = 0$. Hierdurch nimmt der volumetrische Anteil der Akkumulationsrichtung zu.

Das Bild 5.7 enthält analog zum Bild 5.6 Darstellungen für die Versuche mit $p^{av} = 200$



Bild 5.7: Akkumulationsrichtung in Abhängigkeit des Spannungsverhältnisses η^{av} für p^{av} = 200 kPa und triaxiale Extension: a) Dehnungsverhältnis $\omega = \varepsilon_v^{acc}/\varepsilon_q^{acc}$, b) Kehrwert $1/\omega$, c) Dehnungsverhältnis $\Omega = \dot{\varepsilon}_v^{acc}/\dot{\varepsilon}_q^{acc}$, d) Kehrwert $1/\Omega$

kPa und $\eta^{av} < 0$ (triaxiale Extension). Auch dem Bild 5.7 ist zu entnehmen, dass der deviatorische Anteil der Akkumulationsrichtung bei $\eta^{av} = 0$ Null wird und die volumetrische Rate bei $\eta^{av} = M_e(\varphi_c)$ verschwindet. Auch bei triaxialer Extension nimmt die volumetrische Komponente der Akkumulationsrichtung mit N zu und die Fließregeln des mod. Cam Clay-Modells und des hypoplastischen Stoffmodells liefern eine gute Beschreibung der Experimente. Es ist daher gerechtfertigt, für die zyklische Fließrichtung im Akkumulationsmodell (**m** in Gleichung (7.2)) eine dieser Fließregeln anzusetzen.

5.1.2 Einfluss der Spannweite, Form und Polarisation der Schleifen

Betrachtet werden zunächst einaxiale Spannungszyklen ($\sigma_3 = \text{konstant}$) mit $p^{\text{av}} = 200$ kPa und $\eta^{\text{av}} = 0.75$. In Versuchen mit mitteldichter Anfangslagerung wurde die Spannungsamplitude im Bereich 12 kPa $\leq q^{\text{ampl}} \leq 80$ kPa variiert. Den Darstellungen des $\varepsilon_q^{\text{acc}} - \varepsilon_v^{\text{acc}}$ -Dehnungspfades im Bild 5.8a ist zu entnehmen, dass die Amplitude dieser einaxialen Zyklen die zyklische Fließrichtung nicht beeinflusst. Das Bild 5.8b enthält die Darstellung von ω über $\bar{\varepsilon}^{\text{ampl}}$, wobei der Balken \Box über $\varepsilon^{\text{ampl}}$ bedeutet, dass die Dehnungsamplitude als Mittelwert bis zur Zyklenanzahl N berechnet wurde (siehe Details zu $\varepsilon^{\text{ampl}}(N)$ im Abschnitt 5.2.1.1). Die Zunahme von ω mit N ist für die Versuche mit größeren Dehnungsamplituden und demzufolge größeren Akkumulationsraten (Abschnitt 5.2.1.1) ausgeprägter. Aus Bild 5.8a (und weiteren ähnlichen Darstellungen im folgenden) kann geschlossen werden, dass die Zunahme des volumetrischen Anteils an der Akkumulationsrichtung mit zunehmender zyklischer Belastung eher mit der bleibenden Dehnung ε^{acc} (bzw. der historiotropen Variable g^A , siehe Abschnitt 5.2.6) als mit N korreliert. Evtl. ist eine größere Verfestigung des Materials bzw. eine stärkere Änderung der Korngrößenverteilung bei größeren Zyklen für dieses Materialverhalten verantwortlich.



Bild 5.8: Akkumulationsrichtung für unterschiedliche Spannungs- bzw. Dehnungsamplituden bei $\eta^{av} = 0,75$ (triaxiale Kompression): a) $\varepsilon_q^{acc} - \varepsilon_v^{acc}$ -Dehnungspfade, b) Verhältnis $\omega = \varepsilon_v^{acc} / \varepsilon_q^{acc}$ als Funktion der Dehnungsamplitude $\overline{\varepsilon}^{ampl}$

Auch ähnliche Versuche bei einem Spannungsverhältnis $\eta^{av} = -0.5$ (triaxiale Extension, Bild 5.9) bestätigten, dass das Verhältnis der volumetrischen und deviatorischen Akkumulationsrate keine Funktion der Spannungs- und Dehnungsamplitude der einaxialen Zyklen



Bild 5.9: Akkumulationsrichtung für unterschiedliche Spannungs- bzw. Dehnungsamplituden bei $\eta^{av} = -0, 5$ (triaxiale Extension): a) $\varepsilon_q^{acc} - \varepsilon_v^{acc}$ -Dehnungspfade, b) Verhältnis $\omega = \varepsilon_v^{acc} / \varepsilon_q^{acc}$ als Funktion der Dehnungsamplitude $\overline{\varepsilon}^{ampl}$

ist.

Auch die Polarisation der Zyklen, d.h. ihre Richtung im Spannungs- bzw. Dehnungsraum spielt hinsichtlich der Akkumulationsrichtung keine Rolle. Bei $p^{\text{av}} = 200$ kPa und $\eta^{\text{av}} = 0.5$ wurden in-phase Spannungszyklen mit sechs unterschiedlichen Neigungen $0^{\circ} \leq \alpha_{PQ} \leq 90^{\circ}$ in der P-Q-Ebene getestet. Für jede Neigung wurden vier oder fünf Spannungsamplituden $20 \text{ kPa} \leq \sqrt{(P^{\text{ampl}})^2 + (Q^{\text{ampl}})^2} \leq 100 \text{ kPa}$ untersucht. Eine ausführlichere Diskussion der Spannungs- und Dehnungsschleifen dieser Versuchsreihe findet sich im Abschnitt 5.2.1.3. Im Bild 5.10 sind die gemessenen $\varepsilon_q^{\text{acc}}$ - $\varepsilon_v^{\text{acc}}$ -Dehnungspfade dargestellt, wobei jedes Teildiagramm die Pfade der Versuche mit einer bestimmten Neigung α_{PQ} enthält.

Zunächst ist trotz Streuungen der Messdaten für $\alpha_{PQ} = 10^{\circ}$ unabhängig von der getesteten Neigung α_{PQ} festzustellen, dass die Akkumaltionsrichtung nicht von der Amplitude $\sqrt{(P^{\text{ampl}})^2 + (Q^{\text{ampl}})^2}$ der Zyklen abhängt. Die Teildiagramme im Bild 5.10 enthalten jeweils die Angabe der mittleren Steigung $1/\bar{\omega}$ der Dehnungspfade in der $\varepsilon_q^{\text{acc}}$ - $\varepsilon_v^{\text{acc}}$ -Ebene. Diese liegen im Bereich $0,97 \leq 1/\bar{\omega} \leq 1,27$. Da eine Korrelation von $1/\bar{\omega}$ mit α_{PQ} nicht erkennbar ist, kann von einer Unabhängigkeit der zyklischen Fliessrichtung von der Polarisation der Zyklen ausgegangen werden.

Auch die Form der Spannungs- bzw. Dehnungszyklen beeinflusst die Akkumulationsrichtung nicht. Bei $p^{av} = 200$ kPa und $\eta^{av} = 0,5$ wurden verschiedene elliptische Spannungspfade in der *P-Q*-Ebene untersucht. Es wurden kreisförmige Pfade mit verschiedenen Radien (Bild 5.11a), elliptische Pfade mit $Q^{ampl} = 80$ kPa und unterschiedlicher Ausdehnung in Richtung der *P*-Achse (Bild 5.11b) sowie elliptische Pfade mit $P^{ampl} = 80$ kPa und unterschiedlicher Ausdehnung in Richtung der *Q*-Achse (Bild 5.11c) getestet. Eine



Bild 5.10: ε_q^{acc} - ε_v^{acc} -Dehnungspfade für in-phase Spannungszyklen mit unterschiedlicher Neigung in der P-Q-Ebene (alle Versuche: $N_{max} = 10^4$, $p^{av} = 200$ kPa, $\eta^{av} = 0.5$, $0.56 \le I_{D0} \le 0.64$, $f_B = 0.05$ Hz)



Bild 5.11: $\varepsilon_q^{\text{acc}} - \varepsilon_v^{\text{acc}}$ -Dehnungspfade für unterschiedliche elliptische Spannungspfade in der *P*-*Q*-Ebene (alle Versuche: $N_{\text{max}} = 10^4$, $p^{\text{av}} = 200$ kPa, $\eta^{\text{av}} = 0.5$, $0, 58 \le I_{D0} \le 0.68$, $f_B = 0.05$ Hz)

wesentliche Abhängigkeit der Neigung $1/\bar{\omega}$ der $\varepsilon_q^{\text{acc}}$ - $\varepsilon_v^{\text{acc}}$ -Dehnungspfade von der Form der Zyklen konnte nicht festgestellt werden.

Demzufolge bestimmt tatsächlich nur η^{av} die zyklische Fließrichtung, nicht aber die Spannweite, Polarisation oder Form der σ^{av} umschließenden Spannungsschleife (bzw. der resultierenden Dehnungsschleife).

5.1.3 Einfluss von Amplitudenänderungen (Zyklenpakete)

Bild 5.12 zeigt Ergebnisse von Versuchen, in denen nacheinander vier Zyklenpakete mit jeweils 2, $5 \cdot 10^4$ Zyklen und Amplituden $q^{\text{ampl}} = 20$, 40, 60 und 80 kPa bei einem mittleren Spannungszustand von $p^{\text{av}} = 200$ kPa und $\eta^{\text{av}} = 0,75$ aufgebracht wurden. Die Reihenfolge der Amplituden wurde von Test zu Test variiert.



Bild 5.12: ε_q^{acc} - ε_v^{acc} -Dehnungspfade in Versuchen mit Zyklenpaketen (alle Versuche: $N_{\text{max}} = 10^5$, $p^{av} = 200$ kPa, $\eta^{av} = 0.75$, $f_B = 0.25$ Hz)

Die Richtung der Dehnungspfade im $\varepsilon_q^{\rm acc}$ - $\varepsilon_v^{\rm acc}$ -Diagramm ändert sich infolge der Amplitudenänderungen kaum. Allenfalls wurde bei einer Erhöhung der Amplitude $q^{\rm ampl}$ eine leichte Zunahme des Verhältnisses $\dot{\varepsilon}_q^{\rm acc}/\dot{\varepsilon}_v^{\rm acc}$ zu Beginn des Paketes gemessen. Dies traf jedoch auch nur dann zu, wenn nicht zuvor bereits eine größere Spannungsamplitude aufgebracht wurde.

5.1.4 Einfluss der Porenzahl / Lagerungsdichte

Versuche mit unterschiedlichen Anfangsporenzahlen e_0 aber identischen Spannungen ($p^{av} = 200 \text{ kPa}$, $\eta^{av} = 0.75$, $q^{ampl} = 60 \text{ kPa}$) zeigten, dass die zyklische Fließrichtung nicht von der Porenzahl abhängt. Im Bild 5.13a wird dies für eine Auswahl der im Abschnitt 5.2.3 noch näher diskutierten Versuche gezeigt. Die gegenüber den Bildern 5.3 und 5.8 kleinere Neigung $1/\bar{\omega}$ erklärt sich aus den großen bleibenden Dehnungen im Versuch mit $I_{D0} = 0, 24$ und der daraus resultierenden stärkeren Drehung der Akkumulationsrichtung. Bei hohen Lagerungsdichten ($I_D > 0, 9$) streuen die Werte von ω signifikant (Bild 5.13b), da sich dieses Verhältnis hier als Quotient zweier recht kleiner bleibender Dehnungen berechnet. Eine klare Tendenz dieser Streuung (z.B. eine Zunahme des deviatorischen Anteils gegenüber der volumetrischen Komponente mit abnehmendem e) war jedoch nicht zu erkennen, so dass davon auszugehen ist, dass ω auch bei dichten Lagerungen keine Funktion von e ist.



Bild 5.13: Akkumulationsrichtung in Versuchen mit unterschiedlichen Anfangslagerungsdichten I_{D0} : a) ε_q^{acc} - ε_v^{acc} -Dehnungspfade, b) Verhältnis $\omega = \varepsilon_v^{acc}/\varepsilon_q^{acc}$ als Funktion der Porenzahl e

5.1.5 Einfluss der Belastungsfrequenz

Versuche mit unterschiedlichen Belastungsfrequenzen 0,05 Hz $\leq f_B \leq 2$ Hz bei identischen Spannungen und ähnlichen Anfangslagerungsdichten sind im Bild 5.14 dargestellt. Eine Abhängigkeit der zyklischen Fließrichtung von f_B konnte nicht festgestellt werden.



Bild 5.14: Akkumulationsrichtung für unterschiedliche Belastungsfrequenzen f_B : a) ε_q^{acc} - ε_v^{acc} -Dehnungspfade, b) Verhältnis $\omega = \varepsilon_v^{acc} / \varepsilon_q^{acc}$ als Funktion von f_B

5.1.6 Einfluss der Zyklenanzahl

Die Zunahme des volumetrischen Anteils an der Akkumulationsrichtung mit N wurde bereits in den vorangegangenen Abschnitten erläutert. In den dort gezeigten Versuchen wurden 10^4 oder 10^5 Lastwechsel auf die Proben aufgebracht. Im Bild 5.15 seien abschließend hierzu noch die Ergebnisse zweier Langzeitversuche mit jeweils $2 \cdot 10^6$ Zyklen präsentiert. Die Zunahme von ω mit N setzt sich auch für $N > 10^5$ fort.

5.1.7 Einfluss einer statischen (monotonen) Vorbelastung

Auch der Einfluss einer monotonen Vorbelastung wurde getestet. Die Proben wurden ausgehend von p = 50 kPa mit Spannungspfaden entlang der p-Achse bzw. entlang der Linie $\eta = 0,75$ (entspricht $K = \sigma_3/\sigma_1 = K_0 = 0,5$) bis zu einem bestimmten Vorbelastungsdruck 100 kPa $\leq p_{\text{vorb}} \leq 300$ kPa belastet (Bild 5.16a). Dieser Druck wurde ca. 5



Bild 5.15: Akkumulationsrichtung in zwei Versuchen mit $N_{\text{max}} = 2 \cdot 10^6$: a) $\varepsilon_q^{\text{acc}} - \varepsilon_v^{\text{acc}} - \varepsilon_v^{\text{acc}}$ Dehnungspfade, b) Zunahme von $\omega = \varepsilon_v^{\text{acc}} / \varepsilon_q^{\text{acc}}$ mit N



Bild 5.16: $\varepsilon_q^{\text{acc}}$ - $\varepsilon_v^{\text{acc}}$ -Dehnungspfade für zyklische Belastungen nach vorangegangener monotoner Belastung (isotrope Vorbelastung und K_0 -Vorbelastung)

Minuten gehalten und anschließend wurde wieder auf $p^{av} = 100$ kPa entlastet. Bei $p^{av} = 100$ kPa und $\eta^{av} = 0$ bzw. $\eta^{av} = 0,75$ wurden anschließend 10^4 Zyklen mit $q^{ampl} = 50$ kPa aufgebracht. Die Versuche mit $p_{vorb} = 100$ kPa entsprechen dabei einer nicht monoton vorbelasteten Probe. Das Bild 5.16b zeigt, dass die $\varepsilon_q^{acc} - \varepsilon_v^{acc}$ -Dehnungspfade der drei Versuche mit der K_0 -Vorbelastung zusammenfallen. Gleiches gilt für die Pfade nach der isotropen Vorkompression. Eine monotone Vorbelastung wirkt sich demnach nicht auf die Akkumulationsrichtung aus.

5.1.8 Einfluss der Korngrößenverteilung

Alle bisherigen Ausführungen zur Akkumulationsrichtung bezogen sich auf die Korngrößenverteilung 3 gemäß Bild 4.14. Zusätzlich wurden auch die Korngrößenverteilungen 2 ($d_{50} = 0.35$ mm, U = 1.9), 5 ($d_{50} = 1.45$ mm, U = 1.4) und 7 ($d_{50} = 0.52$ mm, U = 4.5) getestet. Die kritischen Reibungswinkel der vier Korngrößenverteilungen lagen im Bereich $31, 2 \leq \varphi_c \leq 33, 9$ (Bild 4.15). In den Versuchen wurde der mittlere Spannungszustand ($p^{av} = 200$ kPa, $\eta^{av} = 0.75$) konstant gehalten und die Spannungsamplitude im Bereich 12 kPa $\leq q^{ampl} \leq 87$ kPa variiert.



Bild 5.17: ε_q^{acc} - ε_v^{acc} -Dehnungspfade für unterschiedliche Korngrößenverteilungen (alle Versuche: $p^{av} = 200 \text{ kPa}, \eta^{av} = 0.75$)

Im Bild 5.17 sind die $\varepsilon_q^{\text{acc}}$ - $\varepsilon_v^{\text{acc}}$ -Dehnungspfade der Böden 2, 3, 5 und 7 dargestellt, wobei das Teildiagramm b für den Boden 3 aus Gründen der besseren Vergleichbarkeit das Bild 5.8a wiederholt. Auch für die drei zusätzlich getesteten Korngrößenverteilungen konnte die

Unabhängigkeit der zyklischen Fließrichtung von der Spannungs- bzw. Dehnungsamplitude bestätigt werden. Die mittlere Neigung der Dehnungspfade im $\varepsilon_q^{\rm acc}$ - $\varepsilon_v^{\rm acc}$ -Diagramm ist für den Mittelsand 2 $(1/\bar{\omega} = 1, 41)$ nur etwas geringer als für den Mittel- bis Grobsand 3 $(1/\bar{\omega} = 1, 44)$. Der Grobsand 5 weist eine größere deviatorische Komponente $(1/\bar{\omega} = 1, 57)$, der weitgestufte Boden 7 einen größeren volumetrischen Anteil $(1/\bar{\omega} = 1, 03)$ auf. Diese Unterschiede der mittleren Akkumulationsrichtung beruhen jedoch auf den stark unterschiedlichen Akkumulationsraten (siehe hierzu Abschnitt 5.2.9) und demzufolge unterschiedlichen bleibenden Dehnungen. Je größer die bleibenden Dehnungen, desto stärker ist die Zunahme des volumetrischen Anteils der Akkumulationsrichtung und desto kleiner wird die mittlere Neigung $1/\bar{\omega}$. Dies wird deutlich, wenn man die $\varepsilon_q^{\rm acc}$ - $\varepsilon_v^{\rm acc}$ -Dehnungspfade aller vier getesteten Korngrößenverteilungen für $\varepsilon_v^{\rm acc} \leq 2\%$ in einem gemeinsamen Diagramm darstellt (Bild 5.18). Ein wesentlicher Unterschied der Dehnungspfade ist im Bild 5.18 nicht auszumachen, so dass von einer Unabhängigkeit der Akkumulationsrichtung von der Korngrößenverteilung auszugehen ist.



Bild 5.18: Zusammenstellung der ε_q^{acc} - ε_v^{acc} -Dehnungspfade für die vier getesteten Korngrößenverteilungen in einem gemeinsamen Diagramm

5.2 Akkumulationsintensität

5.2.1 Einfluss der Spannweite, Form und Polarisation der Schleifen

5.2.1.1 Spannweite der Schleife (Amplitude von in-phase Zyklen)

Zunächst werden kleine Zyklen betrachtet, d.h. Zyklen, deren Spannungspfad in der p-q-Ebene zwischen den kritischen Grenzgeraden liegt. In einer ersten Versuchsreihe wurden einaxiale Spannungszyklen ($\sigma_3 = \text{konstant}$) mit unterschiedlichen Amplituden der axialen Spannung 12 kPa $\leq \sigma_1^{\text{ampl}} \leq 80$ kPa getestet (siehe Schema der Spannungspfade im Bild 5.19). Der mittlere Spannungszustand ($p^{\text{av}} = 200$ kPa, $\eta^{\text{av}} = 0.75$) war in allen acht Versuchen identisch, und die Proben wurden mit ähnlichen Anfangslagerungsdichten $0, 58 \leq I_{D0} \leq 0, 61$ präpariert.



Bild 5.19: Versuche mit einaxialen Spannungszyklen und unterschiedlichen Amplituden: Spannungspfade in der p-q-Ebene

Im Bild 5.20 sind für den Versuch mit $q^{\text{ampl}} = 80$ kPa die q- ε_1 -Hysteresen für auswählte Zyklenanzahlen dargestellt. Aus diesem Bild wird zunächst deutlich, dass sich der erste Zyklus signifikant von den weiteren Zyklen unterscheidet. Das erste Viertel des ersten Zyklus entspricht einer Erstbelastung des Materials, die bleibenden Dehnungen am Ende des ersten Zyklus sind wesentlich größer als in den weiteren Zyklen. Auffallend ist auch eine erhöhte Steifigkeit während der Belastung zu Beginn des ersten Zyklus. Dieser erste Zyklus wurde nach einer einstündigen Standzeit unter den mittleren Spannungen σ^{av} auf die Proben aufgebracht. Ursächlich für diesen Steifigkeitsanstieg könnte die leichte Oszillation der axialen Kraft ($\leq \pm 2$ N) während der Standzeit infolge der Regelung sein. Versucht man eine Interpretation nach dem Konzept der intergranularen Dehnung (Niemunis & Herle [106]), so führen die kleinen Zyklen, obwohl sie (fast) keine bleibenden Dehnungen verursachen, zu einer Reduktion der intergranularen Dehnung. Bei einer anschließenden monotonen Belastung startet der Verformungspfad daher aus einem Zustand mit erhöhter Steifigkeit. Dem Bild 5.20 ist weiterhin die Zunahme der bleibenden Dehnung mit der Zyklenanzahl zu entnehmen.



Bild 5.20: $q \cdot \varepsilon_1$ -Hysteresen im Versuch mit $q^{\text{ampl}} = 80 \text{ kPa}$

Das Bild 5.21 zeigt den ersten Zyklus für die verschiedenen Amplituden. Die erhöhte Anfangssteifigkeit ist allen q- ε_q -Hysteresen gemeinsam (Bild 5.21a). Die bleibenden Dehnungen nach dem ersten Zyklus steigen erwartungsgemäß mit der Spannungsamplitude q^{ampl} (Bild 5.21b).



Bild 5.21: Erster Zyklus: a) q- ε_q -Hysteresen, b) bleibende Dehnungen

Die Dehnungsamplitude $\varepsilon^{\text{ampl}}$ (Bild 5.22a) nahm insbesondere im Fall der größeren Spannungsamplituden $q^{\text{ampl}} \geq 30$ kPa während der ersten 100 Zyklen ab und blieb während der weiteren Zyklen annähernd konstant. Im Bild 5.22b wurden die über $N = 10^5$ Zyklen gemittelten Werte der Dehnungsamplituden $\varepsilon_v^{\text{ampl}}$, $\varepsilon_q^{\text{ampl}}$, $\varepsilon^{\text{ampl}}$ und γ^{ampl} als Funktion von q^{ampl} dargestellt. Die Dehnungsamplituden sind somit bei geringen Amplituden proportional zu den Spannungsamplituden.



Bild 5.22: a) Dehnungsamplitude ε^{ampl} als Funktion der Zyklenanzahl N, b) Mittelwerte der Dehnungsamplituden über 10⁵ Zyklen als Funktion der Spannungsamplitude q^{ampl}

Das Bild 5.23 zeigt die Zunahme der bleibenden Dehnung ε^{acc} mit der Zyklenanzahl Nwährend der Zyklen N > 1 bei gleichzeitiger Abnahme der Akkumulationsrate $\dot{\varepsilon}^{\text{acc}} = \partial \varepsilon^{\text{acc}} / \partial N$. Die Form der Akkumulationskurven $\varepsilon^{\text{acc}}(N)$ (proportional zu $\ln(N)$ für $N \leq 10^4$, überlogarithmisch für größere Zyklenanzahlen) wird im Abschnitt 5.2.6 noch ausführlich diskutiert. Mit zunehmender Spannungs- bzw. Dehnungsamplitude steigt die Akkumulationsintensität (Bild 5.23).

Im Bild 5.24 ist die akkumulierte Dehnung ε^{acc} nach unterschiedlichen Zyklenanzahlen über dem Quadrat der Dehnungsamplitude $(\bar{\varepsilon}^{\text{ampl}})^2$ aufgetragen. Aufgrund der Variation von $\varepsilon^{\text{ampl}}$ mit N wurde im Bild 5.24 der Mittelwert $\bar{\varepsilon}^{\text{ampl}} = (\int_1^N \varepsilon^{\text{ampl}}(N) \, dN)/N$ bis zur betrachteten Zyklenanzahl N verwendet. Zur besseren Orientierung ist am oberen Bildrand auch eine Skala für die Dehnungsamplitude $\bar{\varepsilon}^{\text{ampl}}$ angegeben. Die bleibende Dehnung ε^{acc} wurde mit der Porenzahlfunktion f_e (Abschnitt 5.2.3) normiert, um die leicht unterschiedlichen Anfangsporenzahlen und die unterschiedliche Verdichtung in den neun Versuchen zu berücksichtigen. Der Balken \Box über f_e kennzeichnet, dass f_e mit einer gemittelten Porenzahl $\bar{e} = (\int_1^N e(N) \, dN)/N$ errechnet wurde. Unabhängig von N ergeben sich im Bild 5.24 annähernd Geraden, d.h. die Akkumulationsrate ist proportional zum

5.2. Akkumulationsintensität



Bild 5.23: Akkumulationskurven $\varepsilon^{\rm acc}(N)$ für unterschiedliche Spannungsamplituden $q^{\rm ampl}$



Bild 5.24: Akkumulierte Dehnung $\varepsilon^{acc}/\bar{f}_e$ aufgetragen über dem Quadrat der Dehnungsamplitude $(\bar{\varepsilon}^{ampl})^2$ mit $\bar{\varepsilon}^{ampl} = (\int_1^N \varepsilon^{ampl}(N) \ dN)/N$

Quadrat der Dehnungsamplitude:

$$\dot{\varepsilon}^{\rm acc} \sim (\varepsilon^{\rm ampl})^2$$
 (5.1)

Die Beziehung (5.1) wird durch die im Bild 5.25 dargestellten Akkumulationsraten $\dot{\varepsilon}^{\rm acc}$ für unterschiedliche Zyklenanzahlen bestätigt, wobei im Bild 5.25 auf der Abszisse die aktuelle Dehnungsamplitude $\varepsilon^{\rm ampl}$ (in der Mitte des zur Auswertung von $\dot{\varepsilon}^{\rm acc}$ herangezogenen Intervalls, $\varepsilon^{\rm ampl} \neq \bar{\varepsilon}^{\rm ampl}$) aufgetragen wurde. Auch die Funktion f_e , mit der $\dot{\varepsilon}^{\rm acc}$ normiert wurde, wurde mit der aktuellen Porenzahl e (und nicht mit \bar{e}) berechnet.



Bild 5.25: Rate der akkumulierten Dehnung $\dot{\varepsilon}^{\rm acc} \approx \Delta \varepsilon^{\rm acc} / \Delta N$ in Abhängigkeit von $(\varepsilon^{\rm ampl})^2$ für unterschiedliche Zyklenanzahlen



Bild 5.26: Verdichtungsrate $\dot{e} \approx \Delta e / \Delta N$ in Abhängigkeit von $(\varepsilon^{\text{ampl}})^2$ für unterschiedliche Zyklenanzahlen
Da eine eindeutige, nur vom Spannungsverhältnis η^{av} abhängige Akkumulationsrichtung existiert (Abschnitt 5.1), kann die Akkumulationsintensität (außer für $\dot{e} = \partial e / \partial N = 0$) auch ausreichend durch den volumetrischen Anteil der Akkumulation, d.h. die Verdichtungsrate \dot{e} beschrieben werden. Anstelle der akkumulierten Dehnung wird somit die Veränderung der Zustandsvariable Porenzahl betrachtet. Das Bild 5.26 zeigt eine zum Bild 5.25 äquivalente Darstellung der Verdichtungsraten für unterschiedliche Zyklenanzahlen. Die negativen Raten bedeuten eine Reduktion der Porenzahl. Erwartungsgemäß kann auch dem Bild 5.26 die quadratische Abhängigkeit $\dot{e} \sim (\varepsilon^{\text{ampl}})^2$ entnommen werden.

Die Versuchsergebnisse stimmen mit der im Abschnitt 3.2.2.2 vorgestellten, aus den Versuchen von Marr & Christian [94] abgeleiteten Beziehung $\varepsilon^{\text{acc}} \sim \zeta^2$ überein (Bild 3.15). Die von Sawicki & Świdziński [133, 134] vorgeschlagene allgemeine Verdichtungskurve wird im Abschnitt 5.2.6 anhand der eigenen Versuche widerlegt.

Der Einfluss der Dehnungsamplitude auf die Akkumulationsintensität wird im Akkumulationsmodell (Kapitel 7) durch den Faktor f_{ampl} mit der Referenzamplitude $\varepsilon_{\text{ref}}^{\text{ampl}} = 10^{-4}$ erfasst:

$$f_{\rm ampl} = \left(\frac{\varepsilon^{\rm ampl}}{\varepsilon^{\rm ampl}_{\rm ref}}\right)^2$$
 (5.2)

Die Abhängigkeit der Akkumulationsrate von der Dehnungsamplitude wurde ebenfalls für einen mittleren Spannungszustand mit triaxialer Extension ($p^{av} = 200$ kPa und $\eta^{av} = -0, 5$) untersucht. Spannungsamplituden 20 kPa $\leq q^{ampl} \leq 50$ kPa wurden getestet (siehe Schema der Spannungspfade in Bild 5.27).



Bild 5.27: Schema der Spannungspfade in den Versuchen zu f_{ampl} mit triaxialer Extension

Das Bild 5.28a zeigt wiederum die Abnahme der Dehnungsamplitude $\varepsilon^{\text{ampl}}$ während der ersten ca. 100 Zyklen. Für N > 100 bleibt $\varepsilon^{\text{ampl}}$ nahezu konstant. Dem Bild 5.28b ist zu entnehmen, dass die Dehnungsamplituden $\varepsilon_v^{\text{ampl}}$, $\varepsilon_q^{\text{ampl}}$, $\varepsilon^{\text{ampl}}$ und γ^{ampl} für $q^{\text{ampl}} \leq 40$ kPa linear proportional zur Spannungsamplitude sind. Für größere Spannungsamplituden stiegen die Dehnungsamplituden überproportional mit q^{ampl} .



Bild 5.28: Dehnungsamplituden in Versuchen zu f_{ampl} mit einem mittleren Spannungszustand mit triaxialer Extension: a) Kurven $\varepsilon^{ampl}(N)$, b) Mittelwerte der Dehnungsamplituden über 10⁴ Zyklen als Funktion der Spannungsamplitude q^{ampl}

Im Bild 5.29a sind die Akkumulationskurven $\varepsilon^{\rm acc}(N)$ der sechs Versuche dargestellt. Das Bild 5.29b zeigt $\varepsilon^{\rm acc}/\bar{f}_e$ als Funktion des Quadrates der Dehnungsamplitude $\bar{\varepsilon}^{\rm ampl}$. Unabhängig von N ergeben sich im Bild 5.29b lineare Verläufe, womit die Funktion $f_{\rm ampl}$ auch für $\eta^{\rm av} = -0, 5$ bestätigt werden konnte.



Bild 5.29: Bleibende Dehnung in Versuchen zu f_{ampl} mit einem mittleren Spannungszustand mit triaxialer Extension: a) Kurven $\varepsilon^{acc}(N)$, b) lineare Beziehung zwischen $\varepsilon^{acc}/\bar{f}_e$ und $(\bar{\varepsilon}^{ampl})^2$

5.2.1.2 Große Dehnungsamplituden $\varepsilon^{\text{ampl}} \ge 6 \cdot 10^{-4}$

In den Versuchen im Abschnitt 5.2.1.1 lagen die Dehnungsamplituden unterhalb von $\varepsilon^{\text{ampl}} = 6 \cdot 10^{-4}$. Größere Dehnungsamplituden wurden in speziell gesteuerten zyklischen Triaxialversuchen untersucht. Das Bild 5.30 zeigt die Steuerung dieser Versuche. Ausgehend von einem Spannungszustand σ^0 ($p^0 = 200$ kPa, $q^0 = 150$ kPa) wurde die axiale Dehnung um einen vorgegebenen Wert $\varepsilon_1^{\text{ampl}}$ erhöht ($0 \rightarrow 1$), anschließend um $2\varepsilon_1^{\text{ampl}}$ reduziert ($1 \rightarrow 2$), und der Spannungszyklus wurde durch eine Rückkehr zur Ausgangsspannung σ^0 geschlossen ($2 \rightarrow 0$). Durch diese Mischung aus Weg- und Kraftsteuerung konnten vorgegebene Dehnungsamplituden $\varepsilon_1^{\text{ampl}} > 6 \cdot 10^{-4}$ getestet und gleichzeitig die Akkumulation der Dehnung (und nicht der Spannung wie bei konventioneller Wegsteuerung) gemessen werden.



Bild 5.30: Steuerung der Versuche mit großen Dehnungsamplituden $\varepsilon^{ampl} > 6 \cdot 10^{-4}$

Allerdings bleibt der mittlere Spannungszustand σ^{av} (definiert als Mittelwert der kleinsten und der größten Spannung, $\sigma^{av} \neq \sigma^0$) während der zyklischen Belastung nicht konstant. Das Bild 5.31 zeigt am Beispiel eines Versuches mit einer Dehnungsamplitude $\bar{\varepsilon}^{ampl} = 2, 3 \cdot 10^{-3}$ den Spannungspfad in der *p*-*q*-Ebene und die ε_q -*q*-Schleife für unterschiedliche Zyklenanzahlen. Während sich die minimale Deviatorspannung q^{\min} während der 1.000 Zyklen kaum veränderte, stieg q^{\max} mit *N*, was auf eine Steifigkeitszunahme infolge zyklischer Belastung zurückzuführen ist. Der Spannungspfad überschreitet bei großen Zyklenanzahlen sogar die nach Gleichung (4.6) für e(N) ermittelte Peak-Scherfestigkeit, d.h. das Material verfestigt sich mit zunehmendem *N*. Ein Vergleich von Bild 5.31 mit Bild 5.20 zeigt, dass die Spannungs-Dehnungsschleifen bei den hier getesteten großen Dehnungsamplituden eine wesentlich größere Fläche in der q- ε_q -Ebene umschließen, d.h. die Energiedissipation nimmt erwartungsgemäß mit ε^{ampl} zu. Die q- ε_q -Hystereseschleifen werden mit zunehmender Zyklenanzahl "schlanker".



Bild 5.31: Spannungspfad in der p-q-Ebene und ε_q -q-Schleife für unterschiedliche Zyklenanzahlen

Das Bild 5.32 zeigt die bleibende Dehnung als Funktion des Quadrates der Dehnungsamplitude, wobei die Werte $\varepsilon^{\rm acc}$ durch die Normierung mit \bar{f}_e , \bar{f}_p und \bar{f}_Y (siehe Diskussion der Funktionen f_p und f_Y im Abschnitt 5.2.4) vom Einfluss der Porenzahl und der mittleren Spannung bereinigt wurden. Das Bild 5.32 enthält auch die Versuche aus dem Abschnitt 5.2.1.1. Klar zu erkennen ist, dass die Beziehung $\dot{\varepsilon}^{\rm acc} \sim (\varepsilon^{\rm ampl})^2$ für große Dehnungsamplituden (ab ca. $\varepsilon^{\rm ampl} > 10^{-3}$) ihre Gültigkeit verliert. Für größere Dehnungsamplituden bleibt die Akkumulationsrate näherungsweise konstant, d.h. sie hängt kaum noch von $\varepsilon^{\rm ampl}$ ab. Die Akkumulationsraten im Bild 5.33 bestätigen dies. Das Bild 5.33 zeigt weiterhin, dass die größte Amplitude, für die noch $\dot{\varepsilon}^{\rm acc} \sim (\varepsilon^{\rm ampl})^2$ gilt, mit der Zyklenanzahl zunimmt.



Bild 5.32: Akkumulierte Dehnung $\varepsilon^{acc}/(\bar{f}_e \bar{f}_p \bar{f}_Y)$ in Abhängigkeit von der Dehnungsamplitude $\bar{\varepsilon}^{ampl}$: Bestätigung der quadratischen Abhängigkeit bis $\varepsilon^{ampl} = 10^{-3}$

Zum Diagramm für das Intervall $50 \leq N \leq 100$ im Bild 5.33 sind im Bild 5.34 die Spannungs-Dehnungs-Hysteresen (ε_q -q) und die Dehnungsschleifen in der ε_q - ε_v -Ebene für den Zyklus N = 100 dargestellt. Dem Bild 5.33 kann entnommen werden, dass $\dot{\varepsilon}^{\rm acc} \sim (\varepsilon^{\rm ampl})^2$ für die Versuche mit den drei größten Amplituden nicht mehr gilt. In diesen Versuchen überschreitet der zyklische Spannungspfad die kritische Grenzgerade und der Sand dilatiert bereits während des Belastungsastes (Bild 5.34). Geht man davon aus, dass die Gleichung (5.2) ihre Gültigkeit verliert, sobald der Spannungspfad die CSL überschreitet, ist die Grenzamplitude, für die Gleichung (5.2) gerade noch gilt, abhängig von der Lage der Zyklen im Spannungsraum.

Hinsichtlich dieser Grenzamplitude besteht sicherlich noch weiterer Forschungsbedarf. Das



Bild 5.33: Rate der akkumulierten Dehnung $\dot{\varepsilon}^{acc} \approx \Delta \varepsilon^{acc} / \Delta N$ in Abhängigkeit von $(\varepsilon^{ampl})^2$ für unterschiedliche Zyklenanzahlen



Bild 5.34: ε_q -q-Schleifen und ε_q - ε_v -Schleifen bei N = 100 für unterschiedliche Dehnungsamplituden

Akkumulationsmodell (Kapitel 7), welches vornehmlich für kleine Dehnungsamplituden ($\varepsilon^{\text{ampl}} \leq 10^{-3}$) entwickelt wurde, setzt die Akkumulationsrate für $\varepsilon^{\text{ampl}} > 10^{-3}$ momentan vereinfachend als konstant an, d.h. Gleichung (5.2) wird erweitert zu:

$$f_{\text{ampl}} = \begin{cases} \left(\frac{\varepsilon^{\text{ampl}}}{\varepsilon_{\text{ref}}^{\text{ampl}}}\right)^2 & \text{für } \varepsilon^{\text{ampl}} \le 10^{-3} \\ 100 = f(\boldsymbol{\sigma}^{\text{av}}, e?) & \text{für } \varepsilon^{\text{ampl}} > 10^{-3} \end{cases}$$
(5.3)

Als ein Spezialfall sind Zyklen zu behandeln, die die Fließfläche berühren. Dabei wird die Akkumulationsrate von der Verweilzeit auf der Fließfläche bestimmt (Bild 5.35). Die Gleichung (5.3) verliert ihre Gültigkeit. Bei großen Zyklen mit alternierender Plastifizierung (Bild 5.35a,b,c), d.h. einer Berührung der Fließfläche im Kompressions- und Extensionsbereich der p-q-Ebene, hängt die nach jedem Zyklus verbleibende Dehnung allein von den Verweilzeiten auf dem jeweiligen Fließflächenabschnitt ab. Trotz großer Amplituden sind auch Spannungszyklen möglich, die keine Akkumulation verursachen (Bild 5.35c). Kleine Spannungszyklen können hingegen zu großen Akkumulationsraten führen, wenn sie die Fließfläche berühren (Bild 5.35d,e). Ein Abklingen der Akkumulationsrate mit der Zyklenanzahl ist nur dann zu erwarten, wenn die Fließfläche infolge einer Verdichtung oder einer Änderung der Kornstruktur evolviert. Eine numerische Behandlung solcher Zyklen in einem Akkumulationsmodell wird im Abschnitt 7.2.5 vorgeschlagen.



Bild 5.35: Zyklen mit Berührung der Fließflächen: a) bis c): große Zyklen mit alternierender Plastifizierung, d),e) kleine Zyklen, die die Fließfläche berühren

5.2.1.3 Polarisation der Zyklen

In vielen expliziten Akkumulationsmodellen in der Literatur (Kapitel 6) wird die Scherdehnungsamplitude γ^{ampl} als Einflussparameter verwendet, der volumetrische Anteil der Dehnungsschleife aber nicht betrachtet. In frühen Versionen (Niemunis et al. [112], Triantafyllidis et al. [163]) des im Kapitel 7 vorgestellten Akkumulationsmodells wurde die Dehnungsamplitude ebenfalls nur aus dem deviatorischen Anteil der Dehnungsschleife ermittelt. Die Richtigkeit dieser Vorgehensweise sollte in zyklischen Triaxialversuchen studiert werden, in denen neben der axialen Spannung σ_1 auch die seitliche Spannung σ_3 zyklisch variiert wurde. Da die Verläufe $\sigma_1(t)$ und $\sigma_3(t)$ ohne Phasenverschiebung aufgebracht wurden, ergaben sich in-phase Zyklen. Unterschiedliche Neigungen $0^{\circ} \leq \alpha_{PQ} \leq 90^{\circ}$ mit tan $\alpha_{PQ} = Q^{\text{ampl}}/P^{\text{ampl}}$ dieser Zyklen in der *P*-*Q*-Ebene wurden bei einer mittleren Spannung mit $p^{\text{av}} = 200$ kPa und $\eta^{\text{av}} = 0,5$ getestet. Die Neigung $\alpha_{PQ} = 54, 7^{\circ}$ entspricht dabei Versuchen mit $\sigma_3 =$ konstant. Für jede Neigung wurden vier bzw. fünf Versuche mit den Amplituden 20 kPa $\leq \sqrt{(P^{\text{ampl}})^2 + (Q^{\text{ampl}})^2} \leq 100$ kPa durchgeführt. Die Spannungspfade sind im Bild 5.36a in der *P*-*Q*-Ebene und zum Vergleich im Bild 5.36b auch in der *p*-*q*-Ebene dargestellt.



Bild 5.36: Spannungszyklen a) in der P-Q-Ebene und b) in der p-q-Ebene

Die resultierenden Dehnungsschleifen wurden unter Ansatz der Membranpenetration nach Gleichung (4.10) ausgewertet und sind im Bild 5.37 für N = 100 zusammengefasst. Für die Spannungszyklen parallel zur P-Achse ergeben sich nahezu rein volumetrische Dehnungsschleifen, für die Spannungszyklen parallel zur Q-Achse sind die Dehnungsschleifen nahezu rein deviatorisch. Obwohl die Spannungszyklen ideal in-phase waren, wurden für die Zyklen mit $\alpha_{PQ} \leq 30^{\circ}$ Dehnungsschleifen erhalten, die eine gewisse Fläche in der ε_Q - ε_P -Ebene umschließen.



Bild 5.37: $\varepsilon_Q - \varepsilon_P$ -Dehnungsschleifen für Spannungszyklen mit unterschiedlichen Richtungen α_{PQ} in der P-Q-Ebene und N = 100

Unabhängig vom Neigungswinkel α_{PQ} gilt $\varepsilon^{\text{ampl}} \sim \sqrt{(P^{\text{ampl}})^2 + (Q^{\text{ampl}})^2}$ (Bild 5.38a). Die Sekantensteifigkeit der Spannungs-Dehnungshysteresen nimmt mit zunehmender Neigung α_{PQ} der Zyklen ab, die Dehnungsamplituden steigen entsprechend (Bild 5.38a). Bei gleichen Werten der Spannungsamplitude $\sqrt{(P^{\text{ampl}})^2 + (Q^{\text{ampl}})^2}$ sind die Dehnungsamplituden infolge deviatorischer Zyklen ($\alpha_{PQ} = 90^\circ$) im Vergleich zu isotropen Zyklen ($\alpha_{PQ} = 0^\circ$) etwa doppelt so groß.

Akkumulationskurven $\varepsilon^{\text{acc}}(N)$ für die Spannungsamplitude 60 kPa und unterschiedliche Winkel α_{PQ} werden im Bild 5.38 gezeigt. Ähnliche Verläufe wurden auch für die anderen Spannungsamplituden gemessen. Bei gleicher *Spannungs*amplitude steigt die Akkumu-



Bild 5.38: a) Dehnungsamplituden ε^{ampl} (Mittelwerte über 10⁴ Zyklen) als Funktion der Spannungsamplitude und b) Akkumulationskurven $\varepsilon^{acc}(N)$ für $\sqrt{(P^{ampl})^2 + (Q^{ampl})^2} = 60$ kPa und unterschiedliche Neigungswinkel α_{PQ} in der P-Q-Ebene

lationsrate mit zunehmendem deviatorischen Anteil der Spannungsschleife. Der lineare Anstieg der Kurven mit $\ln(N)$ (zumindest bis $N = 2 \cdot 10^3$) ist unabhängig vom Winkel α_{PQ} . Das Bild 5.39 zeigt analog zum Bild 5.24 Darstellungen der bleibenden Dehnungen als Funktion des Quadrates der Dehnungsamplitude für die unterschiedlichen Neigungen α_{PQ} . Bild 5.39 kann entnommen werden, dass die Beziehung $\dot{\varepsilon}^{\rm acc} \sim (\varepsilon^{\rm ampl})^2$ unabhängig von der Richtung der Zyklen gilt.

Im Bild 5.40 wurden die bleibenden Dehnungen nach 10⁴ Zyklen mit der Porenzahlfunktion \bar{f}_e normiert und über der Dehnungsamplitude $\bar{\varepsilon}^{ampl}$ aufgetragen. Die Datenpunkte für unterschiedliche Neigungen α_{PQ} fallen näherungsweise auf einer Kurve zusammen. Bei einer identischen Amplitude $\bar{\varepsilon}^{ampl}$ spielt die Richtung der Zyklen im Dehnungsraum demnach keine wesentliche Rolle. Dies bestätigt auch die Darstellung der Akkumulationsraten in Bild 5.41. Aus dieser Versuchreihe kann daher geschlossen werden, dass als Eingangsgröße eines expliziten Akkumulationsmodells nicht nur der deviatorische Anteil der Dehnungschleife verwendet werden sollte. ε_P^{ampl} und ε_Q^{ampl} tragen gleich zur Akkumulationsrate bei. Die Dehnungsamplitude ε^{ampl} sollte aus der vollständigen Dehnungsschleife ermittelt werden.

5.2.1.4 Form der Dehnungsschleifen

Der Einfluss der Form der Zyklen wurde zunächst im CMDSS-Gerät und anschließend in zyklischen Triaxialversuchen mit elliptischen Spannungszyklen in der P-Q-Ebene untersucht.



Bild 5.39: Akkumulierte Dehnung $\varepsilon^{acc}/\bar{f}_e$ als Funktion von $(\bar{\varepsilon}^{ampl})^2$ für Spannungszyklen mit unterschiedlichen Neigungen α_{PQ} in der P-Q-Ebene



Bild 5.40: Akkumulierte Dehnung $\varepsilon^{acc}/\bar{f}_e$ nach $N = 10^4$ Zyklen als Funktion der Dehnungsamplitude $\bar{\varepsilon}^{ampl}$ für Spannungszyklen mit unterschiedlichen Neigungen α_{PQ} in der P-Q-Ebene



Bild 5.41: Akkumulationsraten $\dot{\varepsilon}^{\rm acc}/f_e$ als Funktion der Dehnungsamplitude $\varepsilon^{\rm ampl}$ für Spannungszyklen mit unterschiedlichen Neigungen α_{PQ} in der P-Q-Ebene

CMDSS-Versuche

In CMDSS-Versuchen wurden kreisförmige zyklische Scherungen mit einaxialen Scherungen mit identischer maximaler Spannweite (d.h. Amplitude in der γ_{13} -Richtung, Bild 5.42) verglichen. Das Bild 5.42 zeigt die Akkumulationskurven $\varepsilon^{\text{acc}}(N)$ in zwei Versuchen mit einer mitteldichten Anfangslagerung während 1.000 Zyklen. Die kreisförmige zyklische Scherung verursachte eine ca. zweimal so schnelle Akkumulation wie der einaxiale Dehnungspfad.



Bild 5.42: Vergleich von kreisförmigen und einaxialen (1-D) Zyklen in CMDSS - Versuchen

Es wurden Versuche mit unterschiedlichen Scherdehnungsamplituden $\gamma_{13}^{\text{ampl}}$ durchgeführt. Im Bild 5.43 sind die mit der Porenzahlfunktion normierten bleibenden Dehnungen nach unterschiedlichen Zyklenanzahlen als Funktion von $\gamma_{13}^{\text{ampl}}$ aufgetragen. Das Bild 5.43a zeigt die Versuche mit einaxialen Dehnungszyklen, während das Bild 5.43b die Versuche mit kreisförmigen Dehnungszyklen wiedergibt.

Es ist deutlich zu erkennen, dass die kreisförmigen Zyklen größere bleibende Dehnungen zur Folge haben als die einaxialen Zyklen. Für die Amplitude $\gamma_{13}^{\text{ampl}} = 5 \cdot 10^{-3}$ ergibt sich für N = 1.000 exakt der Faktor 2 (Bild 5.43). Auffällig insbesondere an Bild 5.43b ist, dass in den CMDSS-Versuchen mit kreisförmigen Zyklen keine quadratische Abhängigkeit der Akkumulationsraten von der Scherdehnungsamplitude γ^{ampl} beobachtet wurde. Als mögliche Ursachen kommen die großen Dehnungsamplituden (siehe Abschnitt 5.2.1.2) und das inhomogene Dehnungsfeld (siehe Abschnitt 4.1.2) in Frage.



Bild 5.43: Vergleich der akkumulierten Dehnungen infolge von a) einaxialen (1-D) und b) kreisförmigen Dehnungszyklen im CMDSS-Gerät

Aus einer Kurvenanpassung (siehe durchgezogene Linien in Bild 5.43) wurde das Verhältnis der bleibenden Dehnungen ε^{acc} infolge von kreisförmigen und einaxialen zyklischen Scherungen ermittelt und im Bild 5.44a dargestellt. Das Bild 5.44b enthält ein analoges Diagramm für die im Bild 5.45 gezeigten Akkumulationsraten $\dot{\varepsilon}^{\text{acc}}$. Es ergibt sich eine Abnahme des Verhältniswertes mit $\gamma_{13}^{\text{ampl}}$ und eine Zunahme mit N. Im Mittel beträgt das Verhältnis etwa 2, was mit Versuchen von Pyke et al. [122] gut übereinstimmt (Abschnitt 3.2.2.5). Auch die im Akkumulationsmodell (Kapitel 7) verwendete Definition der Dehnungsamplitude gibt diesen Faktor wieder, was im Abschnitt 7.2.1 noch demonstriert wird.



Bild 5.44: Verhältnis a) der bleibenden Dehnungen ε^{acc} und b) der Akkumulationsraten $\dot{\varepsilon}^{acc}$ für kreisförmige und einaxiale (1-D) Scherungen



Bild 5.45: Vergleich der Akkumulationsraten $\dot{\varepsilon}^{acc}$ für kreisförmige und einaxiale (1-D) Scherungen im CMDSS-Gerät

Zyklische Triaxialversuche

In den zyklischen Triaxialversuchen wurden die axiale (σ_1) und die radiale (σ_3) Spannung mit einer Phasenverschiebung zyklisch variiert, so dass sich elliptische Spannungzyklen in der *P-Q*-Ebene ergaben. Die Zyklen wurden bei einem mittleren Spannungszustand (Zentrum der Ellipse im Spannungsraum) von $p^{av} = 200$ kPa und $\eta^{av} = 0,5$ und mitteldichter Anfangslagerung getestet. Einen ersten Eindruck von der Lage der zyklischen Spannungspfade in der *P-Q*-Ebene bzw. zum Vergleich auch in der *p-q*-Ebene erhält man aus Bild 5.46. Die Pfade wurden unter Einhaltung eines ausreichenden Abstandes zu den Grenzlinien gewählt.

Die tatsächlich gemessenen Spannungspfade in der P-Q-Ebene, die ε_P - ε_Q -Dehnungsschleifen und die resultierenden Akkumulationskurven $\varepsilon^{\rm acc}(N)$ zeigt das Bild 5.47. Die Versuche 5 und 9 wurden der Versuchsreihe zum Einfluss der Richtung der Zyklen (Abschnitt 5.2.1.3) entnommen. Die Dehnungsschleifen wurden wiederum unter Ansatz von Gleichung (4.10) für die Membranpenetration ausgewertet. Kreisförmige P-Q-Spannungspfade führen zu leicht geneigten, fast elliptischen ε_P - ε_Q -Dehnungsschleifen mit einer wesentlich



Bild 5.46: Elliptische Spannungszyklen a) in der P-Q-Ebene und b) in der p-q-Ebene

längeren Achse in der ε_Q -Richtung. Im folgenden wird entsprechend Bild 5.48 die längere Achse der ε_P - ε_Q -Ellipse mit $2R_2$ und die kürzere mit $2R_1$ bezeichnet. Im Bild 5.48 ist das Verhältnis R_1/R_2 (die "Bauchigkeit" oder "Rundheit" der Dehnungsschleifen) als Funktion des Verhältnisses der Amplituden $P^{\text{ampl}}/Q^{\text{ampl}}$ aufgetragen. Mit zunehmendem Verhältnis $P^{\text{ampl}}/Q^{\text{ampl}}$ nimmt auch die Rundheit der Dehnungsschleifen zu. Bei $P^{\text{ampl}}/Q^{\text{ampl}} = 3$ sind sie ideal rund, bei größeren Werten von $P^{\text{ampl}}/Q^{\text{ampl}}$ (hier nur beim Versuch 10) liegt die größere Achse der Dehnungsschleifen in der ε_P -Richtung.

Die Akkumulationskurven $\varepsilon^{\operatorname{acc}}(N)$ der Versuche sind dem rechten Teil des Bildes 5.47 zu entnehmen. In den Versuchen der Reihe 1 (Bild 5.47a) mit kreisförmigen P-Q-Spannungspfaden besaßen die vier Dehnungsschleifen ähnliche Verhältniswerte 0, $3 \leq R_1/R_2 \leq 0, 37$. Größere Dehnungsschleifen führen zu größeren Akkumulationsraten. Rückschlüsse auf den Einfluss der Form der Zyklen sind aus dieser Reihe noch nicht direkt abzuleiten. In der Versuchsreihe 2 (Bild 5.47b) mit $Q^{\operatorname{ampl}} = 80$ kPa und $P^{\operatorname{ampl}} \leq Q^{\operatorname{ampl}}$ wurden ähnliche Werte von R_2 und Verhältniswerte 0, $08 \leq R_1/R_2 \leq 0, 30$ gemessen. Mit zunehmendem Anteil R_1 verläuft die Akkumulation schneller. Aufgrund der kleinen Werte von R_1/R_2 und der quadratischen Abhängigkeit der Akkumulationsrate von der Dehnungsamplitude macht sich der Unterschied in R_1/R_2 in den Raten nur moderat bemerkbar. In der dritten Versuchsreihe (Bild 5.47c) mit $P^{\operatorname{ampl}} = 80$ kPa und $Q^{\operatorname{ampl}} \leq P^{\operatorname{ampl}}$ war die Amplitude in ε_P -Richtung in den fünf Versuchen annähernd gleich, und das Verhältnis der Achsen der Dehnungschleifen betrug $0, 3 \leq R_1/R_2 \leq 0, 76$. Mit zunehmender Ausdehnung der Schleifen in ε_Q -Richtung steigt $\dot{\varepsilon}^{\operatorname{acc}}$.

Im Bild 5.49 werden die bleibenden Dehnungen in den Versuchen mit OOP- und IP-Spannungszyklen (entnommen aus Abschnitt 5.2.1.3) miteinander verglichen. Für die IP-Spannungszyklen gilt $\varepsilon^{\text{ampl}} = R_2$ (bei Vernachlässigung der leichten Rundheit der Dehnungsschleifen). Die im Abschnitt 7.2.1 vorgestellte Definition der multiaxialen Deh-



Bild 5.47: P-Q-Spannungspfade, ε_P - ε_Q -Dehnungsschleifen und Akkumulationskurven $\varepsilon^{acc}(N)$ in zyklischen Triaxialversuchen mit elliptischen Spannungszyklen in der P-Q-Ebene



Bild 5.48: "Rundheit" R_1/R_2 der Dehnungsschleifen in Abhängigkeit des Amplitudenverhältnisses P^{ampl}/Q^{ampl}



Bild 5.49: Bleibende Dehnungen $\varepsilon^{acc}/\bar{f}_e$ als Funktion von R_2 bzw. $\sqrt{(R_2)^2 + (R_1)^2}$: Vergleich von IP-Zyklen mit OOP-Zyklen

nungsamplitude liefert für elliptische Dehnungspfade

$$\varepsilon^{\text{ampl}} = \sqrt{(R_2)^2 + (R_1)^2}$$
 (5.4)

Für die OOP-Spannungszyklen wurde die bleibende Dehnung im Bild 5.49 sowohl über R_2 (weiße Dreiecke) als auch über $\varepsilon^{\text{ampl}}$ nach Gleichung (5.4) (graue Dreiecke) aufgetragen. Das Teilbild für $N = 10^4$ zeigt die zum Bild 5.47 korrespondierende Versuchsnummer. Generell ist der Unterschied zwischen R_2 und $\varepsilon^{\text{ampl}}$ nach Gleichung (5.4) nicht groß, da das Verhältnis R_1/R_2 nur in wenigen Versuchen 0,3 überschritt. Die über R_2 aufgetragenen bleibenden Dehnungen infolge der OOP-Spannungszyklen sind zumeist größer als diejenigen in den IP-Versuchen mit gleichem R_2 . Dies zeigt, dass $\dot{\varepsilon}^{\rm acc}$ mit zunehmender Rundheit der Dehnungsschleifen steigt. Die Definition der Dehnungsamplitude nach Gleichung (5.4) "schiebt" die Datenpunkte im Bild 5.49 nach rechts (siehe z.B. Datenpunkte für Versuch 11 mit $R_1/R_2 = 0,68$), so dass sie besser mit den Datenpunkten der IP-Versuche übereinstimmen. Die Akkumulationsraten bei IP- und OOP-Dehnungschleifen können dann durch eine einheitliche Beziehung $\dot{\varepsilon}^{\rm acc} \sim (\varepsilon^{\rm ampl})^2$ (siehe durchgezogene Kurven in Bild 5.49) beschrieben werden. Auf der Basis von Bild 5.49 erscheint Gleichung (5.4) (trotz Abweichungen der Versuche 4 und 8 bei größeren Zyklenanzahlen) geeignet zur Beschreibung der Amplitude von OOP-Dehnungsschleifen. Diese Aussage sollte in Zukunft noch durch weitere Versuche mit größeren Verhältnissen R_1/R_2 untermauert werden.

5.2.1.5 Umlaufsinn

Der Umlaufsinn der Dehnungszyklen beeinflusst die Akkumulationsrate nicht. Das Bild 5.50 gibt die Akkumulationskurve in einem CMDSS-Versuch wieder, in dem der Umlaufsinn der kreisförmigen Zyklen nach ca. 500 Zyklen von "im Uhrzeigersinn" auf "gegen den Uhrzeigersinn" verändert wurde. Es konnte keine Auswirkung dieses Wechsels auf die Akkumulationsrate festgestellt werden.

5.2.2 Einfluss von Polarisationsänderungen

Andert sich die Polarisation der Zyklen, bewirkt dies einen temporären Anstieg der Akkumulationsrate. Dies verdeutlichten CMDSS-Versuche, in denen die zyklische Scherrichtung plötzlich um 90° verändert wurde. Das Bild 5.51 vergleicht Versuche mit und ohne einen Polarisationswechsel nach 1.000 Zyklen. Deutlich zu erkennen ist die Zunahme der Akkumulationsrate direkt nach dem Wechsel der Scherrichtung. Dieser Effekt des Polarisationswechsels klingt während der nachfolgenden 1.000 Zyklen wieder ab und ist unabhängig von der Anfangslagerungsdichte.



Bild 5.50: Kein Einfluss einer Änderung des Umlaufsinns bei kreisförmigen Zyklen im CMDSS-Gerät



Bild 5.51: Temporärer Anstieg der Akkumulationsrate infolge eines Polarisationswechsels

Im Akkumulationsmodell (Kapitel 7) wird der temporäre Anstieg der Akkumulationsrate infolge eines Polarisationswechsels durch die Funktion f_{π} erfasst:

$$f_{\pi} = 1 + C_{\pi 1} \left(1 - \cos \alpha \right) \tag{5.5}$$

Deren Wert hängt vom Winkel α ab, welcher von der aktuellen Polarisation und der Polarisation während der zurückliegenden Zyklen eingeschlossen wird. Letztere wird gewichtet in der Variable π (sog. "back polarization") abgespeichert. Die Funktionalität von f_{π} und π wird noch detaillierter im Abschnitt 7.2.2 erläutert. Wird in einem CMDSS-Versuch die Polarisation nicht verändert, gilt cos $\alpha = 1$ und $f_{\pi} = 1$. Direkt nach einem Wechsel



Bild 5.52: Abklingen des temporären Anstiegs der Akkumulationsrate nach einem 90°-Wechsel der Polarisation

der Polarisation um 90° gilt $\cos \alpha = 0$ und $f_{\pi} = 1 + C_{\pi 1}$. Aus einem CMDSS-Versuch mit einem plötzlichen 90°-Wechsel der Polarisation nach $N = N_{\rm cp}$ Zyklen erhält man den Verlauf von f_{π} mit N. f_{π} errechnet sich als das Verhältnis der Akkumulationsrate $\dot{\varepsilon}^{\rm acc}$ in diesem Versuch und der Akkumulationsrate $\dot{\varepsilon}^{\rm acc}$ in einem ähnlichen Versuch ohne einen Polarisationswechsel (Bild 5.52a,b). Die Materialkonstante $C_{\pi 1}$ entspricht dem Unterschied zwischen dem f_{π} direkt vor und dem f_{π} direkt nach dem Polarisationswechsel, d.h. sie kann aus $C_{\pi 1} = f_{\pi}(N = N_{\rm cp}) - 1$ bestimmt werden. Die Kurven $f_{\pi}(N - N_{\rm cp})$ der vier Versuche des Bildes 5.51 sind im Bild 5.52c dargestellt. Aus den vier Versuchen wurden $f_{\pi}(N = N_{\rm cp}) = 5, 0$ und daraus $C_{\pi 1} = 4, 0$ als Mittelwerte bestimmt. Das Abklingen von f_{π} mit N nach einem Polarisationswechsel wird durch die Evolutionsgleichung des Winkels α erfasst. Diese beschreibt eine Adaption der "back polarization" an die aktuelle Polarisation (Abschnitt 7.2.2):

$$\dot{\alpha} = -C_{\pi 2} \alpha (\varepsilon^{\text{ampl}})^2 \tag{5.6}$$

Die Geschwindigkeit der Abnahme wird durch eine zweite Materialkonstante $C_{\pi 2}$ bestimmt. Diese kann anhand der Zyklenanzahl $(N - N_{cp})_{1/2}$ ermittelt werden, bei der der Faktor f_{π} den Wert $1 + 0, 5C_{\pi 1}$ (Bild 5.52c) annimmt:

$$C_{\pi 2} = \frac{\ln(3/2)}{(\varepsilon^{\text{ampl}})^2 (N - N_{\text{cp}})_{1/2}}$$
(5.7)

Die Zyklenanzahl $(N - N_{cp})_{1/2}$ kann als eine Art "Halbwertzeit" des Polarisationseffekts betrachtet werden. Für die vier Versuche des Bildes 5.52c wurde $C_{\pi 2} = 200$ erhalten. Die Dehnungsamplitude $\varepsilon^{\text{ampl}}$ in Gleichung (5.6) wurde bisher nicht experimentell getestet. Sie resultiert aus der Überlegung, dass die Adaption mit zunehmender Amplitude schneller verlaufen sollte. Die quadratische Beziehung folgt aus Gleichung (5.2). Der Verlauf $f_{\pi}(N - N_{\text{cp}})$, der durch die Gleichungen (5.5) und (5.6) mit $C_{\pi 1} = 4,0$ und $C_{\pi 2} = 200$ beschrieben wird, ist im Bild 5.52c als durchgezogene Kurve eingezeichnet. Er approximiert die Messdaten gut.

5.2.3 Einfluss der Porenzahl / Lagerungsdichte

Der Einfluss der Porenzahl wurde in Versuchen mit unterschiedlichen Anfangsporenzahlen $0,58 \leq e_0 \leq 0,80 \ (0,24 \leq I_{D0} \leq 0,99)$, aber identischen Spannungen $(p^{\rm av} = 200 \text{ kPa}, \eta^{\rm av} = 0.75, q^{\rm ampl} = 60 \text{ kPa})$ untersucht. Das Bild 5.53 zeigt zunächst die q- ε_q -Hysteresen im ersten Zyklus sowie die bleibenden Dehnungen nach diesem Zyklus. Diese nehmen aufgrund der geringeren Steifigkeit während der Erstbelastung mit der Anfangsporenzahl e_0 zu.



Bild 5.53: Erster Zyklus: a) q- ε_q -Hysteresen, b) bleibende Dehnungen als Funktion der Anfangsporenzahl

Die konstante Spannungsamplitude $q^{\text{ampl}} = 60$ kPa führte aufgrund der Abnahme der Sekantensteifigkeit der Spannungs-Dehnungs-Hysterese mit der Porenzahl (Abschnitt 3.3) zu einem Anstieg der Dehnungsamplituden mit zunehmendem e_0 (Bild 5.54a). Einige ausgewählte Akkumulationskurven $\varepsilon^{\text{acc}}(N)$ zeigt das Bild 5.54b. Die Akkumulationsrate steigt mit der Porenzahl. Im Bild 5.55 sind die mit f_{ampl} normierten bleibenden Dehnungen als Funktion einer mittleren Porenzahl $\bar{e} = (\int_1^N e(N) \, dN)/N$ dargestellt. Die Zunahme von $\varepsilon^{\text{acc}}/\bar{f}^{\text{ampl}}$ mit \bar{e} ähnelt den Kurven in den Bildern 3.22 und 3.23 nach Hain [42] und



Bild 5.54: a) Dehnungsamplituden als Funktion der Anfangsporenzahl e_0 (Mittelwerte über 10⁵ Zyklen), b) ausgewählte Verläufe $\varepsilon^{acc}(N)$



Bild 5.55: Akkumulierte Dehnung $\varepsilon^{acc}/\bar{f}_{ampl}$ in Abhängigkeit der Porenzahl e

Marr & Christian [94]. Die Abhängigkeit $\dot{\varepsilon}^{\text{acc}}(e)$ wird im Akkumulationsmodell (Kapitel 7) durch die hyperbolische Funktion

$$f_e = \frac{(C_e - e)^2}{1 + e} \frac{1 + e_{\text{ref}}}{(C_e - e_{\text{ref}})^2}$$
(5.8)

beschrieben. In Gleichung (5.8) ist $e_{\text{ref}} = e_{\text{max}} = 0,874$ eine Referenzporenzahl, für die $f_e = 1$ gilt. C_e ist eine Materialkonstante und diejenige Porenzahl, bei der die Akkumulationsrate verschwindet ($f_e = 0$, "asymptotische" Porenzahl).

Die Gleichung (5.8) wurde an die Messdaten im Bild 5.55 angepasst. Die ermittelten Werte von C_e sind an den angepassten Kurven (durchgezogene Linien in Bild 5.55) angegeben. C_e ist (abgesehen vom Bereich kleiner Zyklenanzahlen) näherungsweise unabhängig von



Bild 5.56: Akkumulationsrate $\dot{\varepsilon}^{\rm acc} \approx \Delta \varepsilon^{\rm acc} / \Delta N$ in Abhängigkeit der Porenzahl e für unterschiedliche Zyklenanzahlen



Bild 5.57: Verdichtungsrate $\dot{e}\approx\Delta e/\Delta N$ in Abhängigkeit der Porenzahl
e für unterschiedliche Zyklenanzahlen

N. Für größere Zyklenanzahlen ergab die Anpassung $C_e = 0, 54$, was 94 % von e_{\min} nach dem Standardverfahren der DIN 18126 entspricht. Die Porenzahl e_{\min} der DIN 18126 stellt lediglich eine Konvention dar, eine zyklische Belastung kann bekanntermaßen (Abschnitt 3.2.2.7) zu dichteren Lagerungen führen.

Auch die Auswertung der Akkumulationsraten (Bild 5.56) und der Verdichtungsraten (Bild 5.57) für unterschiedliche Zyklenanzahlen bestätigte die Gleichung (5.8) und die Grenzporenzahl $C_e \approx 0,54$. Dabei weisen die Verdichtungsraten eine größere Streubreite als die Dehnungsraten auf (siehe auch die Streuung der Akkumulationsrichtung in Bild 5.13b). Die Kurvenanpassung in Bild 5.57 wird daher gegenüber der Approximation im Bild 5.56 als weniger zuverlässig betrachtet.

Gleichung (5.8) überschätzt die Messwerte bei sehr dichter Anfangslagerung $I_{D0} > 0,9$ (Bild 5.55). Die für $I_{D0} > 0,9$ nahezu gleichbleibenden Akkumulationsraten könnten jedoch auch auf eine schmale aufgelockerte Zone am Probenkopf (resultierend aus der Probenpräparation infolge des Glättens der gerieselten Oberfläche) zurückzuführen sein.

5.2.4 Einfluss des mittleren Spannungszustandes

5.2.4.1 Einfluss des mittleren Druckes p^{av}

Triaxiale Kompression

Die Abhängigkeit der Akkumulationsintensität vom mittleren Druck wurde in sechs Versuchen mit 50 kPa $\leq p^{av} \leq 300$ kPa getestet. Das Spannungsverhältnis $\eta^{av} = 0,75$ sowie das Amplitudenverhältnis $\zeta = q^{ampl}/p^{av} = 0,3$ wurden konstant gehalten (siehe Schema der Spannungspfade im Bild 5.58). Die Anfangslagerungsdichten lagen im Bereich $0, 61 \leq I_{D0} \leq 0, 69$.

Das Bild 5.59a zeigt die q- ε_q -Hysteresen im ersten Zyklus. Die nach diesem Zyklus verbleibenden volumetrischen, deviatorischen und totalen Dehnungen nehmen unterproportional mit p^{av} zu (Bild 5.59b). Hierzu trägt die von p und q abhängige Steifigkeit während der Erstbelastung (erstes Viertel des ersten Zyklus) und die Erhöhung der Spannungsamplitude q^{ampl} mit p^{av} bei (siehe schematische Erläuterung im Bild 5.59a).

Im Bild 5.60a sind die Mittelwerte der Dehnungsamplituden während 10⁵ Zyklen über p^{av} aufgetragen. Die Bedingung $\zeta = q^{ampl}/p^{av} =$ konstant führt aufgrund der unterlinearen Abhängigkeit der Sekantensteifigkeit vom mittleren Druck zu einem Anstieg der Dehnungsamplituden mit p^{av} . Aus den Scherdehnungsamplituden $\gamma^{ampl}(p^{av})$ kann der Ex-



Bild 5.58: Spannungszyklen in den Versuchen zum Einfluss von p^{av}



Bild 5.59: Erster Zyklus: a) q- ε_q -Hysteresen, b) bleibende Dehnungen als Funktion des mittleren Druckes p^{av}



Bild 5.60: a) Anstieg der Dehnungsamplituden mit p^{av} bei $q^{ampl}/p^{av} = konstant$, b) Ak-kumulationskurven $\varepsilon^{acc}(N)$

ponent *n* der Druckabhängigkeit des Sekantenschubmoduls $G_{\text{hyst}} \sim (p^{\text{av}})^n$ zu n = 0,75 ermittelt werden.

Das Bild 5.60b zeigt die Akkumulationskurven $\varepsilon^{\rm acc}(N)$ der Versuche. Bis ca. $N = 10^4$ ist kaum eine Abhängigkeit der bleibenden Dehnungen von $p^{\rm av}$ zu erkennen. Für $N > 10^4$ laufen die Kurven jedoch auseinander, wobei größere Werte von $\varepsilon^{\rm acc}$ für kleinere Drücke gemessen wurden. Es ist allerdings zu berücksichtigen, dass die Dehnungsamplituden in den Versuchen mit kleineren mittleren Drücken geringer waren. Im Bild 5.61 ist die mit $\bar{f}_{\rm ampl}$ und \bar{f}_e normierte akkumulierte Dehnung für verschiedene Zyklenanzahlen N über dem mittleren Druck $p^{\rm av}$ aufgetragen. Die normierte bleibende Dehnung nimmt exponentiell mit $p^{\rm av}$ ab. Im Akkumulationsmodell (Kapitel 7) steht hierfür die Funktion

$$f_p = \exp\left[-C_p \left(\frac{p^{\rm av}}{p_{\rm ref}} - 1\right)\right]$$
(5.9)

mit dem Referenzdruck $p_{\rm ref} = p_{\rm atm} = 100$ kPa und der Materialkonstante C_p . Die durchgezogenen Linien im Bild 5.61 und die an ihnen vermerkten Konstanten C_p resultieren aus einer Anpassung von Gleichung (5.9) an die Messdaten für unterschiedliche Zyklenanzahlen. Offensichtlich steigt C_p mit N, d.h. die Druckabhängigkeit der Akkumulationsintensität nimmt mit der Zyklenanzahl zu. Die Tatsache, dass in zyklischen Einfachscherversuchen (Silver & Seed [151], Youd [188], Sawicki & Świdziński [133], siehe Abschnitt 3.2.2.6) mit geringen Zyklenanzahlen kein Einfluss der Spannung festgestellt wurde, ist (abgesehen von den generellen Nachteilen dieses Versuchstyps, siehe Abschnitt 4.1.2) eventuell auf die schwächer ausgeprägte Abhängigkeit $\dot{\varepsilon}^{\rm acc}(p^{\rm av})$ bei kleinen Zyklenanzahlen (N < 1000, Bild 5.61) zurückzuführen.



Bild 5.61: Akkumulierte Dehnung $\varepsilon^{acc}/(\bar{f}_{ampl}\bar{f}_e)$ in Abhängigkeit von p^{av}



Bild 5.62: Akkumulierte Dehnung $\varepsilon^{\rm acc}/(\bar{f}_{\rm ampl}\bar{f}_e f_Y f_N)$ in Abhängigkeit von $p^{\rm av}$

Um das Akkumulationsmodell so einfach wie möglich und die Anzahl der Materialkonstanten überschaubar zu halten, wird die N-Abhängigkeit von C_p vernachlässigt und ein mittlerer Wert $C_p = 0, 43$ in Ansatz gebracht. Dass hierdurch kein großer Verlust an Modellgenauigkeit entsteht, verdeutlicht das Bild 5.62. Im Vergleich zu Bild 5.61 wurden die Messdaten im Bild 5.62 auch vom Einfluss des Spannungsverhältnisses (Normierung mit f_Y , siehe Abschnitt 5.2.4.2) und vom Einfluss der Zyklenanzahl (Normierung mit f_N , siehe Abschnitt 5.2.6) befreit. Das Bild 5.62 zeigt die akzeptable Abweichung der resultierenden Datenpunkte von der Approximation durch die Gleichung (5.9).

Dem Bild 5.63, das die Akkumulationsraten für unterschiedliche Zyklenanzahlen präsentiert, ist ebenfalls die exponentielle Abnahme von $\dot{\varepsilon}^{\rm acc}$ mit $p^{\rm av}$ und die Zunahme von C_p mit N zu entnehmen. Gleiches gilt aufgrund der Unabhängigkeit der Akkumulationsrichtung von $p^{\rm av}$ (siehe Abschnitt 5.1) für die Darstellung der Verdichtungsraten \dot{e} im Bild 5.64.

Um die Gültigkeit von Gleichung (5.9) für Spannungsverhältnisse $\eta^{av} \neq 0,75$ zu untersuchen, wurden ergänzende Versuche mit $p^{av} = 100, 200$ und 300 kPa und Spannungsverhältnissen $0,25 \leq \eta^{av} \leq 1,313$ durchgeführt. Die mittleren Spannungszustände der Ergänzungsversuche sind als schwarze Kreise im Bild 5.65 eingezeichnet. Die Anfangslagerungsdichten der Versuche lagen im Bereich $0,57 \leq I_{D0} \leq 0,69$.

Die mit \bar{f}_{ampl} und \bar{f}_e normierten bleibenden Dehnungen nach unterschiedlichen Zyklenanzahlen sind im Bild 5.66 über der $p^{av}-\bar{Y}^{av}$ -Ebene aufgetragen. Unabhängig von N und vom Spannungsverhältnis \bar{Y}^{av} ist eine Zunahme der bleibenden Dehnungen mit abnehmendem mittleren Druck p^{av} zu erkennen. Die Zunahme der Akkumulation mit dem Spannungs-



Bild 5.63: Akkumulationsrate $\dot{\varepsilon}^{acc} \approx \Delta \varepsilon^{acc} / \Delta N$ in Abhängigkeit des mittleren Druckes p^{av} für unterschiedliche Zyklenanzahlen



Bild 5.64: Verdichtungsrate $\dot{e} \approx \Delta e / \Delta N$ in Abhängigkeit des mittleren Druckes p^{av} für unterschiedliche Zyklenanzahlen



Bild 5.65: Mittlere Spannungszustände in ergänzenden Versuchen zu f_p mit unterschiedlichen Spannungsverhältnissen η^{av}

verhältnis wird im Abschnitt 5.2.4.2 diskutiert.

Das Bild 5.67 präsentiert neben dem bereits bekannten Bild 5.61 für $\eta^{av} = 0,75$ analoge Darstellungen für die fünf anderen getesteten Spannungsverhältnisse. Die exponentiell abnehmende Funktion (5.9) konnte für alle Spannungsverhältnisse an die Messdaten angepasst werden, wobei die ermittelten Konstanten C_p im Bild 5.67 an der jeweiligen Kurve angegeben sind. Für alle getesteten Spannungsverhältnisse η^{av} stieg C_p mit N. Die größten Werte von C_p wurden für $\eta^{av} = 0,75$ ermittelt. Die Druckabhängigkeit der Akkumulationsrate ist bei kleineren und größeren Spannungsverhältnissen weniger stark ausgeprägt. Bei kleinen Spannungsverhältnissen $\eta^{av} \leq 0,5$ und kleinen Zyklenanzahlen $N \leq 100$ konnte kaum eine p^{av} -Abhängigkeit von $\dot{\varepsilon}^{acc}$ festgestellt werden (z.T. wurden sogar negative Werte für C_p ermittelt).

Im Bild 5.68 wurde eine Darstellung analog zu Bild 5.62 gewählt, d.h. die bleibenden Dehnungen wurden auch mit f_Y und f_N normiert und mit der Approximation durch Gleichung (5.9) verglichen. Gleichung (5.9) beschreibt den wichtigen Fall $\eta^{av} = 0,75$ (entspricht $K_0 = 0,5$) sicherlich am besten, für andere Spannungsverhältnisse kann sie z.T. zu einer Überschätzung der Akkumulationsrate führen, insbesondere für kleine Drücke und kleine Zyklenanzahlen. Für größere Zyklenanzahlen (z.B. $N = 10^5$) passt Gleichung (5.9) unabhängig von η^{av} recht gut. Aus diesem Grund wird $C_p = 0,43$ als von η^{av} unabhängige Materialkonstante beibehalten.



Bild 5.66: Akkumulierte Dehnung $\varepsilon^{\rm acc}/(\bar{f}_{\rm ampl}\bar{f}_e)$ über der $p^{\rm av}-\bar{Y}^{\rm av}$ -Ebene



Bild 5.67: Akkumulierte Dehnung $\varepsilon^{\rm acc}/(\bar{f}_{\rm ampl}\bar{f}_e)$ in Abhängigkeit des mittleren Druckes $p^{\rm av}$ für unterschiedliche Spannungsverhältnisse $\eta^{\rm av}$



Bild 5.68: Akkumulierte Dehnung $\varepsilon^{\rm acc}/(\bar{f}_{\rm ampl}\bar{f}_e f_Y f_N)$ in Abhängigkeit des mittleren Druckes $p^{\rm av}$ für unterschiedliche Spannungsverhältnisse $\eta^{\rm av}$

Triaxiale Extension

Die Abhängigkeit der Akkumulationsrate vom mittleren Druck wurde auch für den Fall der triaxialen Extension ($\eta^{av} = -0, 5$) untersucht. Ein Schema der Spannungszyklen bei 50 kPa $\leq p^{av} \leq 300$ kPa und mit $\zeta = 0, 2$ ist dem Bild 5.69 zu entnehmen.



Bild 5.69: Spannungszyklen in den Versuchen zu f_p bei triaxialer Extension

Das Bild 5.70a zeigt analog zu Bild 5.60a die Zunahme der Dehnungsamplituden mit dem mittleren Druck p^{av} . Die Spannungsabhängigkeit des Sekantenschubmoduls $G_{\mathrm{hyst}} \sim (p^{\mathrm{av}})^n$ wurde zu n = 0, 53 und damit kleiner als für die triaxiale Kompression (n = 0, 75) bestimmt. Die normierten bleibenden Dehnungen in Bild 5.70b können für 100 kPa $\leq p^{\mathrm{av}} \leq$ 300 kPa ebenfalls durch Gleichung (5.9) beschrieben werden (siehe durchgezogene Linien aus der Kurvenanpassung) und auch für $\eta^{\mathrm{av}} = -0, 5$ steigt C_p mit N. Die ermittelten Konstanten C_p sind vergleichbar mit den Werten bei triaxialer Kompression und kleinen Spannungsverhältnissen (Bild 5.67). Wie dem Bild 5.69 entnommen werden kann, wurden im Versuch mit $p^{\mathrm{av}} = 50$ kPa (auch bei einer Wiederholung) unerwartet große Akkumulationsraten gemessen, welche durch Gleichung (5.9) nicht abgedeckt sind. Der Versuch mit $p^{\mathrm{av}} = 50$ kPa wurde daher bei der Bestimmung der in Bild 5.70 angegebenen Werte für C_p nicht berücksichtigt. Eine genauere Untersuchung der Akkumulation bei kleinen Drücken $p^{\mathrm{av}} \leq 50$ kPa (für triaxiale Kompression und Extension) ist für die Zukunft geplant.

Isolinien mit gleicher Akkumulationsrate im Druck-Porenzahl-Diagramm

Mit den Gleichungen (5.8) und (5.9) lassen sich Orte mit identischen Akkumulationsraten im e-ln(p)-Diagramm auffinden. Das Bild 5.71a zeigt diese exemplarisch für N = 1.000, $\varepsilon^{\text{ampl}} = 3 \cdot 10^{-4}$ und $\eta^{\text{av}} = 0,75$. Die Kurven mit $\dot{\varepsilon}^{\text{acc}} =$ konstant steigen mit ln(p), d.h. ihre Neigung ist entgegengesetzt zur Neigung der Kurve der kritischen Porenzahl $e_c(p)$ (CSL). Daraus ist zu schließen, dass die Größe der Akkumulationsrate bei einer zyklischen



Bild 5.70: Einfluss des mittleren Druckes p^{av} auf die Dehnungsakkumulation in Versuchen mit triaxialer Extension ($\eta^{av} = -0, 5$): a) Dehnungsamplituden, b) bleibende Dehnung

Belastung *nicht* durch den Abstand $e - e_c$ zur CSL beschrieben werden kann. Das Schema in Bild 5.71b verdeutlicht, dass zwei Punkte im e-ln(p)-Diagramm trotz eines identischen Abstandes $e - e_c$ zur CSL unterschiedliche Akkumulationsraten aufweisen können. Im Akkumulationsmodell wird daher der Einfluss der Barotropie und der Pyknotropie durch zwei unterschiedliche Funktionen f_p und f_e beschrieben.



Bild 5.71: a) Isolinien mit $\dot{\varepsilon}^{acc}$ = konstant im Druck-Porenzahl-Diagramm, b) Die Akkumulationsintensität wird nicht durch den Abstand $e - e_c$ zur CSL bestimmt.

Anmerkungen zur Druckabhängigkeit der Sekantensteifigkeit

Die Druckabhängigkeit der Sekantensteifigkeit $G_{\rm hyst} \sim p^n$ wurde auch in RC-Versuchen getestet. Die Verläufe des Sekantenschubmoduls $G_{\rm hyst}$ mit der Scherdehnungsamplitude $\gamma^{\rm ampl}$ wurden für vier unterschiedliche isotrope Spannungen 50 kPa $\leq p \leq 400$ kPa gemessen (Bild 5.72a). Betrachtet man die auf den Maximalwert bei kleinen Dehnungen $G_{\rm hyst,0} = G_{\rm dyn}$ bezogenen Schubmoduli, so nimmt $G_{\rm hyst}/G_{\rm hyst,0}$ für kleine Drücke schneller mit $\gamma^{\rm ampl}$ ab als für größere Drücke (Wichtmann & Triantafyllidis [180]). Entnimmt man für eine bestimmte Scherdehnungsamplitude $\gamma^{\rm ampl}$ den Schubmodul $G_{\rm hyst}$ aus Bild 5.72a und trägt diesen über p auf, erhält man das Diagramm in Bild 5.72b. Eine Anpassung von $G_{\rm hyst} \sim p^n$ an die Messdaten zeigte, dass der Exponent n mit steigender Scherdehnungsamplitude zunimmt. Bei $\gamma^{\rm ampl} = 10^{-6}$ gilt n = 0, 45 und für $\gamma^{\rm ampl} = 3 \cdot 10^{-4}$ wurde n = 0, 60 ermittelt. Die Abhängigkeit $n(\gamma^{\rm ampl})$ ist dafür ursächlich, dass in den zyklischen Triaxialversuchen größere Exponenten n erhalten wurden als aus Messungen bei sehr kleinen Dehnungen (RC-Versuch, Wellenausbreitung, Wichtmann & Triantafyllidis [183, 184, 180]). Neben der Dehnungsamplitude spielt jedoch auch das Spannungsverhältnis $\eta^{\rm av} = -0, 5$ für $\eta^{\rm av} = -0, 5$ für $\eta^{\rm av} = 0, 75$ für



Bild 5.72: RC-Versuche: a) Verläufe $G_{hyst}(\gamma^{ampl})$ für vier unterschiedliche Drücke p, b) Druckabhängigkeit $G_{hyst}(p)$ für unterschiedliche Scherdehnungsamplituden γ^{ampl}

Wie weitere RC-Versuche an Proben mit unterschiedlichen Anfangsporenzahlen und einer stufenweisen Steigerung des mittleren Druckes 50 kPa $\leq p \leq 400$ kPa zeigten, wirkt sich die Porenzahl nicht auf den Exponenten n aus (Bild 5.73).


Bild 5.73: RC-Versuche: a) $G_{hyst,0}(e)$ für sieben unterschiedliche mittlere Drücke p, b) Druckabhängigkeit $G_{hyst}(p)$ für unterschiedliche Porenzahlen

5.2.4.2 Einfluss des Spannungsverhältnisses η^{av} bzw. \bar{Y}^{av}

Triaxiale Kompression

Der Einfluss des Spannungsverhältnisses auf die zyklische Verdichtung wurde zunächst in elf Versuchen mit $0,375 \leq \eta^{av} \leq 1,375 \ (0,088 \leq \overline{Y}^{av} \leq 1,243), p^{av} = 200$ kPa und $\zeta = 0,3$ getestet. Ein Schema der Spannungszyklen findet sich im Bild 5.74.



Bild 5.74: Spannungszyklen in den Versuchen mit unterschiedlichen Spannungsverhältnissen η^{av}

Die Spannungs-Dehnungs-Hysteresen im ersten Zyklus zeigt das Bild 5.75a. Mit steigendem Spannungsverhältnis η^{av} nimmt aufgrund der abnehmenden Steifigkeit während der Erstbelastung die bleibende deviatorische Dehnung zu. Große Deformationen treten insbe-

sondere für $\eta^{\text{av}} \geq 1$ (entspricht Spannungsverhälnissen $\eta^{\text{max}} \geq 1, 3$ bei $q^{\text{max}} = q^{\text{av}} + q^{\text{ampl}}$) auf. Für die Spannungszyklen mit $\eta^{\text{av}} \geq 1, 125$ ($\bar{Y}^{\text{av}} \geq 0, 79$) verbleibt am Ende des ersten Zyklus eine Auflockerung des Sandes (Bild 5.75b).



Bild 5.75: Erster Zyklus: a) q- ε_q -Hysteresen, b) bleibende Dehnungen als Funktion des Spannungsverhältnisses \bar{Y}^{av}



Bild 5.76: a) Abnahme der Dehnungsamplituden mit η^{av} bei $q^{ampl} = konstant$ (Mittelwerte während 10⁵ Zyklen), b) Akkumulationskurven $\varepsilon^{acc}(N)$

Die Dehnungsamplituden nehmen mit steigendem Spannungsverhältnis η^{av} leicht ab (Bild 5.76a). Die Akkumulationskurven $\varepsilon^{\text{acc}}(N)$ im Bild 5.76b zeigen, dass die Akkumulationsrate mit steigendem Spannungsverhältnis zunimmt. Im Bild 5.77 wurden die bleibenden Dehnungen für verschiedene Zyklenanzahlen N mit \bar{f}_{ampl} und \bar{f}_e normiert und über dem Spannungsverhältnis \bar{Y}^{av} dargestellt. Die bleibenden Dehnungen steigen exponentiell mit

 $\bar{Y}^{\rm av}.$ Im Akkumulationsmodell (Kapitel 7) wird diese Abhängigkeit der Akkumulationsrate vom Spannungsverhältnis durch den Faktor

$$f_Y = \exp\left(C_Y \,\bar{Y}^{\rm av}\right) \tag{5.10}$$

erfasst, worin C_Y eine Materialkonstante ist. Die Gleichung (5.10) wurde an die Messdaten angepasst, die erhaltenen Konstanten C_Y sind im Bild 5.77 an den jeweiligen Kurven angegeben. Abgesehen von den Messdaten für N = 20 ($C_Y = 1, 4$) variiert C_Y nur leicht mit der Zyklenanzahl ($1, 8 \le C_Y \le 2, 1$). Für den getesteten Sand wird ein mittlerer Wert von $C_Y = 2, 0$ angesetzt.

Im Versuch mit $\eta^{av} = 1,375$ berührten die Spannungszyklen die Linie der Peak-Scherfestigkeit, d.h. sie entsprachen dem im Bild 5.35d,e dargestellten Fall. Die resultierenden großen Akkumulationsraten ($\varepsilon^{acc} = 20\%$ nach 10^5 Zyklen) lassen sich nicht mehr durch Gleichung (5.10) beschreiben. Für diese Zyklen gelten die Ausführungen im Abschnitt 7.2.5.



Bild 5.77: Akkumulierte Dehnung in Abhängigkeit des Spannungsverhältnisses \bar{Y}^{av}

Die Akkumulationsraten $\dot{\varepsilon}^{\rm acc}$ für unterschiedliche Zyklenanzahlen im Bild 5.78 bestätigen Gleichung (5.10), die Variation von C_Y mit N (1, $4 \leq C_Y \leq 2, 6$) ist jedoch etwas größer als in der Auswertung der bleibenden Dehnungen (Bild 5.77). Der Ansatz von $C_Y = 2, 0$ erscheint jedoch auch nach der Betrachtung von Bild 5.78 plausibel.

Während das Bild 5.79 die gemessenen Verdichtungsraten \dot{e} für unterschiedliche Zyklenanzahlen zeigt, gibt das Bild 5.80 den durch das Akkumulationsmodell prognostizierten Verlauf $\dot{e}(\bar{Y}^{av})$ für typische Versuchsrandbedingungen wieder. Die Kurve in Bild 5.80 wurde für N = 1.000 dargestellt, ihre Form ist jedoch unabhängig von N. Zur Erstellung des



Bild 5.78: Akkumulationsrate $\dot{\varepsilon}^{acc} \approx \Delta \varepsilon^{acc} / \Delta N$ in Abhängigkeit des Spannungsverhältnisses \bar{Y}^{av} für unterschiedliche Zyklenanzahlen



Bild 5.79: Verdichtungsrate $\dot{e} \approx \Delta e / \Delta N$ in Abhängigkeit des Spannungsverhältnisses \bar{Y}^{av} für unterschiedliche Zyklenanzahlen



Bild 5.80: Vom Akkumulationsmodell prognostizierte Verdichtungsraten $\dot{e}(\bar{Y}^{av})$

Verlaufes $\dot{e}(\bar{Y}^{av})$ in Bild 5.80 wurde die Fließrichtung des Modified Cam-Clay Modells zugrunde gelegt (siehe Abschnitt 5.1). Es gilt $\dot{e} \sim 1/\sqrt{3/(2\omega^2) + 1/3} f_Y$, d.h. die Verdichtungsrate verschwindet auf der CSL ($\bar{Y}^{av} = 1$). Das Bild 5.79 zeigt übereinstimmend mit den Ausführungen im Abschnitt 5.1, dass die Bedingung $\dot{e}(\bar{Y}^{av} = 1) = 0$ strenggenommen nur für kleinere Zyklenanzahlen zutrifft (z.B. für N = 10-20), und dass sich das zu $\dot{e} = 0$ gehörende Spannungsverhältnis mit zunehmendem N vergrößert. Die Form der Kurve im Bild 5.80 ist im Bild 5.79 wieder zu erkennen (siehe z.B. N = 5.000 - 10.000).

Diagramme analog zu Bild 5.77 für $p^{av} = 100$ kPa und $p^{av} = 300$ kPa (siehe mittlere Spannungszustände der zugehörigen Versuche im Bild 5.65) enthält das Bild 5.81. Wie im Fall von $p^{av} = 200$ kPa konnte Gleichung (5.10) gut an die Messdaten angepasst werden und es ergaben sich ähnliche Werte für die Konstante C_Y (1,6 $\leq C_Y \leq 2,1$ für $p^{av} =$ 100 kPa und 1,2 $\leq C_Y \leq 2,0$ für $p^{av} = 300$ kPa). Ein Ansatz von Gleichung (5.10) mit $C_Y = 2,0$ unabhängig von p^{av} erscheint daher möglich.



Bild 5.81: Normierte akkumulierte Dehnung in Abhängigkeit des Spannungsverhältnisses \bar{Y}^{av} für $p^{av} = 100$ kPa und $p^{av} = 300$ kPa

Triaxiale Extension

Um die Anwendbarkeit von Gleichung (5.10) auf den Fall der triaxialen Extension zu untersuchen, wurden die im Bild 5.82 schematisch dargestellten Spannungszyklen getestet ($p^{av} = 200$ kPa, $-0,88 \leq \eta^{av} \leq 0$). Aufgrund des geringeren Abstandes des mittleren Spannungszustandes zur Fließfläche wurden kleinere Amplitudenverhältnisse $\zeta = q^{ampl}/p^{av} = 0,2$ verwendet als in den Versuchen mit triaxialer Kompression. In den Versuchen mit $\eta^{av} = -0.75$ und $\eta^{av} = -0.88$ wurde das Amplitudenverhältnis auf $\zeta = 0, 1$ bzw. $\zeta = 0,05$ reduziert. Die Versuche mit triaxialer Extension wurden um solche mit triaxialer Kompression ($p^{av} = 200$ kPa, $0,25 \leq \eta^{av} \leq 1,25$) und $\zeta = 0,2$ ergänzt.



Bild 5.82: Spannungszyklen in den Versuchen zu f_Y bei triaxialer Extension



Bild 5.83: Dehnungsamplituden in den Versuchen zu f_Y bei triaxialer Extension

Im Bild 5.83 sind die Dehnungsamplituden in den Versuchen mit $\zeta = 0, 2$ als Funktion von η^{av} dargestellt. Für die triaxiale Extension nehmen die Dehnungsamplituden mit $|\eta^{\text{av}}|$

zu, während sie für die triaxiale Kompression mit $|\eta^{\rm av}|$ abnehmen (siehe auch Bild 5.76a). Während für $\eta^{\rm av} \geq 0$ die deviatorischen wesentlich größer als die volumetrischen Dehnungsamplituden sind, wird die Differenz der beiden Amplituden mit abnehmendem $\eta^{\rm av}$ geringer und für $\eta^{\rm av} < -0, 2$ sind $\varepsilon_q^{\rm ampl}$ und $\varepsilon_v^{\rm ampl}$ nahezu identisch. Die Dehnungsamplituden in Bild 5.83 zeigen, dass die Sekantensteifigkeit der Spannungs-Dehnungshysterese für die getesteten Spannungsamplituden deutlich vom Spannungsverhältnis $\eta^{\rm av}$ abhängt. Für kleine Dehnungsamplituden ($\gamma^{\rm ampl} \leq 10^{-6}$) ist die Abhängigkeit $G_{\rm hyst,0}(\eta^{\rm av})$ bzw. $E_{s,\rm hyst,0}(\eta^{\rm av})$ weniger stark ausgeprägt (Wichtmann & Triantafyllidis [184]).

Die mit \bar{f}_{ampl} und \bar{f}_e normierten bleibenden Dehnungen ε^{acc} sind im Bild 5.84 in Abhängigkeit von η^{av} aufgetragen. Wie für $\eta^{av} > 0$ steigen auch im Fall $\eta^{av} < 0$ die bleibenden Dehnungen mit zunehmendem Betrag des Spannungsverhältnisses $|\eta^{av}|$. Die Form der Kurven $\varepsilon^{acc}(|\eta^{av}|)$ ist jedoch für triaxiale Kompression und triaxiale Extension unterschiedlich, d.h. es gilt $\dot{\varepsilon}^{acc}(-\eta^{av}) \neq \dot{\varepsilon}^{acc}(\eta^{av})$.



Bild 5.84: Vergleich der Verläufe $\varepsilon^{acc}(\eta^{av})$ für $\eta^{av} \leq 0$ und $\eta^{av} \geq 0$

Im Bild 5.85 sind die bleibenden Dehnungen als Funktion von \bar{Y}^{av} dargestellt. Für die Versuche mit $\eta^{av} \geq 0$ konnte wieder Gleichung (5.10) mit $1, 5 \leq C_Y \leq 2, 0$ angepasst werden. Die Anwendung von Gleichung (5.10) mit $C_Y = 2, 0$ auf die Versuche mit $\eta^{av} < 0$ überschätzt die Akkumulationsraten (im Bild 5.85 zeigt dies die gestrichelte Kurve für $N = 10^4$). Um die Versuche mit triaxialer Extension genauer zu beschreiben, kann folgende Modifikation der Gleichung (5.10) verwendet werden:

$$f_Y = \exp\left[C_{Y1} \, (\bar{Y}^{av})^{C_{Y2}}\right] \tag{5.11}$$

Eine Anpassung von Gleichung (5.11) an die Versuche mit $\eta^{av} \leq 0$ (durchgezogene Linien



Bild 5.85: Vergleich der Verläufe $\varepsilon^{acc}(\bar{Y}^{av})$ für $\eta^{av} \leq 0$ und $\eta^{av} \geq 0$

im Bild 5.85 im Bereich $\eta^{av} \leq 0$) führte zu $1, 2 \leq C_{Y1} \leq 1, 3$ and $2, 3 \leq C_{Y2} \leq 2, 7$. Als Materialkonstanten werden daher vorgeschlagen:

$$C_{Y1} = \begin{cases} 2, 0 & \text{für } \eta^{\text{av}} \ge 0\\ 1, 25 & \text{für } \eta^{\text{av}} < 0 \end{cases}$$
$$C_{Y2} = \begin{cases} 1, 0 & \text{für } \eta^{\text{av}} \ge 0\\ 2, 5 & \text{für } \eta^{\text{av}} < 0 \end{cases}$$

Eine Überschätzung der Akkumulationsrate bei kleinen Spannungsverhältnissen im Extensionsbereich ($0 \le \bar{Y}^{av} \le 0, 2$) kann jedoch auch durch Gleichung (5.11) nicht verhindert werden.

Die folgende Hypothese könnte den Unterschied zwischen den Akkumulationsraten in den Versuchen mit triaxialer Kompression und Extension erklären. Hierzu wird vorausgesetzt, dass eine statische Vorbelastung die Akkumulationsrate reduziert. Wird eine Probe statisch isotrop vorbelastet, so ist ihre Akkumulationsrate zu Beginn der zyklischen Belastung bei gleichen Spannungen und gleicher Porenzahl kleiner als die Rate einer frisch eingerieselten Probe. Vorbelastungsflächen können experimentell z.B. über die Messung der akustischen Emissionen ermittelt werden (Oda & Iwashita [115]). In der p-q-Ebene ähneln diese Vorbelastungsflächen den Kurven, die im Bild 5.86 mit grauer Farbe eingetragen wurden. In sämtlichen zyklischen Versuchen wurde zunächst der Spannungszustand isotrop auf $p = \sigma_3^{av}$ erhöht, anschließend wurde die axiale Spannung auf σ_1^{av} erhöht (triaxiale Kompression) bzw. reduziert (triaxiale Extension). Im Fall eines mittleren Spannungspfad $0 \rightarrow 1 \rightarrow 2$ voraus, im Fall der triaxialen Extension der Pfad $0 \rightarrow 3 \rightarrow 4$. Dem

Bild 5.86 ist zu entnehmen, dass die zyklische Belastung für kleine Spannungsverhältnisse mit triaxialer Extension (gestrichelte Linie) in einem "überkonsolidierten" Zustand aufgebracht wurde. Hiermit sind die kleineren Akkumulationsraten im Vergleich zu analogen Spannungsverhältnissen mit triaxialer Kompression zu erklären. Für größere Spannungszustände mit triaxialer Extension ist der mittlere Spannungszustand "normalkonsolidiert" und die Akkumulationsraten sind den Raten bei triaxialer Kompression ähnlich. Gegen diese Hypothese spricht, dass in ersten Experimenten (allerdings mit Zyklen auf der *p*-Achse, Abschnitt 5.2.8) lediglich eine geringe Reduktion der Akkumulationsrate durch eine *isotrope* monotone Vorbelastung festgestellt werden konnte.



Bild 5.86: Vorbelastungsfläche und monotone Spannungspfade bis zum Erreichen von σ^{av} in Versuchen mit triaxialer Kompression (Pfad $0 \rightarrow 1 \rightarrow 2$) und triaxialer Extension (Pfad $0 \rightarrow 3 \rightarrow 4$)

Der Unterschied der Akkumulationsraten bei triaxialer Kompression und Extension könnte auch auf einen Einfluss der Sedimentationsrichtung im Vergleich zur Richtung der größten bzw. kleinsten Hauptspannung zurückzuführen sein. In den Versuchen mit triaxialer Kompression ist die größte Hauptspannung parallel zur Sedimentationsrichtung, während sie im Fall der triaxialen Extension senkrecht zu dieser wirkt. Der Einfluss der Sedimentationsrichtung und der Polarisation der zyklischen Belastung wird in Zukunft noch detaillierter zu untersuchen sein.

Isolinien mit gleicher Akkumulationsrate in der p-q-Ebene

Das Bild 5.87 zeigt die Orte mit gleichen Akkumulationsraten in der *p*-*q*-Ebene. Im Bild 5.87a wurden zur Erstellung der Kurven mit $\dot{\varepsilon}^{\text{acc}}$ = konstant die Gleichungen (5.9) und (5.10) verwendet, im Bild 5.87b wurde die Gleichung (5.10) durch ihre modifizierte Form





Bild 5.87: Isolinien mit gleichen Akkumulationsraten $\dot{\varepsilon}^{acc}$ in der *p*-*q*-Ebene: a) berechnet aus den Gleichungen (5.9) und (5.10), b) berechnet aus den Gleichungen (5.9) und (5.11)

5.2.5 Einfluss der Belastungsfrequenz

Der Einfluss der Belastungsfrequenz f_B wurde in sechs Versuchen mit identischen Spannungen ($p^{\text{av}} = 200 \text{ kPa}$, $\eta^{\text{av}} = 0.75$, $q^{\text{ampl}} = 60 \text{ kPa}$), ähnlichen Anfangslagerungsdichten $0, 50 \leq I_{D0} \leq 0, 60$ und unterschiedlichen Belastungsfrequenzen $0.05 \text{ Hz} \leq f_B \leq 2 \text{ Hz}$ untersucht. Der elastische Verformungsanteil ist im getesteten Bereich unabhängig von f_B (Bild 5.88).

Im Bild 5.89 sind die mit \bar{f}_{ampl} und \bar{f}_e normierten bleibenden Dehnungen nach unterschiedlichen Zyklenanzahlen als Funktion von f_B dargestellt. Es konnte kein systema-



Bild 5.88: Dehnungsamplituden in Abhängigkeit von der Belastungsfrequenz f_B (Mittelwerte während 10⁵ Zyklen)

tischer Einfluss der Belastungsfrequenz auf die Entwicklung der bleibenden Dehnungen festgestellt werden. Der gleiche Schluss lässt sich aus der Darstellung der Raten der akkumulierten Dehnung $\dot{\varepsilon}^{\rm acc}$ und der Verdichtungsraten \dot{e} in den Bildern 5.90 und 5.91 ziehen. Diese Beobachtung stimmt mit vielen Arbeiten in der Literatur (Youd [188], Shenton [149], Kokusho et al. [77], Abschnitt 3.2.2.8) überein, widerspricht jedoch Messungen von Kempfert et al. [71].



Bild 5.89: Akkumulierte Dehnung $\varepsilon^{acc}/(\bar{f}_{ampl}\bar{f}_e)$ in Abhängigkeit der Belastungsfrequenz f_B



Bild 5.90: Rate der akkumulierten Dehnung $\dot{\varepsilon}^{acc} \approx \Delta \varepsilon^{acc} / \Delta N$ in Abhängigkeit der Belastungsfrequenz f_B



Bild 5.91: Verdichtungsrate $\dot{e} \approx \Delta e / \Delta N$ in Abhängigkeit der Belastungsfrequenz f_B

5.2.6 Einfluss der Zyklenanzahl und Historiotropie

Normiert man die Akkumulationskurven $\varepsilon^{\text{acc}}(N)$ mit den Funktionen f_{ampl} , f_p , f_Y , f_e und f_{π} , so fallen die Kurven in einem Band zusammen (Bild 5.92). Das Bild 5.92 enthält die Akkumulationskurven der vier Versuchsreihen zur Ermittlung der Funktionen f_{ampl} (Bild 5.23), f_e (Bild 5.55), f_p (Bild 5.61) und f_Y (Bild 5.77). Für die Triaxialversuche gilt $f_{\pi} = 1$. Bis $N = 10^4$ verläuft die Akkumulation proportional zum Logarithmus der Zyklenanzahl, für größere Zyklenanzahlen nehmen die bleibenden Dehnungen schneller als mit $\ln(N)$ zu. Möglicherweise ist der logarithmische Anteil der Kurven $\varepsilon^{\text{acc}}(N)$ auf Kornumlagerungen und die überlogarithmische Komponente auf eine Abrasion der Körner (siehe z.B. Katzenbach & Festag [70]) zurückzuführen.

In der Literatur werden verschiedene Funktionen zur Approximation der Verläufe $\varepsilon^{\text{acc}}(N)$ verwendet (Abschnitt 3.2.2.1). In Frage kommt eine logarithmische Funktion

$$f_N = C_{N1} \ln(1 + C_{N2}N), \qquad (5.12)$$



Bild 5.92: Normierte Akkumulationskurven $\varepsilon^{acc}(N)/(\bar{f}_{ampl}\bar{f}_e f_p f_Y f_{\pi})$, Anpassung verschiedener Funktionen f_N

eine Funktion mit einem logarithmischen und einem linearen Anteil

$$f_N = C_{N1} \left[\ln(1 + C_{N2}N) + C_{N3}N \right]$$
(5.13)

oder ein in der Literatur häufig verwendeter Potenzansatz der Form

$$f_N = C_{N1} N^{C_{N2}}. (5.14)$$

Die Gleichungen (5.12) bis (5.14) wurden an die Messdaten im Bild 5.92 angepasst (siehe die durchgezogenen bzw. gestrichelten Kurven), die ermittelten Konstanten C_{N1} bis C_{N3} gibt die Tabelle 5.1 wieder (Zeilen für die Versuche mit $N_{\text{max}} = 10^5$). Das Bild 5.93 zeigt die normierten Akkumulationsraten in einem doppeltlogarithmischen Maßstab. Auch in dieses Bild wurden die aus den Gleichungen (5.12) bis (5.14) mit den Konstanten der Tabelle 5.1 berechneten Raten $\dot{f}_N = \partial f_N / \partial N$ eingezeichnet.

Gleichung (5.13) liefert die beste Approximation der Messdaten. Durch den linearen Anteil kann auch die überlogarithmische Akkumulation für $N > 10^4$ beschrieben werden. In diesem Bereich unterschätzt die logarithmische Gleichung (5.12) die Akkumulationsraten. Der Potenzansatz (5.14) liefert ebenfalls eine akzeptable Approximation.

Es wurden auch zwei Langzeitversuche mit $2 \cdot 10^6$ Lastzyklen durchgeführt, deren Akkumulationskurven bzw. Raten im Bild 5.94 dargestellt sind. Der überlogarithmische Verlauf der Akkumulationskurven setzt sich für $N > 10^5$ fort. Im Bild 5.94 wurden auch die Verläufe der Gleichungen (5.12) bis (5.14) mit den aus Bild 5.92 ermittelten Konstanten

Function f_N	$N_{\rm max}$	C_{N1}	C_{N2}	C_{N3}			
$C_{N1}\ln(1+C_{N2}N)$	10^{5}	$4,4\cdot 10^{-4}$	0,23	-			
	$2 \cdot 10^6$	nicht sinnvoll					
$C_{N1} \left[\ln(1 + C_{N2}N) + C_{N3}N \right]$	10^{5}	$3,6\cdot 10^{-4}$	0,41	$4, 6 \cdot 10^{-5}$			
	$2\cdot 10^6$	$4,7\cdot 10^{-4}$	$0,\!16$	$1,4\cdot 10^{-5}$			
$C_{N1}N^{C_{N2}}$	10^{5}	$4,7\cdot 10^{-4}$	0,21	-			
	$2 \cdot 10^6$	$4,9\cdot 10^{-5}$	0,41	-			

Tabelle 5.1: Mögliche Funktionen f_N und ihre Materialkonstanten C_{Ni}



Bild 5.93: Vergleich der mit f_{ampl} , f_e , f_p , f_Y und f_{π} normierten Akkumulationsraten $\dot{\varepsilon}^{acc}$ mit der Ratenform der Gleichungen (5.12), (5.13) und (5.14)

eingezeichnet. Augenscheinlich liefert die Gleichung (5.13) für $N > 10^5$ etwas zu große Raten, der Potenzansatz (5.14) und insbesondere die logarithmische Gleichung (5.12) prognostizieren eine zu langsame Akkumulation. Durch eine Anpassung der Gleichung (5.13) allein an die Langzeitversuche erhält man modifizierte Konstanten (siehe die Zeilen für $N_{\rm max} = 2 \cdot 10^6$ in Tabelle 5.1) und eine bessere Approximation für $N > 10^5$. Für den Potenzansatz in Gleichung (5.14) ist dies nur bedingt möglich, die bessere Beschreibung der Akkumulationsraten im Bereich $N > 10^5$ wird durch eine schlechtere Prognose für $N < 10^5$ erkauft. Eine Anpassung der Gleichung (5.12) an die Langzeitversuche ist nicht möglich, evtl. wäre noch eine bilineare Approximation analog zu Helm et al. [49] (Abschnitt 3.2.2.1) denkbar.



Bild 5.94: a) Normierte Akkumulationskurven $\varepsilon^{acc}(N)/(\bar{f}_{ampl}f_ef_pf_Yf_{\pi})$ und b) normierte Akkumulationsraten $\dot{\varepsilon}^{acc}(N)/(f_{ampl}f_ef_pf_Yf_{\pi})$ in zwei Versuchen mit $2 \cdot 10^6$ Zyklen

Das im Kapitel 7 vorgestellte Akkumulationsmodell verwendet die Gleichung (5.13) bzw. deren Ratenform

$$\dot{f}_{N} = \underbrace{\frac{C_{N1}C_{N2}}{1+C_{N2}N}}_{\dot{f}_{N}^{A}} + \underbrace{C_{N1}C_{N3}}_{\dot{f}_{N}^{B}}, \qquad (5.15)$$

da diese die Versuchsergebnisse am zutreffensten beschreibt. Gleichung (5.15) besteht aus einem von der Zyklenanzahl abhängigen Anteil \dot{f}_N^A und einer von N unabhängigen Komponente \dot{f}_N^B . Da \dot{f}_N^B nicht von N abhängt, kann dieser Anteil als eine Art "Grundgeschwindigkeit" der Akkumulation, evtl. hauptsächlich aus der Abrasion der Körner resultierend, angesehen werden. Der Anteil \dot{f}_N^A klingt mit N ab. Diese Abnahme der Akkumulationsrate mit der Zyklenanzahl ist primär durch Kornumlagerungen bedingt. Daher wird der Anteil \dot{f}_N^A hier auch als "strukturelle Akkumulationsrate" bezeichnet.

Gleichung (5.15) prognostiziert für große Zyklenanzahlen nach dem weitestgehenden Abklingen des Anteils \dot{f}_N^A eine von N nahezu unabhängige Akkumulationsrate $\dot{f}_N^B = C_{N1}C_{N3}$. Eine Reduktion der Rate $\dot{\varepsilon}^{\rm acc}$ mit N findet dann nur noch durch die Reduktion der Dehnungsamplitude ($f_{\rm ampl}$) und der Porenzahl (f_e) infolge der Verdichtung statt. Die Raten im Bild 5.94b für $N > 10^5$ lassen jedoch Zweifel aufkommen, ob die Akkumulationsrate für größere Zyklenanzahlen gegen eine untere Grenze tendiert. Momentan ist die Datenbasis für den Bereich $N > 10^5$ noch gering. Aus weiteren Langzeitversuchen mit $N_{\rm max} > 10^5$ könnte sich in Zukunft die Notwendigkeit ergeben, Gleichung (5.15) für $N > 10^5$ zu modifizieren.

Die Zyklenanzahl N allein ist keine geeignete Zustandsvariable für die Historiotropie, da sie keinerlei Information über die Intensität der Zyklen in der Vergangenheit enthält. Letz-

tere bestimmt jedoch wesentlich die weitere Akkumulation. Beispielsweise darf ein Paket mit 10⁶ Zyklen mit verschwindend kleinen Amplituden (z.B. $\varepsilon^{\text{ampl}} < 10^{-6}$) die Akkumulation während eines nachfolgenden Paketes mit größeren Amplituden (z.B. $\varepsilon^{\text{ampl}} = 5 \cdot 10^{-4}$) nicht beeinflussen. Im Fall der Gleichung (5.15) besitzt das erste Paket jedoch einen großen Einfluss auf die Akkumulation während des zweiten Paketes, da die Zyklenanzahl N unabhängig von der Amplitude der Zyklen gezählt wird.

Idealerweise sollte eine (tensorielle) Zustandsvariable für die Historiotropie die Struktur des Korngerüstes beschreiben. Für die Formulierung solch eines Strukturtensors fehlt es z.Z. jedoch an geeigneten Untersuchungsmethoden (siehe einige Experimente in Triantafyllidis & Niemunis [165]). Im Akkumulationsmodell wird daher an einer phänomenologischen Beschreibung der Historiotropie durch eine skalare Variable festgehalten. Diese sollte die Zyklenanzahl mit der jeweiligen Amplitude wichten.

Von Sawicki & Świdziński [133, 134] wurde die Variable $\tilde{N} = \int (\gamma^{\text{ampl}})^2 \, dN$ als Maß für die Historiotropie vorgeschlagen. \tilde{N} basiert auf der Beobachtung, dass die Verläufe $\varepsilon_v^{\text{acc}}(\tilde{N})$ in zyklischen Einfachscherversuchen mit unterschiedlichen Scherdehnungsamplituden γ^{ampl} zusammenfielen (siehe Abschnitt 3.2.2.2 und Bild 3.13). Für die im Bild 5.23 dargestellten Akkumulationskurven aus zyklischen Triaxialversuchen wurde ebenfalls ein Diagramm $\varepsilon^{\text{acc}}(\tilde{N})$ erstellt (Bild 5.95). Die Kurven der Versuche mit unterschiedlichen Amplituden fielen jedoch *nicht* zusammen. Von der Verwendung von \tilde{N} als Maß für die Historiotropie wurde daher Abstand genommen.



Bild 5.95: Akkumulationskurven $\varepsilon^{\text{acc}}(\tilde{N})$ mit $\tilde{N} = \frac{1}{4} \int (\gamma^{\text{ampl}})^2 dN$: Widerlegung der "allgemeinen Verdichtungskurve" nach Sawicki & Świdziński [133, 134] anhand der eigenen zyklischen Triaxialversuche

5.2. Akkumulationsintensität

Stattdessen wurde die historiotrope Variable g^A eingeführt, die ebenfalls die Zyklenanzahl N mit der Dehnungsamplitude $\varepsilon^{\text{ampl}}$ der Zyklen wichtet. Berücksichtigt wurde bei der Formulierung von g^A nur der von N abhängige Teil \dot{f}_N^A der Akkumulationsrate:

$$g^{A} = \int f_{\text{ampl}} \dot{f}_{N}^{A} \, \mathrm{d}N \tag{5.16}$$

Ersetzt man in Gleichung (5.15) im Term für \dot{f}_N^A die Zyklenanzahl N durch g^A , erhält man die Rate \dot{f}_N^A als Funktion von g^A :

$$\dot{f}_{N}^{A} = C_{N1}C_{N2}\exp\left(-\frac{g^{A}}{C_{N1}f_{\text{ampl}}}\right).$$
 (5.17)

Durch die Verwendung der Gleichungen (5.16) und (5.17) wird der Verlauf der Akkumulationskurven im Bild 5.92 weiterhin zutreffend beschrieben, da im Spezialfall $\varepsilon^{\text{ampl}} =$ konstant die Gleichung (5.13) erfüllt wird. Ein Paket von Zyklen mit verschwindend geringen Amplituden besitzt keinen Einfluss auf die weitere Akkumulation bei nachfolgenden, größeren Zyklen, da zu Beginn dieser Zyklen immer noch $g^A \approx 0$ gilt. Im Abschnitt 7.2.6 wird noch gezeigt, dass mit den Gleichungen (5.16) und (5.17) der Verlauf der Akkumulation in Versuchen mit Zyklenpaketen mit unterschiedlichen Amplituden (Abschnitt 5.2.7) gut beschrieben werden kann.



Bild 5.96: Einfluss der Historiotropie auf die Verdichtungsrate $\dot{e} = \partial e/\partial N$: zyklische Triaxialversuche mit leicht unterschiedlichen Anfangsporenzahlen e_0

Den großen Einfluss der Historiotropie auf die Akkumulationsrate verdeutlichen die Verläufe der Porenzahl e(N) im Bild 5.96. In den drei dargestellten zyklischen Triaxialversuchen wurden die Proben mit leicht unterschiedlichen Anfangsporenzahlen e_0 präpariert und anschließend mit identischen Spannungen belastet. Betrachtet man einen Zustand mit identischer Porenzahl (siehe horizontale Linie im Bild 5.96), so ist die Verdichtungsrate \dot{e} in den drei Versuchen trotz identischer Spannung und identischer Porenzahl höchst unterschiedlich. Die frisch eingerieselte Probe weist eine wesentlich größere Verdichtungsrate auf als die Probe, die mit 40.000 Zyklen vorbelastet wurde.

Für eine Akkumulationsprognose in situ reicht die Kenntnis der Porenzahl und der mittleren Spannung demnach nicht aus. Man benötigt Informationen über die historiotrope Variable g^A des Bodens. Die phänomenologische Variable g^A kann in situ nicht direkt gemessen werden, sondern muss mit Hilfe von Korrelationen abgeschätzt werden. Mit der Problematik der Bestimmung von g^A in situ beschäftigt sich das Kapitel 9.

5.2.7 Unregelmäßige zyklische Belastungen, Zyklenpakete und Reihenfolgeeffekte

Bei realen zyklischen Belastungen ist die Amplitude nur in Ausnahmefällen (z.B. Maschinenfundament) konstant. Im Verkehrswegebau schwanken die Amplituden aufgrund des unterschiedlichen Gewichts der Fahrzeuge. Auch im Fall von durch Wind und Wellen belasteten Gründungen variiert die Amplitude der Zyklen. Unregelmäßige Belastungen sind mit einem expliziten Akkumulationsmodell zunächst nicht zu berechnen, da $\varepsilon^{\text{ampl}} = \text{kon-}$ stant während einer bestimmten Anzahl von Zyklen eine Voraussetzung der Anwendung ist. Allerdings kann eine unregelmäßige Belastung mit Hilfe von stochastischen Methoden durch Zyklenpakete mit jeweils konstanter Amplitude ersetzt werden (Bild 5.97). Die Zyklenpakete sind dann wieder problemlos mit einem expliziten Modell zu berechnen. Es stellt sich jedoch die Frage, inwieweit die Reihenfolge der Pakete für die Akkumulation im Boden eine Rolle spielt.



Bild 5.97: Ersatz einer unregelmäßigen zyklischen Belastung durch Zyklenpakete

Zur Untersuchung dieser Fragestellung wurden sechs zyklische Triaxialversuche mit einer mitteldichten Anfangslagerung der Proben durchgeführt. In jedem Versuch wurden bei einem mittleren Spannungszustand von $p^{av} = 200$ kPa und $\eta^{av} = 0.75$ vier Zyklenpakete

mit jeweils 25.000 Zyklen und den Amplituden $q^{\text{ampl}} = 20, 40, 60$ und 80 kPa nacheinander auf die Proben aufgebracht. Die Reihenfolge der Zyklenpakete wurde variiert. Einen Überblick über die getesteten Reihenfolgen gibt das Bild 5.98.



Bild 5.98: Getestete Reihenfolgen der Amplituden $q^{\text{ampl}} = 20, 40, 60$ und 80 kPa

Das Bild 5.99 zeigt die q- ε_1 -Hysteresen der sechs Versuche. Das Teildiagramm 5.99d mit dem Versuch $20 \rightarrow 80 \rightarrow 40 \rightarrow 60$ macht deutlich, dass ein Paket mit kleinen Zyklen (hier $q^{\text{ampl}} = 20$ kPa) die Steifigkeit bei einer weiteren monotonen Belastung erhöht (in diesem Fall bis zum Erreichen einer Deviatorspannung $q \approx q^{\text{av}} + 3q^{\text{ampl}} = 210$ kPa). In diesem Bereich des Spannungspfades ist die Steifigkeit während der monotonen Belastung etwa identisch mit der Sekantensteifigkeit während der vorangegangenen zyklischen Belastung. Diese Steifigkeitserhöhung reduziert die bleibende Dehnung im ersten Zyklus eines folgenden Paketes mit größerer Amplitude (hier $q^{\text{ampl}} = 80$ kPa) drastisch. Dies führt dazu, dass die Dehnungen in den Anfangszyklen bei einer Anordnung der Pakete in der Reihenfolge $20 \rightarrow 40 \rightarrow 60 \rightarrow 80$ verschwindend gering sind (Bild 5.99a). Je früher die Pakete mit größeren Amplituden aufgebracht werden, desto größer sind die bleibenden Verformungen in deren Anfangszyklen.

Das Bild 5.100 zeigt die Verläufe der Dehnungsamplituden mit N in den beiden Versuchen mit den Reihenfolgen $20 \rightarrow 40 \rightarrow 60 \rightarrow 80$ und $80 \rightarrow 60 \rightarrow 40 \rightarrow 20$. Eine Abnahme der Dehnungsamplitude $\varepsilon^{\text{ampl}}$ mit N zu Beginn eines Zyklenpaketes war bei den größeren Spannungsamplituden $q^{\text{ampl}} \geq 60$ kPa immer dann zu beobachten, wenn in den vorangegangenen Paketen keine größeren Amplituden q^{ampl} als diejenige des aktuellen Paketes aufgebracht wurden.

Das Bild 5.101a zeigt die Entwicklung der bleibenden Dehnungen ε^{acc} inklusive der Dehnungen in den Anfangszyklen. Die bleibende Dehnung am Ende des vierten Zyklenpaketes war umso größer, je früher die Pakete mit größeren Amplituden ($q^{\text{ampl}} \ge 60$ kPa) aufgebracht wurden. Dies ist auf die dann größeren bleibenden Dehnungen in den ersten Zyklen



Bild 5.99: $q \cdot \varepsilon_1$ -Hysteresen in sechs Versuchen mit Zyklenpaketen mit Amplituden $q^{\text{ampl}} = 20, 40, 60$ und 80 kPa in unterschiedlicher Reihenfolge ($p^{\text{av}} = 200$ kPa, $\eta^{\text{av}} = 0.75, f_B = 0.25$ Hz)



Bild 5.100: Dehnungsamplituden als Funktion der Zyklenanzahl N in zwei Versuchen mit Zyklenpaketen in unterschiedlicher Reihenfolge ($p^{av} = 200 \text{ kPa}, \eta^{av} = 0.75, f_B = 0.25 \text{ Hz}$)

zurückzuführen (Bild 5.99). Subtrahiert man die Dehnungen in den Anfangszyklen, erhält man Bild 5.101b. Hier zeigt sich, dass die Dehnungsakkumulation umso schneller verläuft, je später die Zyklenpakete mit den größeren Amplituden aufgebracht werden. Diese langsamere Akkumulation in den Versuchen mit einer frühen Applikation der großen Amplituden erklärt sich mit der größeren Verdichtung in den Anfangszyklen und den damit kleineren Porenzahlen (= kleinere Akkumulationsraten) zu Beginn der weiteren Zyklen.

Allgemein kann aus Bild 5.101 geschlossen werden, dass der Unterschied der bleibenden Dehnungen am Versuchsende infolge der unterschiedlichen Reihenfolge der Pakete moderat ist. Diese Beobachtung stimmt mit den Versuchen von Kaggwa et al. [69] (für kleine Zyklenanzahlen $N_{\text{max}} = 50$ je Paket, Abschnitt 3.2.2.10) überein. Ersetzt man für eine Berechnung der Akkumulation mit einem expliziten Modell eine unregelmäßige Belastung durch regelmäßige Zyklenpakete (Bild 5.97), kann der Einfluss der Reihenfolge dieser Pakete auf den Endwert der bleibenden Verformungen vernachlässigt werden.

Weitere Versuche mit Zyklenpaketen wurden von Wichtmann et al. [177] und Canbolat [16] vorgestellt.

5.2.8 Einfluss einer statischen (monotonen) Vorbelastung

Der Frage, ob neben der zyklischen Vorgeschichte auch monotone Vorbelastungen die Akkumulationsrate unter zyklischer Belastung reduzieren, wurde in sechs Versuchen nachgegangen. Ausgehend von p = 50 kPa wurde die Spannung entlang einer Geraden in der p-q-Ebene mit der Neigung $\eta = 0$ (p-Achse) bzw. $\eta = 0,75$ (entspricht $K_0 = 0,5$) auf einen Vorbelastungsdruck p_{vorb} erhöht und nach einer Konsolidationszeit von 5 Minuten



Bild 5.101: Akkumulationskurven $\varepsilon^{\text{acc}}(N)$: a) mit und b) ohne die bleibenden Dehnungen in den Anfangszyklen, sechs Versuche mit Zyklenpaketen mit Amplituden $q^{\text{ampl}} = 20, 40,$ 60 und 80 kPa in unterschiedlicher Reihenfolge

entlang des gleichen Pfades auf $p^{\rm av} = 100$ kPa reduziert. Bei $p^{\rm av} = 100$ kPa und $\eta^{\rm av} = 0$ bzw. $\eta^{\rm av} = 0,75$ wurden anschließend 10⁴ Zyklen mit $q^{\rm ampl} = 50$ kPa aufgebracht. Als Vorbelastungsdrücke wurden $p_{\rm vorb} = 100$ (keine monotone Vorbelastung), 200 und 300 kPa getestet. Ein Brechen der Körner war bei diesen Drücken noch nicht zu erwarten. Die am Ende der Vorbelastung im Material verbliebenen volumetrischen ($\varepsilon_{v,\rm vorb}$) und deviatorischen ($\varepsilon_{q,\rm vorb}$) Dehnungen sind in den Legenden im Bild 5.102 angegeben.

Das Bild 5.102 zeigt die Akkumulationskurven $\varepsilon^{\text{acc}}(N)$ nach der monotonen Vorbelastung in den sechs Versuchen. Sowohl im Fall der isotropen (Bild 5.102a) als auch im Fall der K_0 -



Bild 5.102: Akkumulationskurven $\varepsilon^{acc}(N)$ nach a) monotoner isotroper Vorbelastung und b) monotoner K_0 -Vorbelastung

Vorbelastung (Bild 5.102b) unterschieden sich die Verläufe $\varepsilon^{\rm acc}(N)$ der nicht vorbelasteten Proben und der mit $p^{\rm vorb} = 200$ kPa vorbelasteten Proben kaum. Die Akkumulationsraten in den Versuchen mit $p_{\rm vorb} = 300$ kPa waren im Vergleich dazu etwas geringer. Die im Bild 5.102 angegebenen ähnlichen Anfangslagerungsdichten I_{D0} der sechs Versuche lassen den Schluss zu, dass die Reduktion der Akkumulationsrate durch die monotone Vorbelastung mit den größeren Drücken $p_{\rm vorb}$ nicht auf kleinere Anfangsporenzahlen nach der Vorbelastung, sondern vermutlich wie im Fall der zyklischen Vorbelastung auf eine Veränderung der Kornstruktur zurückzuführen ist.

Allerdings wird die Akkumulationsrate unter zyklischer Belastung durch eine monotone Vorbelastung weitaus weniger stark beeinflusst als durch eine zyklische Vorbelastung. Evtl. spielt jedoch auch die Polarisation der monotonen Vorbelastung im Vergleich zur Richtung der Zyklen eine Rolle. Für die Zukunft wären daher als Ergänzung der im Bild 5.102 dargestellten Versuche noch Tests interessant, in denen der Spannungspfad während der Vorbelastung und der Spannungspfad der Zyklen die gleiche Polarisation in der p-q-Ebene aufweisen. Evtl. ist in diesem Fall eine deutlichere Reduktion von $\dot{\varepsilon}^{\rm acc}$ durch die Vorbelastung festzustellen.

5.2.9 Einfluss der Korngrößenverteilung

Die in den vorangegangenen Abschnitten 5.2.1 bis 5.2.8 vorgestellten Versuche wurden sämtlich am Sand mit der enggestuften Korngrößenverteilungskurve 3 ($d_{50} = 0.55$ mm, $U = d_{60}/d_{10} = 1, 8$) entsprechend Bild 4.14 durchgeführt. Diese Versuche wurden ergänzt durch Tests an Sanden mit den Korngrößenverteilungen 2 und 5 (Bilder 4.14 und 4.15), die eine ähnliche Ungleichförmigkeitszahl $1, 4 \leq U \leq 1, 8$, aber unterschiedliche mittlere Korndurchmesser $0.35 \text{ mm} \leq d_{50} \leq 1.45$ mm aufweisen. In weiteren Versuchen wurde Sand mit der weitgestuften Korngrößenverteilung 7 ($U = 4, 5, d_{50} = 0.52$ mm, Bilder 4.14 und 4.15) zyklisch belastet. Die mittleren Korndurchmesser der Korngrößenverteilungen 7 und 3 sind etwa gleich. Analog zu den im Abschnitt 5.2.1.1 beschriebenen Versuchen wurde in den jeweils acht Tests an den Korngrößenverteilungen 2, 5 und 7 der mittlere Spannungszustand ($p^{av} = 200$ kPa, $\eta^{av} = 0.75$) konstant gehalten und die Spannungsamplitude (13 kPa $\leq q^{ampl} \leq 87$ kPa) variiert.

Wie im Bild 5.22 für den Sand 3 sind im Bild 5.103 für die Sande 2, 5 und 7 die Verläufe $\varepsilon^{\text{ampl}}(N)$ sowie die Amplituden $\varepsilon_v^{\text{ampl}}$, $\varepsilon_q^{\text{ampl}}$, $\varepsilon^{\text{ampl}}$ und γ^{ampl} (Mittelwerte über 10⁵ Zyklen) als Funktion der Spannungsamplitude q^{ampl} dargestellt. Während bei dem feinstkörnig getesteten Sand 2 und dem weitgestuften Sand 7 wie bereits beim Sand 3 eine Abnahme der Dehnungsamplitude während $1 \leq N \leq 100$ gemessen wurde, blieb $\varepsilon^{\text{ampl}}$ in den Versuchen am Grobsand 5 während der 10⁵ Zyklen annähernd konstant (Bild 5.103a,c,e). Dies kann mit den größeren Sekantensteifigkeiten der Spannungs-Dehnungs-Hysterese beim Sand 5 und den daraus resultierenden geringeren Dehnungsamplituden erklärt werden. So betrug die Dehnungsamplitude im Versuch mit $q^{\text{ampl}} = 77$ kPa lediglich $\varepsilon^{\text{ampl}} \approx 3 \cdot 10^{-4}$. Bei etwa gleichen Dehnungsamplituden wurde auch für die Sande 2, 3 und 7 ein annähernd konstanter Verlauf von $\varepsilon^{\text{ampl}}$ mit N gemessen. Der lineare Zusammenhang zwischen der Spannungsamplitude q^{ampl} und den Dehnungsamplituden $\varepsilon_v^{\text{ampl}}$, $\varepsilon_q^{\text{ampl}}$, $\varepsilon^{\text{ampl}}$ und γ^{ampl} gilt unabhängig von der Korngrößenverteilungskurve (Bild 5.103b,d,f).

Einen Vergleich der Dehnungsamplituden $\varepsilon^{\text{ampl}}$ der vier getesteten Korngrößenverteilungen zeigt das Bild 5.104a. Für eine identische Spannungsamplitude q^{ampl} und $I_D \approx \text{kon-}$ stant wurden die kleinsten Dehnungsamplituden für den Sand 5 ($d_{50} = 1,45 \text{ mm}$) gemessen, gefolgt vom Sand 3 ($d_{50} = 0,55 \text{ mm}$) und dem Sand 2 ($d_{50} = 0,35 \text{ mm}$). Die Sekantensteifigkeit nimmt demnach für $I_D \approx \text{konstant}$ (aber: $e \neq \text{konstant}$) mit dem mittleren Korndurchmesser d_{50} zu. Allerdings sind hierbei die im Vergleich zu den Sanden 2, 5 und 7 ($0,62 \leq I_{D0} \leq 0,72$) leicht geringeren Anfangslagerungsdichten der Versuche am Sand 3 ($0,58 \leq I_{D0} \leq 0,61$) zu bedenken. Die Dehnungsamplituden des ungleichförmigen Sandes 7 lagen nur leicht oberhalb derjenigen des Sandes 2.

Für N = 1 wurde der Sekantenschubmodul $G_{\text{hyst}} = \tau^{\text{ampl}} / \gamma^{\text{ampl}} = q^{\text{ampl}} / (2\gamma^{\text{ampl}})$ berech-



Bild 5.103: Entwicklung der Dehnungsamplitude ε^{ampl} mit der Zyklenanzahl N sowie Mittelwerte der Dehnungsamplituden über 10⁵ Zyklen für die Sande 2,5 und 7 als Funktion der Spannungsamplitude q^{ampl}



Bild 5.104: a) Vergleich der Dehnungsamplituden $\varepsilon^{\text{ampl}}(q^{\text{ampl}})$, b) Vergleich der Sekantensteifigkeiten $G_{\text{hvst}}(\gamma^{\text{ampl}})$ für die vier getesteten Korngrößenverteilungen

net. In Bild 5.104b ist er über der Scherdehnungsamplitude γ^{ampl} aufgetragen. Die Werte der zyklischen Triaxialversuche werden mit Kurven aus RC-Versuchen (p = 200 kPa und ähnliche Anfangslagerungsdichten) verglichen. Für die Sande 2, 3 und 7 stimmen RCund zyklischer Triaxialversuch relativ gut überein. Größer sind die Abweichungen für den Sand 5, wobei beide Versuchstypen die gleiche Tendenz, d.h. die größte Steifigkeit für den Sand 5 zeigen. Hier wurden Proben mit $I_D \approx$ konstant betrachtet. Es ist jedoch bekannt, dass die Sekantensteifigkeiten eher mit der Porenzahl e als mit I_D korrelieren. Zum Unterschied der Sekantensteifigkeiten der unterschiedlichen Korngrößenverteilungen bei e =konstant folgen Anmerkungen im Abschnitt 5.2.9.1.

Die Zunahme der bleibenden Dehnung ε^{acc} mit der Zyklenanzahl N zeigt das Bild 5.105 für die vier untersuchten Sande. Das Diagramm 5.105b für den Sand 3 entspricht dem Bild 5.23, das aus Gründen der einfacheren Vergleichbarkeit hier wiederholt wird. Erwartungsgemäß verläuft die Akkumulation der bleibenden Verformungen unabhängig von der Korngrößenverteilung mit zunehmender Belastungsamplitude schneller. Die Form der Verläufe $\varepsilon^{\text{acc}}(N)$ (Funktion f_N) ist jedoch durchaus unterschiedlich.

Die Akkumulationsrate wird signifikant von der Korngrößenverteilungskurve beeinflusst. Bild 5.106a vergleicht die bleibenden Dehnungen der enggestuften Sande 2, 3 und 5 $(1, 4 \leq U \leq 1, 9)$ in Versuchen mit ähnlichen Anfangslagerungsdichten und Dehnungsamplituden. Die Akkumulationsrate nimmt mit zunehmendem mittleren Korndurchmesser d_{50} ab. Nach $N = 10^5$ Zyklen war die bleibende Dehnung des Sandes 2 ($d_{50} = 0.35$ mm) ca. 1,3 mal größer als diejenige des Sandes 3 ($d_{50} = 0.55$ mm) und ca. 3 mal größer als beim Sand 5 ($d_{50} = 1.45$ mm). Bild 5.106b vergleicht die bleibenden Dehnungen der Sande 3 und 7 mit ähnlichen mittleren Korndurchmessern (0.52 mm $\leq d_{50} \leq 0.55$ mm). Die



Bild 5.105: Akkumulationskurven $\varepsilon^{acc}(N)$ für unterschiedliche Korngrößenverteilungskurven

Akkumulationsrate steigt signifikant mit der Ungleichförmigkeitszahl U der Korngrößenverteilungskurve. Nach $N = 10^5$ war die bleibende Dehnung des weitgestuften Sandes 7 (U = 4, 5) ca. 6 mal größer als beim enggestuften Sand 3 (U = 1, 8). Die kleineren Körner dienen als eine Art "Kugellager" für die größeren Körner. Dies erleichtert Umlagerungen des Korngerüstes.

Bis jetzt liegen nicht genügend Messdaten für die Sande 2, 5 und 7 vor, um die Konstanten der Funktionen f_e , f_p , f_Y und f_N zu bestimmen. Aus diesem Grund wurden die bleibenden Dehnungen im Bild 5.106 auch nicht mit \bar{f}_e normiert, um die unterschiedlichen Verdichtungsraten zu berücksichtigen. Solch eine Normierung würde die Diskrepanz zwischen den Akkumulationsraten der vier getesteten Sande sogar noch vergrößern.

Die in den Versuchen beobachtete Zunahme der Akkumulationsrate mit abnehmendem



Bild 5.106: Abhängigkeit der bleibenden Dehnung von a) dem mittleren Korndurchmesser d_{50} und b) der Ungleichförmigkeitszahl $U = d_{60}/d_{10}$: Versuche mit ähnlichen Werten von I_{D0} und $\bar{\varepsilon}^{\text{ampl}}$

mittleren Korndurchmesser d_{50} bestätigt einige Berichte in der Literatur (siehe Abschnitt 3.2.2.12). Der Anstieg von $\dot{\varepsilon}^{\rm acc}$ mit der Ungleichförmigkeit U der Korngrößenverteilungskurve unterstützt in-situ-Beobachtungen während Rütteldruckverdichtungen, wonach sich ungleichförmige Sande bei gleichem Energieeintrag leichter verdichten lassen als gleichförmige Sande.

Der Einfluss der Korngrößenverteilungskurve wie auch der Kornform und des Feinkornanteils (die beiden letzteren Einflüsse wurden bisher nicht experimentell untersucht) wird im Akkumulationsmodell (Kapitel 7) durch die Verwendung unterschiedlicher Materialkonstanten berücksichtigt. Die in diesem Abschnitt dargestellten Versuche sind ein Teil einer größeren (zum Zeitpunkt der Verfassung dieser Arbeit noch nicht abgeschlossenen) Versuchsserie mit dem Ziel, die Materialkonstanten für Sande mit unterschiedlichen Korncharakteristika zu bestimmen. Es wird versucht, die Materialkonstanten mit den Korncharakteristika zu korrelieren. Eventuell sind einige der Konstanten sogar unabhängig von der Granulometrie oder lassen sich mit Index-Parametern (z.B. C_e mit e_{\min} nach DIN 18126) verknüpfen. Erstrebenswert ist für die Zukunft eine Bestimmung eines Satzes von Materialkonstanten mit möglichst wenigen Laborversuchen.

5.2.9.1 Anmerkungen zur Abhängigkeit der Sekantensteifigkeit von der Kornverteilungskurve

Begleitend zu den zyklischen Triaxialversuchen wurden RC-Versuche an den in den Bildern 4.14 und 4.15 dargestellten sieben Korngrößenverteilungen durchgeführt. Der Einfluss der

Korngrößenverteilungskurve auf die Sekantensteifigkeit sollte untersucht werden. Im Bild 5.107a ist für die Böden 1, 3, 6 und 7 und p = 100 kPa der Sekantenschubmodul bei kleinen Dehnungen $G_{\text{hyst},0}$ über der Porenzahl e dargestellt. Die Schubmoduli der gleichförmigen Böden 1, 3 und 6 $(1, 3 \leq U \leq 1, 8)$ stimmen unbeeinflusst von den stark unterschiedlichen Korndurchmessern $(0,15 \text{ mm} \leq d_{50} \leq 4,4 \text{ mm})$ überein. Bei gleicher Porenzahl sind die Schubmoduli des ungleichförmigen Sandes 7 (U = 4,5) nur etwa halb so groß wie die Werte der gleichförmigen Böden, sie werden durch die Gleichung (3.5) stark überschätzt. Die Versuchsergebnisse stimmen mit experimentellen Beobachtungen von Iwasaki & Tatsuoka [67] (Abschnitt 3.3, Bild 3.34) überein.



Bild 5.107: Sekantenschubmodul $G_{hyst,0}$ für unterschiedliche Korngrößenverteilungen: a) Kurven $G_{hyst,0}(e)$, b) Verläufe $G_{hyst,0}(p)$

Für alle gleichförmigen Böden wurde der Exponent n der Beziehung $G_{\text{hyst},0} \sim p^n$ zu $0, 40 \leq n \leq 0, 46$ ermittelt (Bild 5.107b), d.h. n ist nahezu unabhängig von d_{50} . Im Fall des ungleichförmigen Sandes 7 steigt der Sekantenschubmodul schneller mit dem Druck (n = 0,55). Weiterhin verläuft die Abnahme von G_{hyst} mit der Scherdehnungsamplitude γ^{ampl} für den ungleichförmigen Sand 7 schneller als für die gleichförmigen Böden (Wichtmann & Triantafyllidis [181]).

Kapitel 6

Diskussion expliziter Akkumulationsmodelle in der Literatur

Im folgenden sollen vier in der Literatur vorgeschlagene explizite Akkumulationsmodelle für nichtbindige Böden unter zyklischer Belastung vorgestellt und diskutiert werden. Es ist dies zunächst das Modell von Sawicki & Świdziński [133, 134], welches den Ausgangspunkt für die Entwicklung des im Kapitel 7 vorgestellten Modells darstellte. Anschließend wird das Modell von Bouckovalas et al. [11] besprochen, welches nach Meinung des Verfassers trotz einiger Schwächen das vollständigste Akkumulationsmodell in der bisherigen Literatur darstellt und bereits einige Aspekte mit dem im Kapitel 7 vorgestellten Modell gemeinsam hat. Das Modell von Marr & Christian [94] wird vorgestellt, da es mehrmals in der Literatur zitiert wird. Mit dem Modell von Gotschol [35, 36] wird abschließend ein jüngeres, ebenfalls in Deutschland entwickeltes Modell diskutiert. Weitere Modelle (z.B. Güttler [41], Diyaljee & Raymond [26], Kaggwa et al. [69]) werden in die abschließende Beurteilung im Abschnitt 6.2 einbezogen, aber nicht detailliert vorgestellt. Die Modelle werden dahingehend beurteilt, ob das Deformationsverhalten, welches in den Elementversuchen in der Literatur (Kapitel 3) und in den eigenen Versuchen (Kapitel 5) beobachtet wurde, zutreffend und vollständig beschrieben wird.

6.1 Vorstellung und Diskussion der Modelle

6.1.1 Modell von Sawicki und Świdziński

Sawicki & Świdziński [133, 134] formulierten ein Modell für die Verdichtung von Sand unter zyklischer Scherbeanspruchung. Das Modell basiert auf der sog. allgemeinen Verdichtungskurve

$$\Phi(\tilde{N}) = C_1 \ln(1 + C_2 \tilde{N}) \tag{6.1}$$

(siehe Abschnitt 3.2.2.2) mit der Zustandsvariable "Verdichtung" $\Phi = \Delta n/n_0$ (n: Porenanteil), der amplitudengewichteten Zyklenanzahl

$$\tilde{N} = \int J \, \mathrm{d}N = \int \frac{1}{2} \|\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{ampl}}^*\|^2 \, \mathrm{d}N = \frac{1}{4} (\gamma^{\mathrm{ampl}})^2 N \tag{6.2}$$

und den Materialkonstanten C_1 und C_2 . In Gleichung (6.2) enthält der Tensor $\boldsymbol{\varepsilon}^{\text{ampl}}$ die Amplituden der einzelnen Dehnungskomponenten, d.h. es gilt $\varepsilon_{ij}^{\text{ampl}} = (\varepsilon_{ij})^{\text{ampl}}$. Die letzte Umformung in Gleichung (6.2) gilt für den Fall der von Sawicki & Świdziński [133, 134] durchgeführten zyklischen Einfachscherversuche mit konstanter Scherdehnungsamplitude γ^{ampl} . Die Verdichtungsrate $\dot{\Phi} = \partial \Phi / \partial N$ ergibt sich aus Gleichung (6.1) zu:

$$\dot{\Phi} = \frac{C_1 C_2 J}{1 + C_2 \tilde{N}} = C_1 C_2 J \exp\left(-\Phi/C_1\right)$$
(6.3)

Das Modell von Sawicki & Świdziński basiert auf Versuchen mit einer relativ geringen Zyklenanzahl ($N < 10^3$). Ein wesentliches Defizit des Modells ist darin zu sehen, dass lediglich die volumetrische, nicht jedoch die deviatorische Akkumulation beschrieben wird. Der volumetrische Anteil ($\varepsilon_v^{\text{ampl}}$) und die Form der Dehnungsschleife (OOP-Zyklen) werden nicht betrachtet. Eine Abhängigkeit der Akkumulationsrate von der Spannung ist im Modell nicht vorgesehen, der Einfluss der Porenzahl wird nur über unterschiedliche Konstanten C_1 und C_2 berücksichtigt. Vorteilhaft (siehe Abschnitt 5.2.6) ist die Verwendung einer amplitudengewichteten Zyklenanzahl \tilde{N} als Maß für die Historiotropie. Allerdings wurde im Bild 5.95 gezeigt, dass die Variable \tilde{N} die Akkumulation in zyklischen Triaxialversuchen mit größeren Zyklenanzahlen nicht zutreffend beschreibt.

6.1.2 Modell von Bouckovalas et al.

Das Modell von Bouckovalas et al. [11] beschreibt sowohl die Akkumulation der volumetrischen als auch diejenige der deviatorischen Dehnungen. Für die entsprechenden Raten wurden folgende Gleichungen vorgeschlagen:

$$\dot{\varepsilon}_v^{\text{acc}} = A (2\gamma^{\text{ampl}})^a I^c f \tag{6.4}$$

$$\dot{\varepsilon}_q^{\text{acc}} = \pm B \left(\eta^{\text{av}}/2\right)^b \left(2\gamma^{\text{ampl}}\right)^a I^c \tag{6.5}$$

In Gleichung (6.5) gilt das positive Vorzeichen für $\eta^{av} \ge 0$, das negative für $\eta^{av} < 0$. A, B, a, b und c sind Materialkonstanten. Die Historiotropie wird durch die Variable

$$I = \int_0^N [2\gamma^{\text{ampl}}(N)]^a N^c \, \mathrm{d}N \tag{6.6}$$

beschrieben. Für Zyklen mit konstanter Scherdehnungsamplitude sind die Raten proportional zu $N^{c(c+1)}$. Der Parameter f in Gleichung (6.4) ist spannungsabhängig, er nimmt auf der p-Achse den Wert 1 an und wird auf der kritischen Grenzgerade zu Null.

Das Modell von Bouckovalas & Whitman [11] prognostiziert die zyklische Fließrichtung zutreffend: auf der kritischen Grenzgerade verschwindet $\dot{\varepsilon}_v^{\rm acc}$ und bei $\eta^{\rm av} = 0$ wird $\dot{\varepsilon}_q^{\rm acc}$ zu Null. Für die Abhängigkeit der Akkumulationsraten von der Zyklenanzahl wird ein Potenzansatz benutzt. Positiv anzumerken ist, dass der Anstieg von $\dot{\varepsilon}^{\rm acc}$ mit dem Betrag des Spannungsverhältnisses $|\eta^{\rm av}|$ zutreffend prognostiziert wird und dass das Modell eine historiotrope Variable verwendet, welche auch die Amplitude der Zyklen erfasst. Die Konstante *a* wird in [11] zu *a* = 3 angesetzt, d.h. das Modell liefert mit $\dot{\varepsilon}^{\rm acc} \sim (\varepsilon^{\rm ampl})^3$ im Vergleich zu der experimentell beobachteten Abhängigkeit $\dot{\varepsilon}^{\rm acc} \sim (\varepsilon^{\rm ampl})^2$ eine zu starke Amplitudenabhängigkeit. Nicht berücksichtigt werden im Modell der volumetrische Anteil $(\varepsilon_v^{\rm ampl})$ und die Form der Dehnungsschleife sowie die Einflüsse des mittleren Druckes und der Porenzahl. Die eher schlechte Dokumentation des Modells in [11] ist zu kritisieren. So bleiben Unklarheiten bezüglich der mathematischen Beschreibung des Faktors *f*. Außerdem führt die in [11] angegebene Materialkonstante c = -1, 5 zu komplexen Werten von *I*^c.

6.1.3 Modell von Marr und Christian

Das Modell von Marr & Christian [94] beschreibt die Akkumulation der volumetrischen und der vertikalen Dehnungen mit dem Potenzansatz

$$\dot{\varepsilon}_{v}^{\text{acc}} = \eta^{*\text{av}} C_{v} D_{v} N_{e}^{D_{v}-1} \qquad \dot{\varepsilon}_{1}^{\text{acc}} = \eta^{*\text{av}} C_{1} D_{1} N_{e}^{D_{1}-1}, \qquad (6.7)$$

wobei die Dehnung bei N = 1 diejenige am Ende des ersten Zyklus ist. Marr & Christian [94] verwenden zur Beschreibung der Spannung $p^* = (\sigma_1 + \sigma_3)/2$, $q^* = (\sigma_1 - \sigma_3)/2$, $\eta^* = q^*/p^*$ und $\zeta^* = q^{*ampl}/p^{*av}$. In Gleichung (6.7) sind C_v , D_v , C_1 und D_1 Materialkonstanten. Eine gewichtete Zyklenanzahl N_e wird als

$$N_e = N C_n C_\zeta C_p \tag{6.8}$$

definiert. Die Faktoren C_n , C_{ζ} und C_p berücksichtigen den Einfluss des Anfangsporenanteils n_0 , der Spannungsamplitude und des mittleren Druckes:

$$C_n = 10^{\frac{n_0 - n_{\text{ref}}}{d}} \qquad C_{\zeta} = 10^{\frac{\zeta^* - \zeta^*_{\text{ref}}}{a}} \qquad C_p = 10^{\frac{p^{*\text{aV}} - p^*_{\text{ref}}}{b}} \tag{6.9}$$

Diese Faktoren basieren auf n_0 -N-, ζ^* -N- und p^{*av} -N-Diagrammen, welche die Kurven ε_v^{acc} = konstant bzw. ε_1^{acc} = konstant zeigen. Für p^{*av} sind solche Diagramme im Bild 3.20c,d

dargestellt. Die Materialkonstanten a, b und d entsprechen den Steigungen dieser Kurven und sind für $\dot{\varepsilon}_v^{\rm acc}$ und $\dot{\varepsilon}_1^{\rm acc}$ unterschiedlich zu wählen, d.h. N_e ist für die volumetrische und die axiale Dehnung nicht identisch. Anstelle der Dehnungsamplitude benutzt das Modell die Spannungsamplitude als Einflussgröße. Zur Modellierung von Zyklenpaketen wird eine äquivalente Zyklenanzahl $N_{\rm eq}$ verwendet, d.h. vor der Berechnung eines Zyklenpaketes mit einer bestimmten Amplitude werden die Zyklen in der Vergangenheit in $N_{\rm eq}$ Zyklen mit der aktuellen Amplitude umgerechnet.

Da Gleichungen für $\dot{\varepsilon}_v^{\rm acc}$ und $\dot{\varepsilon}_1^{\rm acc}$ angegeben werden, kann die deviatorische Rate $\dot{\varepsilon}_q^{\rm acc}$ ermittelt werden. Die unterschiedlichen Konstantensätze für die volumetrische und die axiale Rate und damit auch die unterschiedlichen Werte der gewichteten Zyklenanzahl N_e erscheinen nicht sonderlich sinnvoll. Augenscheinlich falsch ist die Prognose einer verschwindenden Akkumulation für einen isotropen Spannungszustand ($\eta^{\rm av} = 0$), auch wenn das Modell die Zunahme der Akkumulationsrate mit dem Spannungsverhältnis $\eta^{\rm av}$ wiedergibt. Die zyklische Fließrichtung wird falsch beschrieben (Zunahme von $\dot{\varepsilon}_v^{\rm acc}$ mit $\eta^{\rm av}$). Die Zunahme der Akkumulationsrate mit der Spannungsamplitude und mit steigendem Anfangsporenanteil wird erfasst, die prognostizierte Beschleunigung der Akkumulation mit zunehmendem mittleren Druck erscheint aufgrund der eigenen Versuchsergebnisse als fraglich. Die Berücksichtigung der Historiotropie durch eine äquivalente Zyklenanzahl (siehe auch das Modell von Kaggwa et al. [69]) ist eher umständlich.

6.1.4 Modell von Gotschol

Das Modell von Gotschol [35, 36] wurde für die Verformungsentwicklung im Unterbau und Untergrund von schienengebundenen Verkehrswegen entwickelt. Das Modell beschreibt die Akkumulation der vertikalen Dehnungen für den Spezialfall einer zyklischen Belastung mit einer konstanten Seitenspannung σ_3 und einer zwischen $\sigma_1 = \sigma_3$ und $\sigma_1 = \sigma_3 + 2\sigma_1^{\text{ampl}}$ alternierenden vertikalen Spannung. Die bleibende vertikale Dehnung wird durch einen Potenzansatz beschrieben (N = 1: Ende des ersten Zyklus):

$$\varepsilon_1^{\rm acc}(N) = \varepsilon_1^{\rm acc}(N=1) N^{\alpha} \tag{6.10}$$

Die bleibende Dehnung nach N Zyklen hängt von der Dehnung im ersten Zyklus ab. Für $\varepsilon_1^{\text{acc}}(N = 1)$ und den Steigungsfaktor α wurden folgende funktionalen Abhängigkeiten formuliert (M = Mineralogie):

$$\varepsilon_1^{\text{acc}}(N=1) = f(f_B, X, \sigma_3, e, M) \qquad \alpha = f(f_B, X, \sigma_3, M) \qquad (6.11)$$

Deren relativ komplexe Gleichungsstruktur soll hier nicht wiedergegeben werden, es sei auf [35] verwiesen. Die Spannungsamplitude wird durch das "zyklisch-dynamische Spannungsverhältnis" $X = 2\sigma_1^{\text{ampl}}/q_f$ beschrieben, wobei q_f die Deviatorspannung im Bruchzustand bei monotoner Belastung ist. Eine Erhöhung von X bedeutet neben einer Erhöhung der Spannungsamplitude also auch einen Anstieg von p^{av} und q^{av} . Für das System von Gleichungen (6.11) wurden insgesamt 21 Materialkonstanten eingeführt, deren Werte jedoch weder [35] noch [36] zu entnehmen sind. Neben den plastischen Dehnungen wird der elastische Verformungsanteil durch ein ähnliches Gleichungssystem beschrieben.

Die in Gleichung (6.10) gewählte Extrapolation der Akkumulationsraten in den weiteren Zyklen aus dem ersten Zyklus wurde in einer Vielzahl von Arbeiten zur Beschreibung von Element- oder Modellversuchen verwendet (z.B. Diyaljee & Raymond [26], Hettler [52, 53]). In situ besitzt der Boden eine zyklische Vorgeschichte, d.h. die zyklische Belastung startet nicht mit dem "ersten Zyklus". Ein Modell oder Setzungsgesetz der Form (6.10) sollte daher konsistent formuliert werden, d.h. die Akkumulation zwischen den Zyklen N_a und N_b sollte sowohl mit Hilfe des ersten als auch mit dem N_a -ten Zyklus extrapoliert werden können. Dies ist für alle in der Literatur vorgeschlagenen Modelle dieses Typs nicht der Fall (Niemunis & Wichtmann [108]).

Das Modell von Gotschol [35, 36] beschreibt lediglich die Akkumulation der vertikalen Dehnungen, und dies nur für den Spezialfall einaxialer Zyklen mit der minimalen Spannung auf der *p*-Achse. Die Kopplung der Spannungsamplitude mit dem mittleren Spannungszustand in der Variable X ist für eine Verallgemeinerung des Modells als Nachteil anzusehen. Als einziges der hier diskutierten Modelle bezieht Gotschol [35, 36] einen Einfluss der Belastungsfrequenz f_B in die konstitutiven Gleichungen ein, was der Mehrzahl der experimentellen Arbeiten in der Literatur (Abschnitt 3.2.2.8) und auch den eigenen Versuchsergebnissen (Abschnitt 5.2.5) widerspricht. Darüber hinaus ist die Anzahl der Materialkonstanten gegenüber den anderen Modellen groß.

6.2 Vergleich der Modelle und Fazit

Abschließend werden in der Tabelle 6.2 die vier vorgestellten Akkumulationsmodelle von Sawicki & Świdziński [133, 134], Bouckovalas et al. [11], Marr & Christian [94] und Gotschol [35, 36] sowie zusätzlich die Modelle von Güttler [41], Diyaljee & Raymond [26] und Kaggwa et al. [69] vergleichend beurteilt. Kriterien sind die Prognose der volumetrischen ($\dot{\varepsilon}_v^{\rm acc}$) und deviatorischen ($\dot{\varepsilon}_q^{\rm acc}$) Akkumulationsrate, die Wiedergabe der zyklischen Fließrichtung, die richtige Berücksichtigung der maßgebenden Einflussparameter sowie eine sinnvolle Variable für die Historiotropie. Bewertet wird mit "+" für eine zutreffende Berücksichtigung, mit " \circ " für eine teilweise oder umständliche Berücksichtigung und "-" für eine falsche bzw. Nicht-Berücksichtigung eines Teilaspekts bzw. eines Einflussparameters der Akkumulationsrate. Bewertungen, die aufgrund fehlender Materialkenngrößen oder aufgrund der Tatsache, dass das Modell nur für spezielle Zyklen entwickelt wurde, nicht getroffen werden können, sind mit "*" gekennzeichnet. Weiterhin wird in der Tabelle 6.2 angegeben, welcher Typ von Elementversuchen zur Aufstellung der expliziten Gleichungen verwendet wurde (DT: dränierter Triaxialversuch, ES: Einfachscherversuch) und wieviele Zyklen in diesen Versuchen getestet wurden.

Während einige der Modelle zwar Gleichungen für die deviatorische und die volumetrische Rate angeben, wird die zyklische Fließrichtung lediglich vom Modell nach Bouckovalas et al. [11] korrekt beschrieben. Den volumetrischen Anteil der Dehnungsschleife und die Form der Zyklen kann keines der sieben Modelle berücksichtigen. Ebenfalls keines der Modelle erfasst den Einfluss der Zustandsgrößen Porenzahl und Spannung entsprechend den in den Abschnitten 5.2.3 und 5.2.4 dokumentierten Versuchsergebnissen. Die Historiotropie wird zumeist durch die Zyklenanzahl N oder eine umständliche äquivalente Zyklenanzahl erfasst. Die Variable \tilde{N} nach Sawicki & Świdziński [133, 134] wurde durch die eigenen Versuche widerlegt, und im Fall der historiotropen Variable von Bouckovalas et al. [11] irritiert die angegebene Materialkonstante, so dass keine Bewertung abgegeben werden kann.

Die Bewertung der bisher in der Literatur vorgeschlagenen Modelle in Tabelle 6.2 macht deutlich, dass ein Bedarf nach einem expliziten Akkumulationsmodell besteht, welches die Akkumulationsraten der volumetrischen *und* der deviatorischen Dehnung liefert, die zyklische Fließrichtung korrekt beschreibt und alle relevanten Einflussparameter zutreffend erfasst. Das im Kapitel 7 beschriebene Bochumer Akkumulationsmodell hat dies zum Ziel. Es wurde auf der Basis der im Kapitel 5 vorgestellten Elementversuche entwickelt.

		Modell							
		Sawicki &	Bouckovalas	Marr &	Gotschol	Kaggwa	Güttler	Diyaljee &	
Kriterium		Świdziński	et al.	Christian		et al.		Raymond	
		[133, 134]	[11]	[94]	[35, 36]	[69]	[41]	[26]	
Beschreibung von $\dot{\varepsilon}_v^{\text{acc}}$ und $\dot{\varepsilon}_q^{\text{acc}}$		-	+	+	-	+	+	-	
zyklische Fließregel		-	+	-	-	-	-	-	
$N\text{-}\mathrm{Abhängigkeit:}~\varepsilon^{\mathrm{acc}}\sim$		$\ln(1+c\tilde{N})$	N^c	N^c	N^c	N^c	$1 + c \log(N)$	N^c	
Berücksichtigung	$\varepsilon_q^{\text{ampl}}, \gamma^{\text{ampl}}$	+	+	+	+	+	+	+	
der Einflussparameter	$arepsilon_v^{\mathrm{ampl}}$	-	-	-	-	-	-	-	
	Form von $\boldsymbol{\varepsilon}(t)$	-	-	-	-	-	-	-	
	e	-	-	+	+	-	-	-	
	p^{av}	-	-	-	*	-	*	*	
	$\eta^{ m av}$	-	+	+	*	-	*	*	
	f_B	+	+	+	-	+	+	+	
Historiotrope Variable		0	*	0	-	0	-	-	
Basis des Modells		ES	DT	DT	DT	DT	DT	DT	
max. getestete Zyklenanzahl		10^{3}	*	10^{4}	10^{6}	150	10^{5}	10^{5}	

Tabelle 6.1: Bewertung verschiedener expliziter Akkumulationsmodelle in der Literatur (+ zutreffend berücksichtigt, \circ teilweise oder umständlich berücksichtigt, - nicht oder falsch berücksichtigt, * unklar)
Kapitel 7

Bochumer Akkumulationsmodell für Sand unter zyklischer Belastung

7.1 Historie des Modells

Die Ausgangsbasis des seit 1999 in Bochum entwickelten Akkumulationsmodells bildete das Modell von Sawicki & Świdziński [133, 134] (Abschnitt 6.1.1). Niemunis [104] erweiterte das Modell um die hypoplastische Fließrichtung, um auch die Akkumulation der deviatorischen Dehnung zu erfassen. Der experimentelle Beweis für diese zyklische Fließrichtung wurde erst wesentlich später durch die Versuche dieser Arbeit (Abschnitt 5.1) geliefert.

Die ersten der im Abschnitt 5.2 präsentierten Experimente zeigten, dass die zuvor verwendete historiotrope Variable \tilde{N} nach Sawicki & Świdziński [133, 134] verworfen werden musste und einige weitere Einflussparameter (mittlere Spannung, Porenzahl) zu berücksichtigen waren. Von Niemunis et al. [112] wurde daher die bisher verwendete Funktion (6.1) fallengelassen und der im folgenden vorgestellte multiplikative Ansatz mit den Funktionen $f_{\rm ampl}$, f_N , f_e , f_p , f_Y und f_{π} vorgeschlagen. Eine erste mathematische Formulierung der Funktion f_{π} und der Evolution der "back polarization" genannten Variable π wurde von Niemunis et al. [112] präsentiert und in einigen weiteren Veröffentlichungen (Triantafyllidis et al. [163], Wichtmann et al. [176], Niemunis et al. [110]) verwendet. Kürzlich (Niemunis et al. [111]) wurde diese durch eine elegantere, im Abschnitt 7.2.2 noch näher erläuterte Beschreibung ersetzt. Während als historiotrope Variable zunächst \tilde{N} (Niemunis [104]) und später (Niemunis et al. [112]) nur N verwendet wurde, erfolgte die Einführung der Variable g^A von Niemunis et al. [110].

Zur Beschreibung mehrdimensionaler Dehnungsschleifen wurde von Niemunis [105] die

im Abschnitt 7.2.1 noch näher erläuterte tensorielle Definition einer multiaxialen Amplitude entwickelt. In den ersten Veröffentlichungen des Modells (Niemunis et al. [110], Triantafyllidis et al. [163]) erfolgte die Ermittlung der Dehnungsamplitude $\varepsilon^{\text{ampl}}$ lediglich aus dem deviatorischen Anteil der Dehnungsschleife. Auf der Basis der Versuche im Abschnitt 5.2.1.3 ohne Berücksichtigung der Membranpenetration wurde geschlossen, dass deviatorische Zyklen größere Akkumulationsraten erzeugen als volumetrische Zyklen und die Dehnungsschleife wurde in der volumetrischen Richtung um den Faktor C_{ampl} gestaucht (Wichtmann et al. [176], Niemunis et al. [110]). Diese Skalierung des volumetrischen Anteils wurde nach der Auswertung der Versuche *mit* Membranpenetration (Abschnitt 5.2.1.3) wieder verworfen, d.h. $\varepsilon^{\text{ampl}}$ wird aktuell aus der vollen, unskalierten Dehnungsschleife ermittelt (Niemunis et al. [111]).

Die Notwendigkeit der Erweiterung der Gleichung (1.1) um eine plastische Dehnungsrate \mathbf{D}^{pl} wurde von Niemunis et al. [111] erkannt.

7.2 Bochumer Akkumulationsmodell

Die Grundstruktur des Akkumulationsmodells ist der Form viskoplastischer Modelle ähnlich, wobei die Zyklenanzahl N anstelle der Zeit t verwendet wird. Die allgemeine Spannungs - Dehnungs - Beziehung lautet in Erweiterung der Gleichung (1.1):

$$\overset{\circ}{\mathbf{T}} = \mathsf{E} : (\mathbf{D} - \mathbf{D}^{\mathrm{acc}} - \mathbf{D}^{\mathrm{pl}})$$
(7.1)

Darin ist $\mathbf{\hat{T}}$ die Jaumann'sche Spannungsrate, E eine spannungsabhängige elastische Steifigkeit (Abschnitt 7.2.3), **D** die Dehnungsrate, \mathbf{D}^{acc} die vorgegebene Akkumulationsrate und \mathbf{D}^{pl} die Rate der plastischen Dehnung (Abschnitt 7.2.4).

Die Rate der Dehnungsakkumulation \mathbf{D}^{acc} wird als Produkt einer skalaren Akkumulationsintensität D^{acc} und einer tensoriellen Akkumulationsrichtung \mathbf{m} ("zyklische Fließrichtung") berechnet:

$$\mathbf{D}^{\mathrm{acc}} = D^{\mathrm{acc}} \mathbf{m} = f_{\mathrm{ampl}} \dot{f}_N f_e f_p f_Y f_\pi \mathbf{m}$$
$$= (\underbrace{f_{\mathrm{ampl}}}_{g^A} \dot{f}_N^A + \underbrace{f_{\mathrm{ampl}}}_{g^B} \dot{f}_N^B) f_e f_p f_Y f_\pi \mathbf{m}$$
(7.2)

Die Intensität der Akkumulation D^{acc} setzt sich multiplikativ aus sieben Teilfunktionen zusammen, deren experimentelle Grundlagen bereits im Abschnitt 5.2 besprochen wurden und welche die folgenden Einflüsse berücksichtigen:

f_{ampl} :	Dehnungsamplitude $\varepsilon^{\text{ampl}}$
\dot{f}_N^A :	Historiotropie
	(Anzahl der bisherigen Zyklen N gewichtet mit ihrer Amplitude $\varepsilon^{\text{ampl}}$)
\dot{f}_N^B :	von N unabhängige Grundrate der Akkumulation
f_e :	Porenzahl e
f_p :	mittlerer Druck p^{av}
f_Y :	Spannungsverhältnis η^{av} bzw. \bar{Y}^{av}
f_{π} :	Polarisationsänderungen

Die Funktionen und ihre Referenzgrößen fasst die Tabelle 7.1 zusammen. Angegeben werden in Tabelle 7.1 auch die aus den Versuchen im Abschnitt 5.2 für den Mittel- bis Grobsand mit der Korngrößenverteilungskurve 3 gemäß Bild 4.14 abgeleiteten Materialkonstanten C_i . Eine weitere Spalte enthält die Konstanten des Feinsandes ("ZFS" für Zentrifugenfeinsand), der im Zentrifugenmodellversuch von Helm et al. [49] verwendet wurde (Abschnitt 3.4.1.2). Dieser Modellversuch wird im Abschnitt 8.2.1 noch mittels der FEM nachgerechnet. Zur Veranschaulichung werden die Funktionen f_{ampl} , f_e , f_p , f_Y , f_N und \dot{f}_N mit den Konstanten des Mittel- bis Grobsandes im Bild 7.1 graphisch dargestellt.

Den Einfluss der Form der Dehnungsschleife auf die Akkumulationsrate erfasst das Akkumulationsmodell durch eine tensorielle Definition der Dehnungsamplitude A_{ε} (i.Allg. ein vierstufiger Tensor), welche im Abschnitt 7.2.1 für den zweidimensionalen Fall erläutert wird. In die Amplitudenfunktion f_{ampl} geht das skalare Maß

$$\varepsilon^{\text{ampl}} = \|\mathsf{A}_{\varepsilon}\| \tag{7.3}$$

ein. Wie im Abschnitt 7.2.1 noch gezeigt wird, ist $\varepsilon^{\text{ampl}}$ nach Gleichung (7.3) im Spezialfall eines eindimensionalen (in-phase) Dehnungszyklus identisch mit der klassischen Definition der Amplitude $\varepsilon^{\text{ampl}} = (\varepsilon^{\text{max}} - \varepsilon^{\text{min}})/2.$

Im Abschnitt 5.2.2 wurde gezeigt, dass eine Polarisationsänderung zu einem temporären Anstieg der Akkumulationsrate führt. Um dies zu berücksichtigen, verwendet das Akkumulationsmodell die Polarisation der Dehnungsamplitude

$$\vec{\mathsf{A}}_{\varepsilon} = \frac{\mathsf{A}_{\varepsilon}}{\|\mathsf{A}_{\varepsilon}\|} \tag{7.4}$$

und speichert die Polarisation während der zurückliegenden Zyklen im sog. "back polarization"-Tensor $\boldsymbol{\pi}$. Dabei werden die letzten Zyklen stärker gewichtet als Zyklen, die bereits längere Zeit zurückliegen. Im Fall eines Polarisationswechsels erhöht die Funktion f_{π} die Akkumulationsrate. f_{π} hängt vom Winkel α ab, den die aktuelle Polarisation $\vec{\mathsf{A}}_{\varepsilon}$ und die "back polarization" $\boldsymbol{\pi}$ einschließen. Eine Erläuterung der Funktionsweise von $\vec{\mathsf{A}}_{\varepsilon}$, $\boldsymbol{\pi}$ und f_{π} für den zweidimensionalen Fall findet sich im Abschnitt 7.2.2.



Bild 7.1: Graphische Darstellung der Teilfunktionen des expliziten Akkumulationsmodells für den Mittel- bis Grobsand mit der Korngrößebverteilungskurve 3: a) $f_{ampl}(\varepsilon^{ampl})$, b) $f_e(e)$, c) $f_p(p^{av})$, d) $f_Y(\bar{Y}^{av})$, e) $f_N(N)$, f) $\dot{f}_N(N)$

Funktion		Materialkonstanten			
		Sand 3	ZFS		
$f_{\text{ampl}} = \begin{cases} \left(\frac{\varepsilon^{\text{ampl}}}{\varepsilon_{\text{ref}}^{\text{ampl}}}\right)^2 & \text{für } \varepsilon^{\text{ampl}} \le 10^{-3} \\ 100 & \text{für } \varepsilon^{\text{ampl}} > 10^{-3} \end{cases}$	$arepsilon_{ m ref}^{ m ampl}$	10^{-4}	10^{-4}		
$\dot{f}_N^A = C_{N1} C_{N2} \exp\left(-\frac{g^A}{C_{N1} f_{\mathrm{ampl}}}\right)$	C_{N1}	$3, 6 \cdot 10^{-4}$	$1, 1 \cdot 10^{-3}$		
$\dot{f}_N^B = C_{N1} C_{N3}$	C_{N2}	$0,\!43$	$0,\!38$		
$\dot{f}_N=\dot{f}_N^A+\dot{f}_N^B$	C_{N3}	$5,0\cdot 10^{-5}$	$5,3\cdot 10^{-5}$		
$f_p = \exp\left[-C_p \left(\frac{p^{\rm av}}{p_{\rm ref}} - 1\right)\right]$	C_p	0,43	0,43		
	$p_{\rm ref}$	100 kPa	100 kPa		
$f_Y = \exp\left(C_Y \ \bar{Y}^{\rm av}\right)$	C_Y	2,0	2,0		
$f_e = \frac{(C_e - e)^2}{1 + e} \frac{1 + e_{\rm ref}}{(C_e - e_{\rm ref})^2}$	C_e	0,54	0,51		
	$e_{\rm ref}$	0,874	$0,\!908$		
$f_{\pi} = 1 + \overline{C_{\pi 1} (1 - \cos \alpha)} \cos \alpha = \vec{A}_{\varepsilon} :: \pi$	$C_{\pi 1}$	4,0	4,0		
$\dot{lpha} = -C_{\pi 2} lpha (arepsilon^{ ext{ampl}})^2 oldsymbol{\pi}_{ ext{neu}} = \mathcal{R} :: oldsymbol{\pi}$	$C_{\pi 2}$	200	200		

Tabelle 7.1: Zusammenfassung der Teilfunktionen sowie der Referenzgrößen und Materialkonstanten für den Mittel- bis Grobsand mit der Korngrößebverteilungskurve 3 und den Zentrifugenfeinsand (ZFS)

Als historiotrope Variable (Variable für die sog. "zyklische Vorbelastung") wird entsprechend den Ausführungen im Abschnitt 5.2.6

$$g^{A} = \int f_{\text{ampl}} \dot{f}_{N}^{A} dN \qquad (7.5)$$

verwendet, d.h. neben der Zyklen*anzahl* wird auch die *Amplitude* der bisher aufgebrachten Zyklen berücksichtigt.

Im Abschnitt 5.1 wurde gezeigt, dass die Akkumulationsrichtung **m** allein vom Spannungsverhältnis $\eta^{av} = q^{av}/p^{av}$ abhängt und gut durch die Fließregeln des Modified Cam Clay Modells und des hypoplastischen Materialmodells approximiert werden kann. Die hypoplastische Fließrichtung wird im Abschnitt 7.3 erläutert. Für die im Kapitel 8 durchgeführten Berechnungen wurde die Fließrichtung des Modified Cam Clay Modells verwendet. Diese lautet

$$\mathbf{m} = \frac{-\frac{1}{3} \left(p - \frac{q^2}{M^2 p} \right) \mathbf{1} + \frac{3}{M^2} \mathbf{T}^*}{\left\| -\frac{1}{3} \left(p - \frac{q^2}{M^2 p} \right) \mathbf{1} + \frac{3}{M^2} \mathbf{T}^* \right\|},$$
(7.6)

wobei $M = F (6 \sin \varphi_c)/(3 - \sin \varphi_c)$ gilt. Der Faktor F beträgt für den Spezialfall der triaxialen Kompression und für isotrope Spannungen 1 und nimmt für triaxiale Extension mit fallendem Spannungsverhältnis $\eta = q/p$ ab:

$$F = \begin{cases} 1 & \text{für } \eta \ge 0\\ 1 + \eta/3 & \text{für } \eta < 0 \end{cases}$$
(7.7)

Auf der kritischen Grenzgerade im Extensionsbereich gilt $F = (3-\sin\varphi_c)/(3+\sin\varphi_c)$. Eine allgemeine Form für F wird noch im Abschnitt 7.3.1 angegeben. Aus Gleichung (7.6) erhält man für das Verhältnis der volumetrischen und der deviatorischen Akkumulationsrate:

$$\Omega = -\frac{D_v^{\text{acc}}}{D_q^{\text{acc}}} = -\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\operatorname{tr}(\mathbf{m})}{\|\mathbf{m}^*\|} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{p(M^2 - \eta^2)}{3\|\mathbf{T}^*\|} \stackrel{\text{triax}}{=} \frac{M^2 - \eta^2}{2\eta} \quad (7.8)$$

7.2.1 Definition der Dehnungsamplitude

Die tensorielle Definition der Dehnungsamplitude A_{ε} (i.Allg. ein Tensor 4. Stufe, Niemunis [105]) berücksichtigt, dass die Dehnungsschleife im allgemeinen Fall mehrere Dimensionen des Dehnungsraumes durchdringt. Der Einfluss der Form der Dehnungsschleife auf die Akkumulationsrate (Abschnitt 5.2.1.4) wird durch A_{ε} berücksichtigt. In diesem Abschnitt soll die Definition für den zweidimensionalen Fall erläutert werden. Eine Darstellung der Definition für volle zwei- bzw. vierstufige Tensoren findet sich im Anhang III.

Aus der impliziten FE-Berechnung des zweiten Zyklus bzw. eines Kontrollzyklus liegt die Dehnungsschleife für jeden Integrationspunkt als eine Reihe von diskreten Dehnungspunkten $\boldsymbol{\epsilon}_k, k = 1, ..., M$ vor (Bild 7.2). Zunächst werden die beiden am weitesten voneinander entfernten Dehnungspunkte der Schleife gesucht. Im Fall der im Bild 7.2 dargestellten Schleife sind dies die Punkte 5 und 11. Ihr Abstand wird mit $2R^{(2)}$ (die hochgestellte $\sqcup^{(2)}$ steht für zweidimensional) bezeichnet. Die Richtung der Geraden, auf der beide Punkte liegen, wird durch den Einheitsvektor $\vec{\mathbf{r}}^{(2)}$ beschrieben. Hierbei ist es unerheblich, welche der beiden möglichen, entgegengesetzten Richtungen gewählt wird. Im zweiten Schritt wird die Dehnungsschleife auf eine Gerade senkrecht zur Richtung $\vec{\mathbf{r}}^{(2)}$ projeziert. Die Spannweite $2R^{(1)}$ und die Richtung $\vec{\mathbf{r}}^{(1)}$ der projezierten Schleife werden ermittelt.



Bild 7.2: Ermittlung der Dehnungsamplitude A_{ε} für den zweidimensionalen Fall: Bestimmung von $R^{(2)}$ und $\vec{\mathbf{r}}^{(2)}$ aus der ursprünglichen Dehnungsschleife und $R^{(1)}$ und $\vec{\mathbf{r}}^{(1)}$ aus der Projektion der Dehnungsschleife

Zur Beschreibung des zweidimensionalen Falls reicht ein zweistufiger Amplitudentensor \mathbf{A}_{ε} aus. Dieser berechnet sich aus den ermittelten halben Spannweiten $R^{(i)}$ und den Richtungen $\mathbf{\vec{r}}^{(i)}$ zu:

$$\mathbf{A}_{\varepsilon} = \sum_{i=1}^{2} R^{(i)} \, \vec{\mathbf{r}}^{(i)} \otimes \vec{\mathbf{r}}^{(i)}$$
$$= R^{(1)} \, \vec{\mathbf{r}}^{(1)} \otimes \vec{\mathbf{r}}^{(1)} + R^{(2)} \, \vec{\mathbf{r}}^{(2)} \otimes \vec{\mathbf{r}}^{(2)}$$
(7.9)

Da für die Dehnungsschleife die Orientierung im Dehnungsraum ohne Belang ist (Abschnitt 5.2.1.3), kann für die Richtungen $\vec{\mathbf{r}}^{(i)}$ auch das im Bild 7.2 dargestellte $\varepsilon_1^+ - \varepsilon_2^+$ -Koordinatensystem verwendet werden. Damit wird aus Gleichung (7.9):

$$\mathbf{A}_{\varepsilon} = R^{(1)} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + R^{(2)} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R^{(1)} & 0 \\ 0 & R^{(2)} \end{pmatrix} (7.10)$$

und entsprechend Gleichung (7.3) lautet das skalare Maß

$$\varepsilon^{\text{ampl}} = \|\mathbf{A}_{\varepsilon}\| = \sqrt{(R^{(1)})^2 + (R^{(2)})^2}$$
 (7.11)

Im folgenden sollen die Sonderfälle eines einaxialen Zyklus (Spannweite 2*R*, Bild 7.3a) und einer kreisförmigen Dehnungsschleife (Radius *R*, Bild 7.3b) betrachtet werden. Im Fall des 1-D - Zyklus gilt $R^{(2)} = R$ und $R^{(1)} = 0$, womit aus Gleichung (7.11) $\varepsilon^{\text{ampl}} = R$ folgt. Demnach ist die Amplitudendefinition gemäß den Gleichungen (7.3) und (7.9) - wie bereits im Abschnitt 7.2 erwähnt - für eindimensionale Zyklen identisch mit der klassischen Definition der Amplitude. Für die kreisförmigen Pfade gilt $R^{(2)} = R^{(1)} = R$ und somit $\varepsilon^{\text{ampl}} = \sqrt{2R}$, d.h. für die kreisförmigen Pfade wird eine um $\sqrt{2}$ größere Dehnungsamplitude erhalten als für die einaxialen Zyklen mit gleicher maximaler Spannweite (d.h. gleicher Amplitude in ε_2 -Richtung). Bedenkt man die quadratische Abhängigkeit der Akkumulationsrate von der Dehnungsamplitude, $\dot{\varepsilon}^{\text{acc}} \sim (\varepsilon^{\text{ampl}})^2$, so prognostiziert das Akkumulationsmodell für die kreisförmige Dehnungsschleife eine zweifach größere Akkumulationsrate als für die einaxialen Zyklen. Dies steht in guter Übereinstimmung mit den Ergebnissen der im Abschnitt 5.2.1.4 vorgestellten Experimente.



Bild 7.3: Ermittlung der Dehnungsamplitude A_{ε} für a) einaxiale (1-D) Zyklen und b) kreisförmige Dehnungsschleifen

Wirken mehrere zyklische Lastquellen (evtl. mit verschiedenen Frequenzen) gleichzeitig, können bei unterschiedlichen Polarisationen und Frequenzen der Zyklen komplizierte Dehnungsschleifen entstehen. Eine Vorgehensweise zur Ermittlung der Dehnungsamplitude für solche Fälle schlagen Niemunis et al. [111] vor.

7.2.2 Back Polarization

Im folgenden soll die Wirkungsweise der Funktion

$$f_{\pi} = 1 + C_{\pi 1} \left(1 - \cos \alpha \right) \tag{7.12}$$

und der Variable *back polarization* bei Polarisationswechseln für den zweidimensionalen Fall erläutert werden. Der Anhang III enthält eine entsprechende Darstellung in voller Tensorschreibweise. Betrachtet wird zunächst der im Bild 7.4a dargestellte Fall zweier aufeinanderfolgender Zyklenpakete "a" und "b" mit identischer Polarisation, aber unterschiedlicher Amplitude. Im ersten Zyklenpaket gilt für die Amplitude \mathbf{A}_{ε} und die Polari-

7.2. Bochumer Akkumulationsmodell

sation $\vec{\mathbf{A}}_{\varepsilon}$:

$$\mathbf{A}^{a}_{\varepsilon} = R_{a} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \vec{\mathbf{A}}^{a}_{\varepsilon} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$
(7.13)

Falls ausreichend viele Zyklen mit der Amplitude $\mathbf{A}_{\varepsilon}^{a}$ aufgebracht wurden, gilt zu Beginn des zweiten Zyklenpaketes $\boldsymbol{\pi} = \mathbf{\vec{A}}_{\varepsilon}^{a}$. Im zweiten Zyklenpaket lauten die Amplitude und die Polarisation:

$$\mathbf{A}_{\varepsilon}^{b} = R_{b} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \vec{\mathbf{A}}_{\varepsilon}^{b} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} , \qquad (7.14)$$

d.h. es ist $\vec{\mathbf{A}}_{\varepsilon}^{b} = \vec{\mathbf{A}}_{\varepsilon}^{a} = \boldsymbol{\pi}$. Für den Winkel α zwischen der aktuellen Polarisation $\vec{\mathbf{A}}_{\varepsilon}^{b}$ und der "back polarization" $\boldsymbol{\pi}$ gilt zu Beginn des zweiten Zyklenpaketes

$$\cos \alpha = \boldsymbol{\pi} : \vec{\mathbf{A}}_{\varepsilon}^{b} = 1 , \qquad (7.15)$$

woraus aus Gleichung (7.12) $f_{\pi} = 1$ folgt, d.h. die Akkumulationsrate wird beim Wechsel vom Zyklenpaket "a" zum Zyklenpaket "b" *nicht* erhöht.



Bild 7.4: Zyklenpakete a) ohne und b) mit Polarisationswechsel

Für den Fall, dass die Richtung der zyklischen Scherung im Zyklenpaket "b" im Vergleich zum Zyklenpaket "a" in der ε_1 - ε_2 -Ebene um 90° gedreht ist (Bild 7.4b), gilt für das Zyklenpaket "a" weiterhin Gleichung (7.13) und für das Zyklenpaket "b" erhält man:

$$\mathbf{A}_{\varepsilon}^{b} = R_{b} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \vec{\mathbf{A}}_{\varepsilon}^{b} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$
(7.16)

Zu Beginn des Zyklenpaketes "b" gilt $\boldsymbol{\pi} = \vec{\mathbf{A}}_{\varepsilon}^{a}$ und damit

$$\cos \alpha = \boldsymbol{\pi} : \vec{\mathbf{A}}_{\varepsilon}^{b} = 0 , \qquad (7.17)$$

woraus aus Gleichung (7.12) $f_{\pi} = 1 + C_{\pi 1}$ folgt. Die Akkumulationsrate wird beim Wechsel vom Zyklenpaket "a" zum Zyklenpaket "b" also mit dem Faktor $1 + C_{\pi 1}$ erhöht.

Die temporäre Wirkung des Polarisationswechsels, d.h. das Abklingen von f_{π} während der weiteren Zyklen mit $\vec{\mathbf{A}}_{\varepsilon}^{b}$ wird durch eine asymptotische Adaption von π mit N an die neue Polarisation $\vec{\mathbf{A}}_{\varepsilon}^{b}$ beschrieben. Für die Evolution des Winkels α wurde von Niemunis et al. [111] vorgeschlagen:

$$\dot{\alpha} = -C_{\pi 2} \alpha (\varepsilon^{\text{ampl}})^2 \tag{7.18}$$

Zur Drehung des Tensors π um den Winkel $\Delta \alpha = \dot{\alpha} \Delta N$ (Bild 7.5) wird der Rotationsoperator R verwendet. Für den hier beschriebenen zweidimensionalen Fall muss R ein vierstufiger Tensor sein. Im allgemeinen Fall (\vec{A}_{ε} und π sind vierstufige Tensoren) ist \mathcal{R} ein achtstufiger Tensor. Die allgemeine Form von \mathcal{R} findet sich im Anhang III. Die Bestimmung der Materialkonstanten $C_{\pi 1}$ und $C_{\pi 2}$ wurde bereits im Abschnitt 5.2.2 erläutert.



Bild 7.5: Adaption von π and ie aktuelle Polarisation \vec{A}_{ε}

Es stellt sich die Frage nach dem Anfangswert π_0 , mit dem eine Rechnung begonnen werden sollte. Denkbar ist, eine Polarisation entlang einer bestimmten Richtung $\vec{\mathbf{r}}$ vorzugeben (z.B. entlang der Sedimentationsrichtung, wenn zyklische Belastungen in der Vergangenheit aus Sedimentations- und Erosionsprozessen resultierten):

$$\boldsymbol{\pi}_0 = \vec{\mathbf{r}} \otimes \vec{\mathbf{r}} \tag{7.19}$$

Für einen vollkommen chaotischen Anfangszustand (keine Präferenz für eine bestimmte Richtung) kann

$$\pi_0 = \pi^{\text{iso}} = \frac{1}{3}\mathbf{1}$$
 (7.20)

(Niemunis et al. [111]) mit dem Einheitstensor 1 angesetzt werden.

7.2.3 Elastische Steifigkeit E

Die elastische Steifigkeit E in Gleichung (7.1) verknüpft die Akkumulation der Dehnungen mit derjenigen der Spannungen. In FE-Berechnungen mit $\mathring{\mathbf{T}} \approx \mathbf{0}$ und damit $\mathbf{D} \approx \mathbf{D}^{\mathrm{acc}}$ ist der Einfluss von E auf das Ergebnis gering. Bei den zyklisch belasteten Flachgründungen

(Abschnitt 8.2) ist dies z.B. der Fall und die Berechnung erfolgte mit einer einfachen isotropen Steifigkeit

$$\mathsf{E} = \lambda \, \mathbf{1} \otimes \mathbf{1} + 2 \, \mu \, \mathsf{I} \tag{7.21}$$

mit den Lamé-Konstanten $\lambda = E\nu/(1+\nu)/(1-2\nu)$ und $\mu = G = E/2/(1+\nu)$, dem Identitätstensor $I_{ijkl} = 0, 5(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}), \text{ der Querkontraktionszahl } \nu = 0, 2 \text{ und dem}$ druckabhängigen Elastizitätsmodul E = 300 p. Ist mit einer Akkumulation der Spannung $(\mathbf{T} \neq \mathbf{0})$ zu rechnen (z.B. Aufbau des Porenwasserdruckes im undränierten Fall oder Veränderung der Normalspannungen auf die Mantelfläche eines Pfahles), ist die zutreffende Wahl von E mitentscheidend für die Qualität der Akkumulationsprognose. Von Niemunis et al. [113] wurde für die Berechnung einer undränierten zyklischen Belastung eine anisotrope *small strain*-Steifigkeit (d.h. eine Steifigkeit für sehr kleine Dehnungen) nach Kuwano et al. [80] gewählt. In den Berechnungen der Pfähle im Abschnitt 8.3 wurde mit Gleichung (7.21), $\nu = 0.2$ und dem druck- und porenzahlabhängigen Schubmodul G nach Gleichung (3.5) mit den Konstanten A = 39, 7, a = 1, 46 und n = 0, 46 (Wichtmann & Triantafyllidis [183]) gearbeitet. Es ist allerdings anzumerken, dass momentan nicht geklärt ist, ob für E in Gleichung (7.1) eine small strain-Steifigkeit anzusetzen ist. Evtl. kann auch die im Abschnitt 7.3.1 angesprochene lineare Steifigkeit L der Hypoplastizität verwendet werden. Diesbezüglich sind zukünftig noch weitere experimentelle Untersuchungen vorzunehmen.

7.2.4 Plastische Dehnungsrate D^{pl}

Im folgenden soll die Notwendigkeit der plastischen Dehnungsrate \mathbf{D}^{pl} in Gleichung (7.1) erläutert werden. Im homogenen Fall (z.B. Nachrechnung eines Elementversuches) ist die Gleichung

$$\overset{\circ}{\mathbf{T}} = \mathsf{E} : (\mathbf{D} - \mathbf{D}^{\mathrm{acc}}) \tag{7.22}$$

ausreichend. Im Extremfall $\mathbf{D} = \mathbf{0}$ ist die aus \mathbf{D}^{acc} resultierende Spannungsrate entgegengesetzt proportional zur Fließrichtung, d.h. $\mathring{\mathbf{T}} \sim -\mathbf{m}$. Da die Fließrichtung auf der Coulomb'schen Grenzfläche stets nach außen zeigt, können die Spannungen die Coulomb'sche Pyramide nicht verlassen.

In FE-Berechnungen kann die Gleichung (7.22) jedoch bei nicht homogenen Verhältnissen zu Spannungen außerhalb der Coulomb'sche Pyramide führen. Dies soll beispielhaft anhand des FE-Netzes mit neun Elementen in Bild 7.6a erklärt werden. Der Rand sei unverschieblich gelagert. Der Ausgangsspannungszustand sei isotrop. Infolge einer zyklischen Belastung (deren Ursache wird hier nicht diskutiert) ist die Akkumulationsrate in den acht äußeren Elementen $\mathbf{D}^{\mathrm{acc}} \neq \mathbf{0}$. Infolge des isotropen Spannungszustandes kommt es zur Kontraktanz dieser Elemente. Das Element in der Mitte des FE-Netzes wird nicht zyklisch belastet und demzufolge gilt $\mathbf{D}^{\mathrm{acc}} = \mathbf{0}$. Infolge der Verformung der Nachbarelemente erfährt das mittlere Element jedoch eine Dehnungsrate $\mathbf{D} > \mathbf{0}$ (Extension). In der Gleichgewichtsiteration kann Gleichung (7.22) nur durch eine Veränderung der Spannung $\mathring{\mathbf{T}} = \mathsf{E} : \mathbf{D}$ erfüllt werden. Die Spannung nimmt ab und kann die Coulomb'sche Pyramide verlassen (in diesem Fall kann $p = -\text{tr}(\mathbf{T})/3$ negativ werden). In einem nichtbindigen Boden ist ein solcher Spannungszustand physikalisch jedoch nicht möglich. Die konstitutive Gleichung muss verhindern, dass die Spannung den zulässigen Bereich verlässt.



Bild 7.6: a) Die große Dehnungsrate **D** im mittleren Element trotz $\mathbf{D}^{acc} = \mathbf{0}$ infolge der Verformungen der Nachbarelemente erfordert die plastische Dehnungsrate \mathbf{D}^{pl} , b) Gleichung (7.22) kann die Spannung von \mathbf{T}^0 nach \mathbf{T}^1 außerhalb der Coulomb'schen Pyramide schieben (im Fall des Beispiels im Bildteil a entlang der p-Achse), die plastische Dehnungsrate \mathbf{D}^{pl} projiziert die Spannung zurück auf die Fließfläche (\mathbf{T}^2)

Dies kann durch eine Erweiterung der Gleichung (7.22) um die plastische Dehnungsrate \mathbf{D}^{pl} erreicht werden. Die praktische Umsetzung von D^{pl} ist mit der Vorgehensweise der Elastoplastizität identisch. Spannungen, die infolge von Gleichung (7.22) den zulässigen Bereich verlassen, werden zurück auf die Fließfläche projiziert (Bild 7.6b). Hierfür wird die assoziierte Fließregel von Matsuoka & Nakai [95] verwendet. Die Steifigkeit E wird ersetzt durch

$$\mathsf{E}^{\mathrm{ep}} = \mathsf{E} - \frac{\mathsf{E} : \mathbf{m} \otimes \mathbf{m} : \mathsf{E}}{K + \mathbf{m} : \mathsf{E} : \mathbf{m}}$$
(7.23)

mit der Fließregel \mathbf{m} und dem Verfestigungsmodul K. Demzufolge wird Gleichung (7.22)

in Gleichung (7.1) überführt:

$$\overset{\circ}{\mathbf{\Gamma}} = \mathsf{E} : (\mathbf{D} - \mathbf{D}^{\mathrm{acc}}) - \underbrace{\frac{\mathsf{E} : \mathbf{m} \otimes \mathbf{m} : \mathsf{E}}{K + \mathbf{m} : \mathsf{E} : \mathbf{m}} : (\mathbf{D} - \mathbf{D}^{\mathrm{acc}})}_{\mathsf{E} : \mathbf{D}^{\mathrm{pl}}}$$
(7.24)

In der Berechnung zyklisch belasteter Flachgründungen (Abschnitt 8.2) wird die plastische Dehnungsrate \mathbf{D}^{pl} z.B. in Elementen an der Geländeoberfläche in der Nähe des Fundamentes benötigt. In diesen Elementen ist die Dehnungsamplitude gering (d.h. $\mathbf{D}^{\text{acc}} \approx \mathbf{0}$). Diese Elemente erfahren jedoch große Dehnungsraten \mathbf{D} infolge der Verformung benachbarter Elemente, welche sich unterhalb der Kante bzw. Ecke des Fundamentes befinden.

7.2.5 Zyklen mit Berührung der Fließflächen

Explizite Akkumulationsmodelle werden üblicherweise für Zyklen mit kleinen Dehnungsamplituden $\varepsilon^{\text{ampl}} \leq 10^{-3}$ entwickelt. Dennoch können in einzelnen Elementen Zyklen auftreten, bei denen die Spannung zeitweilig die Coulomb'sche Grenzbedingung erfüllt (Bild 5.35). Momentan ist in der Implementierung des Modells noch keine spezielle Behandlung dieser Zyklen vorgesehen. Für die Zukunft ist jedoch geplant, im Aufzeichnungszyklus zu überprüfen, ob die Spannung die Fließfläche erreicht. Ist dies der Fall, wird die Akkumulationsrate **D**^{acc} nicht aus Gleichung (7.2) berechnet, sondern gleichgesetzt mit der bleibenden Dehnung im Aufzeichnungszyklus.

7.2.6 Validierung des Akkumulationsmodells

Das Akkumulationsmodell wurde für unterschiedliche Randbedingungen validiert, indem die zyklischen Triaxialversuche der vier Hauptserien (Einfluss der Amplitude einaxialer Zyklen, der Porenzahl, des mittleren Druckes und des mittleren Spannungsverhältnisses) nachgerechnet wurden. Vorgegeben wurden die Dehnungsamplitude (als Mittelwert $\bar{\varepsilon}^{ampl}$ über 10⁵ Zyklen sowie als gemessener Verlauf $\varepsilon^{ampl}(N)$) und die Anfangsporenzahl e_0 des jeweiligen Versuches. Aus Platzgründen werden hier nur jeweils sechs Nachrechnungen pro Versuchsreihe gezeigt.

Das Bild 7.7 enthält die Nachrechnungen der Versuche mit unterschiedlichen Spannungsamplituden 12 kPa $\leq q^{\text{ampl}} \leq 80$ kPa bei $p^{\text{av}} = 200$ kPa, $\eta^{\text{av}} = 0,75$ und mitteldichter Anfangslagerung. Die Teildiagramme geben jeweils die Differenz $\Delta \varepsilon^{\text{acc}}$ der bleibenden Dehnung nach 10⁵ Zyklen im Versuch und in der Nachrechnung (mit $\overline{\varepsilon}^{\text{ampl}}$) sowie deren prozentuale Abweichung Δ an. Die mit $\overline{\varepsilon}^{\text{ampl}}$ und $\varepsilon^{\text{ampl}}(N)$ berechneten Akkumulationskurven $\varepsilon^{\text{acc}}(N)$ unterscheiden sich im Bild 7.7 und auch in den folgenden Bildern nicht



Bild 7.7: Validierung des Akkumulationsmodells: Nachrechnung zyklischer Triaxialversuche mit unterschiedlichen Spannungsamplituden q^{ampl} ($p^{\text{av}} = 200$ kPa, $\eta^{\text{av}} = 0,75$, $0,58 \leq I_{D0} \leq 0,61$)



Bild 7.8: Validierung des Akkumulationsmodells: Nachrechnung zyklischer Triaxialversuche mit unterschiedlichen Anfangslagerungsdichten I_{D0} ($p^{av} = 200$ kPa, $\eta^{av} = 0,75$, $q^{ampl} = 60$ kPa)



Bild 7.9: Validierung des Akkumulationsmodells: Nachrechnung zyklischer Triaxialversuche mit unterschiedlichen mittleren Drücken p^{av} ($\eta^{av} = 0,75$, $\zeta = q^{ampl}/p^{av} = 0,3$, $0,61 \leq I_{D0} \leq 0,69$)



Bild 7.10: Validierung des Akkumulationsmodells: Nachrechnung zyklischer Triaxialversuche mit unterschiedlichen mittleren Spannungsverhältnissen η^{av} ($p^{av} = 200$ kPa, $q^{ampl} = 60$ kPa, $0,57 \leq I_{D0} \leq 0,67$)



Bild 7.11: Validierung des Akkumulationsmodells: Nachrechnung zyklischer Triaxialversuche mit Zyklenpaketen mit Amplituden $q^{\text{ampl}} = 20, 40, 60$ und 80 kPa in unterschiedlicher Reihenfolge ($p^{\text{av}} = 200$ kPa, $\eta^{\text{av}} = 0.75, 0.58 \leq I_{D0} \leq 0.63$)

wesentlich voneinander. Die bleibenden Dehnungen der Versuche mit Amplituden $q^{\text{ampl}} \leq$ 70 kPa werden gut prognostiziert, die Abweichung $\Delta \varepsilon^{\text{acc}}$ ist relativ gering. In den Versuchen mit kleinen Amplituden ($q^{\text{ampl}} \leq 22$ kPa) ist der prozentuale Fehler aufgrund der geringen bleibenden Dehnung groß. Für Setzungsprognosen ist dies jedoch unerheblich. Die größten Abweichungen sind für den Versuch mit $q^{\text{ampl}} = 80$ kPa festzustellen. Bereits dem Bild 5.25 war zu entnehmen, dass die Approximation mit f_{ampl} die Akkumulationsraten in diesem Versuch etwas überschätzt.

Das Bild 7.8 zeigt eine entsprechende Nachrechnung für die Versuche mit unterschiedlichen Anfangslagerungsdichten 0, $24 \leq I_{D0} \leq 0, 94$ und identischen mittleren und zyklischen Spannungen ($p^{av} = 200$ kPa, $\eta^{av} = 0, 75$, $q^{ampl} = 60$ kPa). Größere prozentuale Abweichungen zwischen der Prognose des Akkumulationsmodells und den Versuchsergebnissen existieren lediglich für dichte Anfangslagerungen $I_{D0} > 0, 9$, was bereits im Abschnitt 5.2.3 erläutert wurde. Die betragsmäßigen Abweichungen überschreiten für keine der Anfangslagerungsdichen $\Delta \varepsilon^{acc} = 0, 18\%$.

Die Nachrechnung der Versuche mit unterschiedlichen mittleren Drücken 50 kPa $\leq p^{av} \leq$ 300 kPa ($\eta^{av} = 0, 75, \zeta = q^{ampl}/p^{av} = 0,3$, mitteldichte Anfangslagerung, Bild 7.9) zeigt, dass durch die Vernachlässigung der *N*-Abhängigkeit in der Funktion f_p die prognostizierten Akkumulationskurven für kleine Drücke (z.B. $p^{av} = 50$ kPa) bei kleinen Zyklenanzahlen steiler und bei einem größeren Werten von *N* flacher verlaufen als die experimentellen Kurven. Bei großen Drücken (z.B. $p^{av} = 300$ kPa) ist dies genau umgekehrt. Die beste Approximation wird für den Versuch mit $p^{av} = 200$ kPa erreicht, die größte prozentuale Abweichung für den Versuch mit $p^{av} = 250$ kPa. Letzteres ist jedoch der Streuung der Experimente zuzuschreiben und bereits im Bild 5.61 zu erkennen.

Die insgesamt recht zufriedenstellende Prognose der expliziten Gleichungen für die Versuche mit unterschiedlichen Spannungsverhältnissen $0, 25 \le \eta^{\text{av}} \le 1,313$ ($p^{\text{av}} = 200$ kPa, $q^{\text{ampl}} = 60$ kPa, mitteldichte Anfangslagerung) ist im Bild 7.10 dargestellt.

Das Bild 7.11 zeigt die Nachrechnung der Versuche mit Zyklenpaketen und stellt damit den Prüfstein für die historiotrope Variable g^A dar. Die leicht zu groß prognostizierten Akkumulationsraten für $q^{\text{ampl}} = 80$ kPa wirken sich auch auf diesen Vergleich aus. Abgesehen davon gibt die Variable g^A die Veränderung der Akkumulationsrate bei einer Veränderung der Lastamplitude unter Berücksichtigung der vorangegangenen zyklischen Belastung gut wieder. Die berechneten Akkumulationskurven folgen zutreffend den experimentell ermittelten Verläufen $\varepsilon^{\text{acc}}(N)$.

7.3 Modell für die impliziten Zyklen: Hypoplastisches Stoffmodell mit intergranularer Dehnung

Das hypoplastische Stoffmodell (Kolymbas [78], Gudehus [38], von Wolffersdorff [172]) mit der Erweiterung um die intergranulare Dehnung (Niemunis & Herle [106]) wurde in den im Kapitel 8 präsentierten Berechnungen für alle impliziten Rechenschritte verwendet, d.h. für das Anfangsgleichgewicht, die ersten beiden Zyklen und die Kontrollzyklen. Das Modell soll im folgenden dargestellt, und seine Prognose des Materialverhaltens soll beurteilt werden.

7.3.1 Grundversion des hypoplastischen Stoffmodells

7.3.1.1 Original version nach von Wolffersdorff

Die allgemeine Form des hypoplastischen Stoffmodells lautet:

$$\mathring{\mathbf{T}} = \mathbf{L} : \mathbf{D} + \mathbf{N} \|\mathbf{D}\| = \underbrace{\left(\mathbf{L} + \mathbf{N} \frac{\mathbf{D}}{\|\mathbf{D}\|}\right)}_{\mathbf{M}} : \mathbf{D}$$
 (7.25)

Darin ist $\mathring{\mathbf{T}}$ die Jaumann'sche Spannungsrate und \mathbf{D} die Dehnungsrate. "Rate" bedeutet hier im Gegensatz zu \mathbf{D} in Gleichung (7.1) eine Ableitung nach der Zeit und nicht nach der Zyklenanzahl. L und \mathbf{N} sind der vierstufige lineare und der zweistufige nichtlineare Steifigkeitstensor, die nach von Wolffersdorff [172] für Sand folgendermaßen angesetzt werden können:

$$\mathsf{L} = f_b f_e \frac{1}{\hat{\mathbf{T}} : \hat{\mathbf{T}}} \left(F^2 \mathsf{I} + a^2 \, \hat{\mathbf{T}} \hat{\mathbf{T}} \right)$$
(7.26)

$$\mathbf{N} = f_b f_e f_d \frac{F a}{\hat{\mathbf{T}} : \hat{\mathbf{T}}} \left(\hat{\mathbf{T}} + \hat{\mathbf{T}}^* \right)$$
(7.27)

Darin ist $\hat{\mathbf{T}} = \mathbf{T}/\text{tr} \mathbf{T}$ eine dimensionslose Spannung und $I_{ijkl} = 0, 5(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk})$ ein Identitätstensor. Die Parameter *a* und *F* in den Gleichungen (7.26) und (7.27) beschreiben das Bruchkriterium in der deviatorischen Ebene (Versagenskriterium nach Matusoka & Nakai [95], Bild 7.12a):

$$a = \frac{\sqrt{3} (3 - \sin \varphi_c)}{2 \sqrt{2} \sin \varphi_c} \tag{7.28}$$

$$F = \sqrt{\frac{1}{8} \tan^2 \psi + \frac{2 - \tan^2 \psi}{2 + \sqrt{2} \tan \psi \cos(3\theta)}} - \frac{1}{2\sqrt{2}} \tan \psi$$
(7.29)

$$\tan \psi = \sqrt{3} \| \hat{\mathbf{T}}^* \| \tag{7.30}$$

$$\cos(3\theta) = -\sqrt{6} \operatorname{tr}\left(\hat{\mathbf{T}}^* \cdot \hat{\mathbf{T}}^* \cdot \hat{\mathbf{T}}^*\right) / \left[\hat{\mathbf{T}}^* : \hat{\mathbf{T}}^*\right]^{\frac{3}{2}}$$
(7.31)

 φ_c ist der kritische Reibungswinkel. Die Winkel ψ und θ beschreiben die Lage von **T** im Spannungsraum (Bild 7.12b).



Bild 7.12: a) Versagenskriterium nach Matusoka & Nakai [95], b) Geometrische Interpretation der Winkel ψ und θ , c) Reduktion der Porenzahl e mit dem mittleren Druck p nach Gleichung (7.35)

Die Faktoren f_b , f_e und f_d berücksichtigen den Einfluss des Druckes (Barotropie) und der Lagerungsdichte (Pyknotropie) auf die Steifigkeit:

$$f_d = \left(\frac{e - e_d}{e_c - e_d}\right)^{\alpha} \tag{7.32}$$

$$f_e = \left(\frac{e_c}{e}\right)^{\beta} \tag{7.33}$$

$$f_b = \left(\frac{e_{i0}}{e_{c0}}\right)^{\beta} \frac{h_s}{n} \frac{1+e_i}{e_i} \left(\frac{3p}{h_s}\right)^{1-n} \left[3+a^2-a \sqrt{3} \left(\frac{e_{i0}-e_{d0}}{e_{c0}-e_{d0}}\right)^{\alpha}\right]^{-1}$$
(7.34)

Darin sind α , β , h_s (Granulathärte) und n Materialkonstanten. Die Porenzahlen e_d , e_c und e_i bei dichtester, kritischer und lockerst möglicher Lagerung nehmen entsprechend der Gleichung (7.35) nach Bauer [7] affin zueinander mit dem mittleren Druck p ab (Bild 7.12c):

$$\frac{e_i}{e_{i0}} = \frac{e_c}{e_{c0}} = \frac{e_d}{e_{d0}} = \exp\left[-\left(\frac{3p}{h_s}\right)^n\right]$$
(7.35)

In Gleichung (7.35) korrespondiert der Index "0" in e_{i0} , e_{c0} und e_{d0} zum drucklosen Zustand (p = 0). Die hypoplastische Fließrichtung kann aus

$$\mathbf{m} = -\frac{\mathbf{L}^{-1} : \mathbf{N}}{\|\mathbf{L}^{-1} : \mathbf{N}\|} = -\frac{f_1(\hat{\mathbf{T}} + \hat{\mathbf{T}}^*) + f_2\hat{\mathbf{T}}}{\|f_1(\hat{\mathbf{T}} + \hat{\mathbf{T}}^*) + f_2\hat{\mathbf{T}}\|}$$
(7.36)

mit $f_1 = F^2 + a^2 \hat{\mathbf{T}} : \hat{\mathbf{T}}$ und $f_2 = -a^2 \hat{\mathbf{T}} : (\hat{\mathbf{T}} + \hat{\mathbf{T}}^*)$ berechnet werden. Für den triaxialen Fall (axiale Spannung $\sigma_1 = -T_1$, seitliche Spannung $\sigma_3 = -T_3$) ergibt sich das skalare Maß Ω zu

$$\Omega = -\frac{D_v^{\text{acc}}}{D_q^{\text{acc}}} = -\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\operatorname{tr}(\mathbf{m})}{\|\mathbf{m}^*\|} \stackrel{\text{triax}}{=} \frac{9}{2} \frac{f_1 + f_2}{2f_1 + f_2} \frac{1}{\eta}$$
(7.37)

mit

$$f_1 = F + a^2 \frac{T_1^2 + 2T_3^2}{(T_1 + 2T_3)^2}$$
 und $f_2 = -a^2 \frac{5T_1^2 - 4T_1T_3 + 8T_3^2}{3(T_1 + 2T_3)^2}$ (7.38)

Bei Verwendung des Faktors f_d nach Gleichung (7.32) kann es bei bestimmten Deformationspfaden zu einer Unterschreitung der unteren Grenze der Porenzahl e_d kommen (Niemunis et al. [107]). Um dies zu verhindern, wurde der Faktor f_d von Niemunis et al. [107] für $e < e_c$ modifiziert:

$$f_d = \left(\frac{e - e_d}{e_c - e_d}\right)^{\alpha} + \left[1 - \left(\frac{e - e_d}{e_c - e_d}\right)^{\alpha}\right]^z \bar{f}_d$$
(7.39)

$$\bar{f}_d = -\frac{M_e^{(d)} (1+e) \sqrt{3} + M_T^{(d)} f_b f_e \sqrt{3} (3+a^2)}{M_T^{(d)} f_b f_e 3a}$$
(7.40)

$$M_T^{(d)} = -\frac{e_d}{h_s} n \left(\frac{3p}{h_s}\right)^{n-1} \qquad M_e^{(d)} = 1$$
(7.41)

 $M_T^{(d)}$ und $M_e^{(d)}$ sind die Komponenten eines Vektors senkrecht zur Grenzfläche $F_d(e, \operatorname{tr}(\mathbf{T}))$, der Exponent z = 5 sorgt für eine verbesserte numerische Stabilität.

7.3.1.2 Modifizierte Version mit erhöhter Schubsteifigkeit

Niemunis [105] zeigte, dass die Originalversion des hypoplastischen Stoffmodells nach Abschnitt 7.3.1.1 bei Scherverformungen im Bereich der *p*-Achse eine zu geringe Schubsteifigkeit aufweist. So kommt es bei der Nachrechnung einer zyklischen undränierten Scherung zu einem wesentlich zu schnellen Aufbau des Porenwasserdruckes (Bild 7.13). Dies kann auch durch die im Abschnitt 7.3.2 beschriebene Erweiterung um die intergranulare Dehnung nicht behoben werden.

Zur Verbesserung der Materialmodellierung wurde von Niemunis [105] eine Modifikation der Schubsteifigkeit vorgeschlagen. Der Einbau der Querkontraktionszahl ν als weitere Materialkonstante (Originalversion: zu großes $\nu = 0,38$) führt zu dem folgenden, modifizierten Steifigkeitstensor L_n :

$$\mathsf{L}_{n} = \mathsf{L} + f_{b} f_{e} \frac{1}{\hat{\mathbf{T}} : \hat{\mathbf{T}}} \left[\frac{\left(1 + \frac{a^{2}}{3} + \frac{a}{\sqrt{3}}\right)(1 - 2\nu)}{1 + \nu} - 1 \right] (\mathsf{I} - \frac{1}{3} \mathbf{1} \otimes \mathbf{1}). \quad (7.42)$$



Bild 7.13: Berechnung einer undränierten zyklischen Belastung mit der Originalversion (OV) und der modifizierten Version (MV) des hypoplastischen Stoffmodells, nach Niemunis [105]

Um die Fließrichtung nach Gleichung (7.36) beizubehalten, muss auch die nichtlineare Steifigkeit **N** angepasst werden:

$$\mathbf{N}_n = \mathbf{L}_n : (\mathbf{L}^{-1} : \mathbf{N}) \tag{7.43}$$

Diese Version des hypoplastischen Stoffmodells mit erhöhter Schubsteifigkeit wird im folgenden als "modifizierte Version" (MV) angesprochen. Die Bezeichnung "Originalversion" (OV) bezieht sich auf die im Abschnitt 7.3.1.1 beschriebene Form des Modells.

7.3.1.3 Materialkonstanten

Für das hypoplastische Stoffmodell sind die acht Stoffkonstanten φ_c , h_s , n, e_{d0} , e_{c0} , e_{i0} , α und β zu bestimmen. Die Ermittlung der einzelnen Konstanten der OV aus Standard-Laborversuchen (Herle [50]) soll im folgenden kurz erläutert werden. Hinsichtlich der Details bzw. alternativer Methoden sei auf die Ausführungen in [50] verwiesen.

- Der kritische Reibungswinkel φ_c kann aus undränierten Triaxialversuchen oder einem Schüttkegelversuch ermittelt werden. Im Schüttkegelversuch ergibt sich φ_c als Neigung der Kegelflanke.
- Die Granulathärte h_s und der Exponent n beschreiben die Abnahme der Grenzporenzahlen e_i , e_c , e_d sowie der Porenzahl e mit zunehmendem Druck p (Bild 7.12c). Die Konstanten erhält man aus Versuchen mit proportionaler Kompression, z.B. einer ödometrischen Kompression, indem Gleichung (7.35) an die Kurven e(p) angepasst wird (Bild 4.19a). Für die Anfangsporenzahl der Versuche sollte idealerweise

 $e_{c0} \leq e_0 \leq e_{i0}$ gelten. Die lockerste Lagerung der Proben $(e_0 = e_{\text{max}})$ wird jedoch als zufriedenstellender Ausgangszustand betrachtet (Herle [50]).

- Die Grenzporenzahlen bei p = 0 können nach Herle [50] zu $e_{i0} \approx 1,15 e_{\max}, e_{c0} \approx e_{\max}$ und $e_{d0} \approx e_{\min}$ abgeschätzt werden.
- Die Konstante α bestimmt den Einfluss der Lagerungsdichte auf den Peak-Reibungswinkel φ_P . Zur Bestimmung von α werden Versuche mit triaxialer Kompression an Proben mit einer dichten Anfangslagerung durchgeführt. Aus dem Spannungsverhältnis $K_P = T_1/T_3$ im Maximum der Verläufe $q(\varepsilon_1)$ und den zugehörigen Porenzahlen e, e_c und e_d kann α berechnet werden:

$$\alpha = \frac{1}{\ln r_e} \ln \left[6 \frac{(K_P + 2)^2 + a^2 K_P (K_P - 1 - \tan \nu_p)}{a (5K_P - 2) (K_P + 2) \sqrt{4 + 2 (1 + \tan \nu_P)^2}} \right]$$
(7.44)

mit a entsprechend Gleichung (7.28), der druckbezogenen relativen Dichte $r_e=(e-e_d)/(e_c-e_d)$ und

$$\tan \nu_P = 2 \frac{(K_P - 4) + A K_P (5K_P - 2)}{(5K_P - 2) (1 + 2A)} - 1$$
(7.45)

$$A = \frac{a^2}{(K_P + 2)^2} \left[1 - \frac{K_P(4 - K_P)}{5K_P - 2} \right]$$
(7.46)

Die Konstante β bewirkt einen Anstieg der Spannungsrate T mit einer zunehmenden Dichte der Proben bei D = konstant. Sie kann aus Ödometerversuchen an Proben mit unterschiedlichen Anfangsporenzahlen bestimmt werden (z.B. können ergänzend zu den Versuchen für die Bestimmung von h_s und n dichte Proben getestet werden, Bild 4.19b). Für einen bestimmten Druck p werden die Porenzahl e und der Steifemodul E_s = ΔT₁/Δε₁ bestimmt, wobei T₁ die zu p korrespondierende Vertikalspannung und ε₁ die logarithmische Vertikaldehnung ist. Kennzeichnet man mit ⊔_I und ⊔_{II} die zwei unterschiedlichen Lagerungsdichten, so berechnet sich β aus

$$\beta = \frac{\ln\left(\frac{E_{sII}}{E_{sI}} \frac{m_I - n_I f_{dI}}{m_{II} - n_{II} f_{dII}}\right)}{\ln\left(\frac{e_I}{e_{II}}\right)}$$
(7.47)

mit
$$m = \frac{(1+2K_0)^2 + a^2}{1+2K_0^2}$$
 und $n = \frac{a(5-2K_0)(1+2K_0)}{3(1+2K_0^2)}$. (7.48)

Der Ruhedruckbeiwert kann nach der Jaky-Formel zu $K_0 = 1 - \sin \varphi_P$ angesetzt werden.

Stoffkonstante	Sand 3		ZFS		
	OV	MV	OV	MV	
Konstantensatz	Ι	II	III	IV	V
ν	(0, 38)	0,2	(0, 38)	0,2	0,2
$\varphi_c \ [^{\circ}]$	31,2	31,2	32,8	32,8	32,8
$h_s \; [MPa]$	591	30	5580	150	150
n	$0,\!50$	$0,\!65$	0,30	0,40	0,40
e_{d0}	$0,\!577$	$0,\!577$	$0,\!575$	$0,\!575$	$0,\!575$
e_{c0}	0,874	0,874	0,908	0,908	0,908
e_{i0}	1,005	1,005	1,044	1,044	1,044
α	0,12	0,20	0,12	0,12	0,12
β	1,0	1,0	1,6	1,0	1,0
R	10^{-4}	10^{-4}	10^{-4}	10^{-4}	10^{-4}
m_R	2,9	3,8	3,0	3,9	5,5
m_T	1,45	1,9	1,5	1,85	2,0
χ	6,0	6,0	6,0	6,0	6,0
β_R	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2

Tabelle 7.2: Zusammenstellung der Stoffkonstanten des hypoplastischen Stoffmodells und der intergranularen Dehnung für den Sand 3 gemäß Bild 4.14 und den Zentrifugenfeinsand (ZFS)

Anhand dieser Vorgehensweise und der im Abschnitt 4.3 dargestellten Versuche mit monotoner Belastung wurden die hypoplastischen Stoffkonstanten der OV für den Sand 3 gemäß Bild 4.14 ermittelt (Konstantensatz I in Tabelle 7.2). Ähnliche Versuche (in dieser Arbeit nicht dargestellt) wurden auch zur Bestimmung der Konstanten des Zentrifugenfeinsandes durchgeführt (Konstantensatz III in Tabelle 7.2).

Für die modifizierte Version (MV) mit erhöhter Schubsteifigkeit wurden in [105] zwar die veränderten Steifigkeitstensoren, nicht aber eine Anpassung der Stoffkonstanten vorgeschlagen. Die Verwendung der nach Herle [50] bzw. obenstehender Auflistung bestimmten Konstanten der OV für die MV ist nicht möglich, die Steifigkeit würde stark überschätzt. Momentan erfolgt die Festlegung sinnvoller Konstanten für die MV durch die Nachrechnung der q- ε_1 -Verläufe monotoner dränierter Triaxialversuche. Die Konstanten werden



Bild 7.14: Nachrechnung dränierter monotoner Triaxialversuche mit der OV des hypoplastischen Stoffmodells und dem Konstantensatz I gemäß Tabelle 7.2

variiert, bis die experimentell erhaltenen Kurven gut wiedergegeben werden. Es sei jedoch darauf hingewiesen, dass die so bestimmten Konstanten h_s und n zusammen mit Gleichung (7.35) nicht mehr die Kurven e(p) bei lockerster Lagerung im Ödometer wiedergeben. Tabelle 7.2 fasst die Konstanten der MV für die Kornverteilung 3 (Konstantensatz II) und den Zentrifugenfeinsand (Konstantensätze IV/V) zusammen.

7.3.1.4 Überprüfung der Modellprognose

Die Prognose des Materialverhaltens durch die OV und die MV des hypoplastischen Stoffmodells wurde durch die Nachrechnung der dränierten monotonen Triaxialversuche überprüft, deren Ergebnisse in den Bildern 4.16 und 4.17 präsentiert wurden. Für die Nachrechnung der Elementversuche wurde das Fortran-Programm "UMA" (Autor: A. Niemunis)



Bild 7.15: Nachrechnung dränierter monotoner Triaxialversuche mit der MV des hypoplastischen Stoffmodells und dem Konstantensatz II gemäß Tabelle 7.2

verwendet, welches eine Berechnung in einem einzelnen Integrationspunkt simuliert. In den Bildern 7.14 und 7.15 werden die gemessenen und berechneten Verläufe $q(\varepsilon_1)$ und $\varepsilon_v(\varepsilon_1)$ gegenübergestellt.

Die Kurven im Bild 7.14 wurden mit der OV und dem Konstantensatz I gemäß Tabelle 7.2 errechnet. Die Übereinstimmung von Rechnung und Experiment ist nicht perfekt, aber akzeptabel. Der Maximalwert der berechneten Verläufe $q(\varepsilon_1)$ wird generell bei zu kleinen Dehnungen erreicht, bei großen Lagerungsdichten wird die Scherfestigkeit überschätzt.

Die Verläufe im Bild 7.15 wurden aus Rechnungen mit der MV und dem Konstantensatz II gemäß Tabelle 7.2 erhalten. Während sich die Kurven $q(\varepsilon_1)$ kaum von den mit der OV ermittelten Verläufen unterscheiden, überschätzt die MV die Kontraktanz.

Ein Defizit der Originalversion des hypoplastischen Stoffmodells nach von Wolffersdorff

[172] ist in der zu kleinen Schubsteifigkeit nahe der p-Achse zu sehen. Die von Niemunis [105] um eine erhöhte Schubsteifigkeit modifizierte Version überschätzt die Kontraktanz. Weiterhin existiert für die modifizierte Version keine einfache Vorgehensweise zur Bestimmung der Materialkonstanten aus Standard-Laborversuchen und die Konstanten h_s und n verlieren ihre ursprüngliche Bedeutung. Die Vorteile beider Versionen werden in Zukunft in einer leistungsfähigen hypoplastischen Materialformulierung zu kombinieren sein. Entsprechende Anstrengungen werden z.Z. in Bochum unternommen.

7.3.2 Erweiterung um die intergranulare Dehnung

7.3.2.1 Motivation und mathematische Formulierung

Zyklische Prozesse können mit der im Abschnitt 7.3.1 dargestellten Grundversion des hypoplastischen Modells nicht zutreffend berechnet werden. Die Steifigkeitserhöhung bei einer Änderung des Dehnungspfades wird nicht ausreichend abgebildet, so dass mit jedem Spannungszyklus eine unrealistisch große Dehnung im Material verleibt ("Ratcheting", Bild 7.16).





Bild 7.16: q- ε_1 -Verläufe im zyklischen Triaxialversuch ohne und mit intergranularer Dehnung

Bild 7.17: Modifikation der Steifigkeit mit m_R und m_T für $\rho = 0$ und $\rho = 1$, nach Niemunis [105]

Um dieses Defizit zu beheben und die Pfadabhängigkeit der Steifigkeit zu berücksichtigen, wurde von Niemunis & Herle [106] für kleine Zyklen die Zustandsvariable "intergranulare Dehnung" \mathbf{h} eingeführt, die den letzten Teil des zurückliegenden Dehnungspfades speichert. Maximal kann $\|\mathbf{h}\|$ den Wert R (Materialkonstante) annehmen. Ein Maß für die

Mobilisierung der intergranularen Dehnung ist

$$\rho = \frac{\|\mathbf{h}\|}{R}.$$
(7.49)

In Abhängigkeit des Winkels zwischen der aktuellen Dehnungsrate **D** und der Richtung der intergranularen Dehnung $\vec{\mathbf{h}} = \mathbf{h}/||\mathbf{h}||$ wird die Steifigkeit M in Gleichung (7.25) erhöht:

$$\mathsf{M} = \left[\rho^{\chi} \ m_T + (1 - \rho^{\chi}) \ m_R\right] \ \mathsf{L} + \begin{cases} \rho^{\chi} (1 - m_T) \mathsf{L} : \vec{\mathbf{h}} \vec{\mathbf{h}} + \rho^{\chi} \ \mathbf{N} \vec{\mathbf{h}} & \text{für } \vec{\mathbf{h}} : \mathbf{D} > 0\\ \rho^{\chi} (m_R - m_T) \mathsf{L} : \vec{\mathbf{h}} \vec{\mathbf{h}} & \text{für } \vec{\mathbf{h}} : \mathbf{D} \le 0 \end{cases}$$
(7.50)

In Gleichung (7.50) sind m_T , m_R und χ Materialkonstanten. Die Funktionsweise von Gleichung (7.50) soll im folgenden für den Fall des ebenen Dehnungszustandes erläutert werden. Entsprechende Spannungsantwortflächen für die Spezialfälle $\rho = 0$ (intergranulare Dehnung = Null) und $\rho = 1$ (voll mobilisierte intergranulare Dehnung) sind im Bild 7.17 dargestellt. Für einen bisher unbelasteten Boden ($\rho = 0$) wird unabhängig von der Belastungsrichtung mit der um m_R erhöhten linearen Steifigkeit $\mathbf{M} = m_R \mathbf{L}$ gerechnet. Auch bei einer voll mobilisierten intergranularen Dehnung ($\rho = 1$) und einer Umkehr des Dehnungspfades wird die Steigkeit maximal und beträgt $\mathbf{M} = m_R \mathbf{L}$. Im Fall einer Drehung des Dehnungspfades um 90° bei $\rho = 1$ wird \mathbf{L} mit dem Faktor m_T multipliziert, $\mathbf{M} = m_T \mathbf{L}$. In all diesen Fällen bleibt die nichtlineare Steifigkeit \mathbf{N} unberücksichtigt. Zwischen $\rho = 0$ und $\rho = 1$ wird die Steifigkeit entsprechend interpoliert. Für Belastungen mit $\rho = 1$ und $\mathbf{D} \sim \mathbf{\vec{h}}$ beträgt die Steifigkeit $\mathbf{M} = \mathbf{L} + \mathbf{N} \mathbf{D}/||\mathbf{D}||$, d.h. sie entspricht der Steifigkeit nach Gleichung (7.25) für monotone Deformationspfade. Die Evolutionsgleichung für die objektive Rate der intergranularen Dehnung $\mathbf{\hat{h}}$ lautet:

$$\overset{\circ}{\mathbf{h}} = \begin{cases} (\mathbf{I} - \vec{\mathbf{h}} \vec{\mathbf{h}} \varrho^{\beta_r}) : \mathbf{D} & \text{für } \vec{\mathbf{h}} : \mathbf{D} > 0 \\ \mathbf{D} & \text{für } \vec{\mathbf{h}} : \mathbf{D} \le 0 \end{cases}$$
(7.51)

Darin ist β_r eine weitere Materialkonstante.

7.3.2.2 Materialkonstanten

Die Erweiterung des hypoplastischen Stoffmodells um die intergranulare Dehnung erfordert die Bestimmung der führ Stoffkonstanten R, m_R , m_T , χ und β_R . Mögliche Vorgehensweisen wurden von Niemunis & Herle [106] besprochen. Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein alternativer Weg beschritten. Die Konstanten wurden aus einer Anpassung an die in zyklischen Triaxialversuchen gemessenen Dehnungsamplituden ermittelt.

Zunächst soll anhand von Bild 7.18 ein generelles Problem der momentanen Formulierung der intergranularen Dehnung und der Wahl ihrer Materialkonstanten diskutiert werden.

Das Bild 7.18 zeigt die Nachrechnung eines Triaxialversuches. Bei einem konstanten Seitendruck $\sigma_3 = 150$ kPa wurde die Deviatorspannung zunächst ausgehend vom isotropen Zustand auf q = 250 kPa erhöht. Anschließend wurden zwei Zyklen aufgebracht, bei denen jeweils vom Maximalwert $q^{\text{max}} = 250$ kPa auf $q^{\text{min}} = 250$ kPa - $2q^{\text{ampl}}$ entlastet wurde. Zum Abschluss der Rechnung wurde die Deviatorspannung auf q = 350 kPa gesteigert. Dem Bild 7.18 sind die q- ε_1 -Verläufe für die Amplituden $q^{\text{ampl}} = 20, 40, 60 \text{ und } 80$ kPa zu entnehmen. Die Konstanten der intergranularen Dehnung wurden derart gewählt, dass der $q - \varepsilon_1$ -Verlauf für den Fall $q^{\text{ampl}} = 60$ kPa (Bild 7.18c) realistisch prognostiziert wurde. Als realistisch angesehen wurden leicht hysteretische q- ε_1 -Verläufe während der Zyklen, geringe bleibende Dehnungen am Ende der Zyklen und eine Steifigkeit während der fortgesetzten Erstbelastung für q > 250 kPa, die wieder der Steifigkeit des Erstbelastungsastes vor dem ersten Zykus entsprach (eine evtl. Steifigkeitszunahme (Bild 5.99) durch die Zyklen wird hier außer Acht gelassen). Der gleiche Konstantensatz verursacht bei den kleineren Amplituden $q^{\text{ampl}} = 20$ und 40 kPa für die fortgesetzte Erstbelastung nach dem zweiten Zyklus (q > 250 kPa) ein "Überschießen" der Spannung, d.h. der Übergang von der erhöhten Steifigkeit der Wiederbelastung zur Steifigkeit der Erstbelastung findet bei zu großen Spannungen statt. Bei der größeren Amplitude $q^{\text{ampl}} = 80$ kPa tritt dieser Übergang hingegen zu früh ein, und es kommt zu einem unrealistischen Ratcheting.



Bild 7.18: Nachrechnung eines Triaxialversuches mit zwei Ent- und Wiederbelastungen

In einer FE-Berechnung eines Randwertproblems mit einer zyklischen Belastung und einer folgenden monotonen Belastung (z.B. Berechnung von Zyklenpaketen mit unterschiedlichen mittleren Spannungen, Canbolat [16]) ist die Spannungsamplitude in den einzelnen Integrationspunkten unterschiedlich. Mit einem bestimmten Konstantensatz der intergranularen Dehnung kann das Spannungs-Verformungsverhalten aber nur für eine Amplitude $q_{\text{ref}}^{\text{ampl}}$ korrekt beschrieben werden. Dies bringt die folgenden Nachteile mit sich:

• In Integrationspunkten mit $q^{\text{ampl}} < q_{\text{ref}}^{\text{ampl}}$ wird der Deformationspfad während der

monotonen Belastung nach der zyklischen Belastung inkorrekt berechnet, es wird ein zu steifes Material prognostiziert.

• In Integrationspunkten mit $q^{\text{ampl}} > q_{\text{ref}}^{\text{ampl}}$ führt das Ratcheting zu einer Überschätzung der Dehnungsamplitude, und damit auch der Akkumulationsrate in der expliziten Berechnung.

Das geschilderte Problem kann evtl. durch eine Kopplung mehrerer intergranularer Dehnungen, wie sie von Niemunis (Abschnitt 4.3.7 in [105]) vorgeschlagen wurde, gelöst werden. Zukünftige Anstrengungen in dieser Richtung sind für realistische FE-Prognosen unabdingbar.

In den FE-Berechnungen des Kapitels 8 werden zyklische Belastungen ohne eine anschließende monotone Belastung bzw. ohne eine Änderung des Mittelwertes der äußeren Belastung während der Zyklen betrachtet. In diesem Fall kann bei der Wahl der Konstanten der intergranularen Dehnung in Kauf genommen werden, dass der Spannungspfad während einer monotonen Belastung nach den Zyklen "überschießen" würde. Ein Ratcheting bei großen Amplituden kann unterbunden werden, indem die Konstanten R und χ groß und β_R klein gewählt werden. Die Spannungs-Dehnungs-Hysteresen im triaxialen Fall sind dann kaum hysteretisch, was zumindest für Amplituden $q^{\text{ampl}} \leq 80$ kPa mit den im Abschnitt 5.2.1.1 präsentierten Versuchsergebnissen übereinstimmt. Über die Konstante m_R kann die Neigung der Hysteresen und damit die Sekantensteifigkeit eingestellt werden (Bild 7.19). m_R wird derart gewählt, dass die im Versuch gemessenen Dehnungsamplituden reproduziert werden.



Bild 7.19: Unterschiedliche Dehnungsamplituden ε_1^{ampl} durch eine Variation der Materialkonstante m_R

Die nach einem Zyklus verbleibende Dehnung wird durch diese Wahl der Materialkonstanten der intergranularen Dehnung nicht realistisch abgebildet, da die Ent- und Widerbelastung nahezu elastisch ist. Die impliziten Zyklen (zweiter Zyklus und Kontrollzyklen) werden jedoch primär zur Abschätzung der Dehnungsamplitude berechnet. Eine realistische Abbildung der Akkumulation ist nicht zwingend erforderlich, da dies die Aufgabe des expliziten Akkumulationsmodells ist. Die bleibenden Dehnungen in einem implizit berechneten Zyklus N_i können ignoriert werden, d.h. die anschließende explizite Berechnung der bleibenden Dehnungen kann vom Anfang des Zyklus N_i gestartet werden.

Die Konstanten der intergranularen Dehnung des Sandes 3 (Bild 4.14) wurden durch eine Anpassung an die im Abschnitt 5.2.1.1 besprochenen zyklischen Triaxialversuche mit einaxialen Spannungszyklen und unterschiedlichen Spannungsamplituden q^{ampl} bestimmt. In einer Nachrechnung der ersten beiden Zyklen der Versuche mit dem Fortran-Progamm UMA (siehe Abschnitt 7.3.1.4) wurden $R = 10^{-4}$, $\chi = 6,0$ und $\beta_R = 0,2$ gewählt und m_R wurde variiert, bis die Dehnungsamplituden $\varepsilon^{\text{ampl}}$ der Versuche reproduziert werden konnten. Das Bild 7.20a zeigt die q- ε_1 -Verläufe der Nachrechnung für unterschiedliche Amplituden q^{ampl} und im Bild 7.20b werden die berechneten Dehnungsamplituden $\varepsilon^{\text{ampl}}$ (ermittelt aus dem zweiten Zyklus) mit den experimentell erhaltenen Werten (Mittelwerte über 10⁵ Zyklen) verglichen. Da der Spannungspfad im Fall der zyklischen Triaxialversuche in den Extrema von q(t) stets um 180° gedreht wird, besitzt die Materialkonstante m_T keinen Einfluss auf die Nachrechnung. Sie wurde zu $m_T = 0, 5 m_R$ angesetzt. Die Tabelle 7.2 fasst die derart ermittelten Konstantensätze sowohl für den Sand 3 als auch für den Zentrifugenfeinsand zusammen. Auf den Konstantensatz V wird noch im Abschnitt 8.2.1 eingegangen.

7.3.2.3 Überprüfung der Modellprognose

Aus Bild 7.20b wurde bereits deutlich, dass die experimentell beobachtete lineare Zunahme der Dehnungsamplitude $\varepsilon^{\text{ampl}}$ mit der Spannungsamplitude q^{ampl} durch die Materialformulierung und die Konstantensätze der Tabelle 7.2 gut wiedergegeben wird. Auf ähnliche Weise wurden auch die ersten beiden Zyklen der Triaxialversuche nachgerechnet, in denen die Anfangslagerungsdichte I_{D0} (Abschnitt 5.2.3), der mittlere Druck p^{av} (Abschnitt 5.2.4.1) und das mittlere Spannungsverhältnis η^{av} (Abschnitt 5.2.4.2) variiert wurden. Die q- ε_1 -Verläufe und eine Darstellung der Dehnungsamplitude $\varepsilon^{\text{ampl}}$ über dem jeweils variierten Parameter zeigt das Bild 7.21.

Während die Zunahme der Dehnungsamplitude mit der Porenzahl (Bild 7.21b) und die Abnahme von $\varepsilon^{\text{ampl}}$ mit η^{av} (Bild 7.21f) korrekt abgebildet werden, wird die Zunahme der Dehnungsamplitude mit steigendem mittleren Druck bei $\zeta = q^{\text{ampl}}/p^{\text{av}} = \text{konstant}$



Bild 7.20: a) Berechnete q- ε_1 -Schleifen für unterschiedliche Amplituden q^{ampl} , b) Bestimmung der Materialkonstanten der intergranularen Dehnung aus einem Vergleich der berechneten Dehnungsamplituden ε^{ampl} mit denjenigen der Versuche

überschätzt (Bild 7.21d). Während im Versuch $G_{\text{hyst}} \sim (p^{\text{av}})^{0,75}$ gemessen wurde, ergibt sich die Druckabhängigkeit der Schubsteifigkeit im Fall der OV (Konstantensatz I in Tabelle 7.2) zu $G_{\text{hyst}} \sim (p^{\text{av}})^{0,47}$. Für die MV (Konstantensatz II in Tabelle 7.2) erhält man sogar nur $G_{\text{hyst}} \sim (p^{\text{av}})^{0,29}$, was mit dem höheren Wert der hypoplastischen Stoffkonstante n zusammenhängt.

Ein weiteres Problem wurde bei der Betrachtung der Verläufe der Volumendehnung mit der Deviatorspannung deutlich (Bild 7.22). In den Berechnungen mit der OV (Bild 7.22a) wurde eine Kontraktanz während der Entlastung erhalten, was definitiv falsch ist. Rechnungen mit der MV (Bild 7.22b) zeigten realistischere q- ε_v -Hysteresen mit einer Dilatanz im Entlastungsast.

Wie das Bild 7.23 anhand von Rechnungen mit der MV und Konstantensatz II in Tabelle 7.2 zeigt, werden bei einer Bestimmung der Stoffkonstanten aus einer Anpassung an die Messdaten der Amplitude der totalen Dehnung $\varepsilon^{\text{ampl}}(q^{\text{ampl}})$ die deviatorischen Dehnungsamplituden $\varepsilon_q^{\text{ampl}}(q^{\text{ampl}})$ minimal unter- und die volumetrischen Dehnungsamplituden $\varepsilon_v^{\text{ampl}}(q^{\text{ampl}})$ überschätzt. Für die Akkumulationsprognose ist letzteres jedoch von untergeordneter Bedeutung, solange die totale Dehnungsamplitude $\varepsilon^{\text{ampl}}$ zutreffend prognostiziert wird.

Im Abschnitt 5.2.4.1 wurde anhand von RC-Versuchen gezeigt, dass der Exponent k der druckabhängigen Schubsteifigkeit $G_{\rm hyst} \sim (p^{\rm av})^k$ (hier wird k verwendet, um eine Verwechslung mit der hypoplastischen Konstante n zu vermeiden) mit der Scherdehnungsamplitude $\gamma^{\rm ampl}$ zunimmt. In Rechnungen mit unterschiedlichen mittleren Drücken $p^{\rm av}$ und Verhältniswerten $\zeta = q^{\rm ampl}/p^{\rm av}$ wurde überprüft, ob dies durch die Materialformulie-



Bild 7.21: Nachrechnung der ersten beiden Zyklen der Triaxialversuche mit unterschiedlichen Anfangslagerungsdichten I_{D0} , mittleren Drücken p^{av} und Spannungsverhältnissen η^{av} : Spannungs-Dehnungs-Hysteresen (berechnet mit der MV) und Dehnungsamplituden ε^{ampl}



Bild 7.22: $q \cdot \varepsilon_v$ -Hysteresen für unterschiedliche Spannungsamplituden q^{ampl} , berechnet a) mit der OV und Konstantensatz I in Tabelle 7.2 und b) mit der MV und Konstantensatz II in Tabelle 7.2



Bild 7.23: Vergleich der berechneten und gemessenen Dehnungsamplituden $\varepsilon_q^{ampl}(q^{ampl})$ und $\varepsilon_v^{ampl}(q^{ampl})$, Rechnungen mit der MV und Konstantensatz II in Tabelle 7.2

Bild 7.24: Abhängigkeit $\varepsilon^{\text{ampl}}(p^{\text{av}})$ bzw. $G_{\text{hyst}} \sim (p^{\text{av}})^k$ für unterschiedliche Spannungsamplituden $\zeta = q^{\text{ampl}}/p^{\text{av}}$, Rechnungen mit der OV und Konstantensatz I in Tabelle 7.2

rung wiedergegeben wird. Das Bild 7.24 zeigt anhand von Rechnungen mit der OV und Konstantensatz I gemäß Tabelle 7.2, dass dies nicht der Fall ist und sogar mit der Amplitude leicht abnehmende Exponenten k erhalten werden. Für die MV wurden ähnliche Ergebnisse erzielt.

Für eine zuverlässige Setzungsprognose mit einem expliziten Akkumulationsmodell ist die präzise Abschätzung der Dehnungsamplitude aus den implizit berechneten Zyklen von großer Bedeutung. Die Ausführungen dieses Abschnittes machen deutlich, dass die momentane Formulierung der intergranularen Dehnung noch verbessert werden muss. Dies sollte ebenfalls ein Aspekt der Weiterführung dieser Arbeit sein.

Aufgrund der zutreffenderen Beschreibung der q- ε_v -Hysteresen wurde in den FE-Berechnungen des Kapitels 8 der modifizierten Version (MV) der Hypoplastizität der Vorzug gegeben.

Kapitel 8

FE-Berechnungen mit dem Akkumulationsmodell

8.1 Implementierung

Das im Kapitel 7 vorgestellte Akkumulationsmodell wurde von A. Niemunis in Form der Subroutine UMAT für benutzerdefinierte Materialien in das FE-Programm ABAQUS implementiert.

8.1.1 Modi der Materialroutine

Die UMAT unterscheidet drei Operationsmoden:

1. Impliziter Modus:

Die Programmkontrolle wird an eine Subroutine weitergeleitet, in der das hypoplastische Stoffmodell mit der Erweiterung um die intergranulare Dehnung implementiert ist. Die Implementierung der Hypoplastizität wird von Niemunis (Abschnitt 4.1.3 in [105]) diskutiert. Dieser Modus wird zur Berechnung des Anfangsgleichgewichtes und des ersten Zyklus verwendet.

2. Aufzeichnungsmodus:

Auch im Aufzeichnungsmodus wird die Subroutine mit dem hypoplastischen Stoffmodell aufgerufen, allerdings werden während der Berechnung charakteristische durchlaufene Dehnungszustände nach ausgewählten Kriterien (Abschnitt 8.1.2) abgespeichert, um daraus zu Beginn des Pseudo-Kriechmodus die Dehnungsamplitude $\varepsilon^{\rm ampl}$ zu ermitteln. Dieser Modus wird für die Berechnung des zweiten Zyklus und für Kontrollzyklen verwendet.

3. Pseudo-Kriechmodus:

In diesem Modus erfolgt die explizite Berechnung der Akkumulation nach der Gleichung (7.1). Vor dem ersten Inkrement in diesem Modus ist die Dehnungsamplitude $\varepsilon^{\text{ampl}}$ zu ermitteln.

Durch die in der Eingabedatei spezifizierte Schrittnummer identifiziert die Routine, welcher Modus im jeweiligen Schritt zu verwenden ist. Die Zuordnung von Berechnungsschritten und Programmmoden wird im Bild 8.1 beispielhaft für die Berechnung eines zyklisch belasteten Fundamentes gezeigt.



Bild 8.1: Zuordnung von Rechenschritten und Programmmoden am Beispiel einer zyklisch belasteten Flachgründung

8.1.2 Abspeichern von Dehnungspunkten im Aufzeichnungsmodus

Um den Speicherbedarf einer Berechnung zu minimieren, werden im Aufzeichnungsmodus nur charakteristische Punkte der Dehnungsschleife zur späteren Ermittlung von $\varepsilon^{\text{ampl}}$ abgespeichert (Bild 8.2). Neben der Anfangsdehnung zu Beginn des impliziten Zyklus werden weitere Punkte aufgezeichnet, die bestimmte Kriterien erfüllen müssen. Dies sind

- die Änderung der Richtung des Dehnungspfades um mehr als einen bestimmten Mindestwinkel β_{\min} und
- die Einhaltung eines Mindestabstandes r_{\min} zum letzten aufgezeichneten Punkt.
Die Vorgehensweise soll anhand von Bild 8.2 erläutert werden. Sei ε^l der zuletzt aufgezeichnete Dehnungspunkt, ε^a die aktuelle Dehnung, $\varepsilon^d = \varepsilon^a - \varepsilon^l$ die Differenz beider Dehnungspunkte und $\Delta \varepsilon$ das Dehnungsinkrement von ε^a zum nächsten Dehnungspunkt. Unter Verwendung der Richtungen

$$\vec{\varepsilon^d} = \frac{\varepsilon^d}{\|\varepsilon^d\|}$$
 und $\vec{\Delta\varepsilon} = \frac{\Delta\varepsilon}{\|\Delta\varepsilon\|}$ (8.1)

sowie des Winkels zwischen beiden Richtungen

$$\beta = \arccos(\vec{\varepsilon^d} : \vec{\Delta \varepsilon}) \tag{8.2}$$

wird $\boldsymbol{\varepsilon}^{a}$ aufgezeichnet, wenn die beiden folgenden Kriterien gleichzeitig erfüllt werden:

$$\beta \geq \beta_{\min}$$
 und $\|\boldsymbol{\varepsilon}^d\| \geq r_{\min}$

Je strenger die Kriterien β_{\min} und r_{\min} gewählt werden, desto größer ist die Anzahl der aufgezeichneten Dehnungspunkte und damit der Speicherbedarf sowie der numerische Aufwand bei der Berechnung von $\varepsilon^{\text{ampl}}$. Bei zu schwach gewählten Kriterien wird die Dehnungsschleife aber eventuell nicht mehr ausreichend genau erfasst. Zur Wahl von β_{\min} und r_{\min} siehe auch Abschnitt 8.2.3.2.



Bild 8.2: Aufzeichnung charakteristischer Punkte der Dehnungsschleife bei Einhaltung der Kriterien $\beta \geq \beta_{\min}$ und $\|\boldsymbol{\varepsilon}^d\| \geq r_{\min}$

8.2 FE-Berechnung von Flachgründungen unter zyklischer Belastung

Zunächst wird im Abschnitt 8.2.1 die Nachrechnung des Zentrifugenmodellversuches von Helm et al. [49] (Streifenfundament unter zyklischer Belastung, Abschnitt 3.4.1.2) präsentiert. Anschließend wurden mit demselben Satz von Materialkonstanten vom Modellversuch abweichende Randbedingungen gerechnet, um den Einfluss diverser Parameter auf die Setzungsakkumulation zu untersuchen (Abschnitt 8.2.2). Im Abschnitt 8.2.3 werden weiterhin einige technische Aspekte der FE-Berechnung mit einem expliziten Akkumulationsmodell (Kontrollzyklen, Aufzeichnungskriterien, Netzfeinheit, Elementtyp, Diskretisierungsgrenzen) diskutiert.

8.2.1 Nachrechnung eines Zentrifugenmodellversuches von Helm et al.

8.2.1.1 Ansatz der Materialkonstanten

Im Zentrifugenmodellversuch von Helm et al. [49] wurde ein enggestufter Feinsand (Zentrifugenfeinsand (ZFS), $d_{50} = 0.21$ mm, $U = d_{60}/d_{10} = 2, 0, \rho_s = 2, 66$ g/cm³) verwendet, dessen Kornverteilungskurve Bild 1 in [49] zu entnehmen ist. Der in [49] dokumentierte Modellversuch wurde mit der Charge 942d des Sandes durchgeführt, während zur Bestimmung der Materialkonstanten im Rahmen dieser Arbeit die Charge 942e ($e_{\min} = 0.575$, $e_{\max} = 0.908$) zur Verfügung stand.

Die hypoplastischen Materialkonstanten des Sandes wurden entsprechend der im Abschnitt 7.3.1.3 beschriebenen Vorgehensweise ermittelt und sind in der Tabelle 7.2 zusammengefasst. Die Materialkonstanten der intergranularen Dehnung wurden zunächst durch eine Anpassung an die in zyklischen Triaxialversuchen gemessenen Dehnungsamplituden bestimmt (Abschnitt 7.3.2.2, Konstantensatz IV in Tabelle 7.2). Die im folgenden präsentierte Nachrechnung des zyklisch belasteten Fundamentes zeigte jedoch, dass dieser Konstantensatz die tatsächlich gemessenen Setzungsamplituden überschätzt ($s^{ampl} = 1,3$ mm gegenüber dem gemessenen Wert $s^{ampl} \approx 0,8$ mm). Aus diesem Grund wurden die Konstanten m_R und m_T nach oben korrigiert, und in allen folgenden Rechnungen wurde mit dem Konstantensatz V gemäß Tabelle 7.2 gerechnet.

Die Materialkonstanten des ZFS für das Bochumer Akkumulationsmodell wurden in zyklischen Triaxialversuchen bestimmt. Hierbei wurde die Gültigkeit der Funktionen f_p und f_Y mit $C_p = 0,43$ und $C_Y = 2,0$ vorausgesetzt. Die Konstanten C_e , C_{N1} , C_{N2} und C_{N3} konnten aus sechs Versuchen mit unterschiedlichen Spannungsamplituden und Anfangslagerungsdichten gewonnen werden (Bild 8.3). Der ermittelte Konstantensatz wurde in Tabelle 7.1 zusammengefasst. In den Versuchen am ZFS ($d_{50} = 0,21$ mm) wurden wesentlich größere Akkumulationsraten gemessen als für den im Kapitel 5 getesteten Mittel- bis Grobsand ($d_{50} = 0,21$ mm), womit die Schlussfolgerungen des Abschnittes 5.2.9 hinsichtlich des Einflusses des mittleren Korndurchmessers bestätigt wurden.



Bild 8.3: Bestimmung der Stoffkonstanten des Akkumulationsmodells in zyklischen Triaxialversuchen am ZFS: a) Verläufe $\varepsilon^{acc}(N)$, b) Bestätigung der Funktion f_{ampl} , c) Funktion f_e , d) Funktion f_N

8.2.1.2 Randbedingungen der FE-Berechnung und Diskretisierung

Der Zentrifugenmodellversuch wurde mit folgenden Randbedingungen nachgerechnet:

- Streifenfundament, daher Rechnung als ebenes Problem (ebene Verformung)
- Abmessungen des Versuchsbehälters: Breite 18,1 m, Höhe 7,3 m (Prototyp), diskretisiert wurde unter Ausnutzung der Symmetrie nur eine Hälfte (9,05 m \times 7,3 m, Bild 8.4)
- Fundament: Breite b = 1,0 m, Höhe h = 0,6 m, Einbindetiefe t = 0 m
- Material des Fundamentes: Aluminium mit Wichte $\gamma = 27$ kN/m³, berechnet als elastisches Material mit E = 25.000 MPa und $\nu = 0, 3$
- Reibungsbeiwert in der Kontaktfuge zwischen Fundament und Boden: $\mu = \tan(2/3\varphi_P) = \tan(2/3 \cdot 38^\circ) = 0,47$

- Mittlere Fundamentbelastung (OK Fundament) $\sigma^{av} = 89$ kPa, Amplitude $\sigma^{ampl} = 75$ kPa (aus den Spannungs-Setzungshysteresen im Bild 3.40b)
- frisch gerieselter Sand, d.h. $g_0^A = 0$
- Anfangslagerungsdichte $I_{D0} = 0, 9$
- Seitendruckbeiwert $K_0 = 1 \sin(\varphi_P) = 1 \sin(38^\circ) = 0,38$
- Anfangswert der intergranularen Dehnung: Komponente in vertikaler Richtung $h_{11} = R$ infolge des Rieselvorgangs, alle anderen Komponenten gleich Null
- Anfangswert der Back Polarization π : Annahme einer vertikalen Polarisation aus dem Rieselvorgang, d.h. die Rechnung beginnt mit $f_{\pi} = 1$

Die FE-Diskretisierung mit vierknotigen CPE4-Elementen (lineare Ansatzfunktionen, volle Integration) ist im Bild 8.4 dargestellt. Bemerkungen zum Einfluss der Netzfeinheit und des Elementtyps folgen im Abschnitt 8.2.3.

Als Ergebnis des Zentrifugenmodellversuches sind der Verlauf der bleibenden Setzung mit der Zyklenanzahl (Bild 8.5) sowie die Setzungsamplitude $s^{\text{ampl}} \approx 0,8$ mm (aus den Spannungs-Setzungshysteresen im Bild 3.40b) bekannt. Die Setzung des Modellversuches im Bild 8.5 enthält nicht die Setzungen infolge des Eigengewichtes des Fundamentes. Nach dem ersten Zyklus verblieb im Modellversuch eine Setzung von 2,4 cm, nach 10⁵ Lastzyklen betrug die Setung 7,3 cm.

8.2.1.3 Ergebnisse

Das Bild 8.5 zeigt die gute Übereinstimmung der Setzungsverläufe s(N) der Nachrechnung und des Zentrifugenmodellversuches, wobei auch beim Setzungsverlauf der Nachrechnung die Setzung aus dem Fundamenteigengewicht (ca. 0,4 cm) abgezogen wurde. Das implizite Modell prognostizierte am Ende des ersten Zyklus eine etwas größere Setzung (s =2,8 cm) als die im Modellversuch gemessene (s = 2,4 cm). Die Setzungsamplitude in der Nachrechnung betrug $s^{\text{ampl}} = 0,86$ mm und war damit etwas größer als die experimentell ermittelte ($s^{\text{ampl}} \approx 0,8$ mm). Die berechnete bleibende Setzung nach 10⁵ Zyklen (s =6,8 cm) lag etwas unterhalb der Endsetzung im Modellversuch (s = 7,3 cm). Die Felder der Dehnungsamplitude $\varepsilon^{\text{ampl}}$ und der vertikalen Verschiebung (inklusive der Setzung aus dem Fundamenteigengewicht) zeigt das Bild 8.6. Zum Bild 8.6b ist kritisch anzumerken, dass anders als im Modellversuch (Bild 3.40c) keine Aufwölbungen des Bodens neben dem Fundament erhalten wurden. Diskrepanzen zwischen FE-Berechnung und Modellversuch können z.T. auch durch generelle Nachteile von Zentrifugenmodellversuchen (u.a. parasitäre Erschütterungen) bedingt sein.



Bild 8.4: FE-Diskretisierung unter Ausnutzung der Symmetrie



Bild 8.5: Vergleich der Setzungsverläufe s(N) im Modellversuch und in der FE-Nachrechnung



Bild 8.6: Felder a) der Dehnungsamplitude ε^{ampl} und b) der vertikalen Verschiebung

8.2.2 Setzungsprognosen für andere Randbedingungen

Mit dem Parametersatz des Feinsandes (Konstantensatz V gemäß Tabelle 7.2) wurden Setzungsprognosen für das Streifenfundament unter zyklischer Belastung mit Randbedingungen erstellt, welche von denen des Zentrifugenmodellversuches von Helm et al. [49] abweichen. So wurden die Zustandsgrößen des Bodens (Anfangslagerungsdichte I_{D0} , Seitendruckbeiwert K_0 , historiotrope Variable g_0^A), die Fundamentbelastung (Mittelwert σ^{av} , Amplitude σ^{ampl}) und die Geometrie des Fundamentes (Einbindetiefe t, Fundamentbreite b) variiert. Neben dem Streifenfundament wurde auch der Einfluss der Fundamentform in Berechnungen an Flachgründungen mit quadratischem und kreisrunden Querschnitt studiert.

8.2.2.1 Einfluss der Anfangslagerungsdichte

In fünf Rechnungen wurde die Anfangslagerungsdichte im Bereich $0, 5 \leq I_{D0} \leq 0, 9$ variiert. Entsprechend reduzierten sich auch die Wichte des Bodens und damit die vertikalen Anfangsspannungen. Der Seitendruckbeiwert wurde hier mit $K_0 = 0, 38$ konstant gehalten (und nicht entsprechend $K_0 = 1 - \sin(\varphi_P)$ variiert), um allein den Einfluss der Lagerungsdichte zu studieren. Dem Bild 8.7 ist erwartungsgemäß die Zunahme der Setzungen im ersten Zyklus und der Setzungsakkumulation während der weiteren Zyklen mit abnehmender Anfangslagerungsdichte zu entnehmen. Letzteres ist zum einen auf die Porenzahlabhängigkeit der Verdichtung (\rightarrow Zunahme der Funktion f_e des Akkumulationsmodells mit e), zum anderen aber auch auf die mit fallendem I_{D0} ansteigenden Dehnungs- bzw. Setzungsamplituden (Bild 8.7, \rightarrow größeres f_{ampl}) zurückzuführen.



Bild 8.7: Einfluss der Anfangslagerungsdichte I_{D0} auf die Setzungsakkumulation

8.2.2.2 Einfluss des Seitendruckbeiwertes

In fünf Rechnungen wurden Seitendruckbeiwerte $0, 2 \leq K_0 \leq 1, 0$ getestet. Das Bild 8.8 zeigt die Abnahme der statischen Setzungen und der Setzungsraten während der zyklischen Belastung mit zunehmendem K_0 . Dies ist bei gleichbleibenden vertikalen Spannungen aus Bodeneigengewicht zum einen auf die Zunahme des mittleren Druckes $p (\rightarrow$ kleineres f_p), zum anderen auf die Reduktion der Deviatorspannung q und damit des Spannungsverhältnisses $\eta = q/p$ (\rightarrow kleineres f_Y) zurückzuführen. Auch die kleineren Setzungs- bzw. Dehnungsamplituden bei größeren Seitendruckbeiwerten K_0 (\rightarrow kleineres f_{ampl}) spielen hierbei eine Rolle. Allerdings steigt mit abnehmendem Spannungsverhältnis η auch der volumetrische Anteil der Akkumulationsrate (Verdichtung), und die Rate der Scherverformung nimmt ab. Entsprechend der Jaky-Formel $K_0 = 1 - \sin(\varphi_P)$ führt die Abnahme des Peak-Reibungswinkels φ_P mit abnehmendem I_D zu einer Zunahme von K_0 . Hierdurch wird die Akkumulationsrate reduziert, was der Zunahme der Setzungsakkumulation mit abnehmender Anfangslagerungsdichte (Bild 8.7) moderat entgegenwirkt.



10 Streifenfundament. starre Lastfläche, 8 b = 1 m, t = 0= 88,7 kPa Setzung s [cm] = 75,1 kPa $g_0^A = 0$ 6 $D_0 = 0.9, K_0 = 0.38$ 0,0 0,02 4 0,05 - 0,20 2 0 10⁴ 10⁵ 10⁰ 10² 10¹ 10^{3} Zyklenanzahl N [-]

Bild 8.8: Einfluss des Seitendruckbeiwertes K_0 auf die Setzungsakkumulation

Bild 8.9: Einfluss der historiotropen Variable g_0^A auf die Setzungsakkumulation

8.2.2.3 Einfluss der Historiotropie

Das Bild 8.9 macht deutlich, dass der Anfangswert der historiotropen Variable g_0^A den Setzungsverlauf signifikant beeinflusst. Bei hohen Anfangswerten von g_0^A wird der von der historiotropen Variable abhängige Anteil \dot{f}_N^A der Akkumulationsrate (siehe Tabelle 7.1) vernachlässigbar klein, und die von N bzw. g^A unabhängige Grundgeschwindigkeit \dot{f}_N^B wird dominant. Die Setzung *s* verläuft dann nahezu linear mit N, in der halblogarithmischen Darstellung (Bild 8.9) ergeben sich gekrümmte Kurven. Die Form des in situ gemessenen Verlaufes s(N) hängt demnach stark von der Historiotropie des Bodens ab.

8.2.2.4 Einfluss der Belastung

Das Bild 8.10 präsentiert Berechnungen, in denen die Fundamentbelastung analog zu den Versuchen von Hettler ([52, 53, 54], Abschnitt 3.4.1.1) zwischen $\sigma^{\min} = 0$ und unterschiedlichen Maximalwerten σ^{\max} variiert wurde. Die Zunahme der Setzung nach dem ersten Zyklus, der Setzungsamplitude s^{ampl} und der Setzungsrate in den weiteren Zyklen mit steigendem σ^{max} ist aus Bild 8.10a offensichtlich. Das Bild 8.10b bestätigt (zumindest näherungsweise) die von Hettler beobachtete Parallelität der Verläufe s(N) im doppeltlogarithmischen Maßstab (vergleiche Bild 3.37).



Bild 8.10: Setzungsverläufe für Belastungen mit $\sigma^{\min} = 0$ und unterschiedlichen Werten von σ^{\max} , Darstellung in a) halb- und b) doppeltlogarithmischem Maßstab

Das Bild 8.11 zeigt FE-Berechnungen mit unterschiedlichen Mittelwerten 50 kPa $\leq \sigma^{av} \leq$ 200 k Pa und Amplitudenverhältnissen 0,25
 $\leq \, \sigma^{\rm ampl}/\sigma^{\rm av} \, \leq \, 1,0.$ Im Bild 8.11a ist die gesamte bleibende Setzung nach $N = 10^5$ Zyklen dargestellt, und im Bild 8.11b die akkumulierte Setzung während der Zyklen mit N > 1, d.h. die gesamte Setzung nach 10^5 Zyklen abzüglich der Setzung $s_{\text{stat}} + s_1$ am Ende des ersten Zyklus. Die bereits von Holzlöhner ([56], Abschnitt 3.4.1.1) beschriebene und aus den Versuchen von Laue ([82], Bild 3.39b) ableitbare quadratische Zunahme der Setzungsakkumulation mit dem Amplitudenverhältnis $\sigma^{\text{ampl}}/\sigma^{\text{av}}$ für σ^{av} = konstant wird durch Bild 8.11b bestätigt. Dies ist vor allem auf die nahezu lineare Zunahme der Dehnungsamplituden (vgl. s^{ampl}) mit σ^{ampl} und die quadratische Amplitudenabhängigkeit der Akkumulationsrate (\rightarrow Funktion f_{ampl}) zurückzuführen. Weiterhin zeigt das Bild 8.11, dass die Akkumulationsrate bei konstantem Amplitudenverhältnis $\sigma^{\text{ampl}}/\sigma^{\text{av}}$ mit der mittleren Belastung σ^{av} steigt. Auch dies stimmt mit den Beobachtungen von Holzlöhner [56] und Laue [82] überein. Zu begründen ist dies mit größeren Dehnungsamplituden (vgl. $s^{\text{ampl}} \rightarrow \text{größeres } f_{\text{ampl}}$) und größeren Spannungsverhältnissen $\eta = q/p$ (\rightarrow größeres f_Y , aber auch kleinere volumetrische Komponente von **m**). Dem wirkt die Zunahme des mittleren Druckes (\rightarrow kleineres f_p) entgegen, die die Akkumulationsrate reduziert.

Im Bild 8.12 werden Berechnungen mit identischer Amplitude σ^{ampl} (und nicht $\sigma^{\text{ampl}}/\sigma^{\text{av}}$



Bild 8.11: Setzungen für zyklische Belastungen mit unterschiedlichen Mittelwerten σ^{av} und Amplitudenverhältnissen $\sigma^{ampl}/\sigma^{av}$: a) gesamte Setzung zum Zeitpunkt $N = 10^5$, b) akkumulierte Setzung während der Zyklen N > 1

= konstant) bei unterschiedlichen mittleren Belastungen 50 kPa $\leq \sigma^{av} \leq 200$ kPa miteinander verglichen. Für σ^{ampl} = konstant steigt die bleibende Setzung nach 10⁵ Zyklen mit σ^{av} (Bild 8.12a), was jedoch auf die größeren Verformungen während der monotonen Belastung bis zur Maximallast zurückzuführen ist. Die Rate der Setzungsakkumulation während der Zyklen N > 1 nimmt infolge einer Reduktion der Dehnungsamplitude aufgrund der Spannungsabhängigkeit der Steifigkeit (vgl. $s^{ampl} \rightarrow$ kleineres f_{ampl}) mit σ^{av} ab (Bild 8.12b).



Bild 8.12: Setzungen für zyklische Belastungen mit unterschiedlichen Mittelwerten σ^{av} und Amplituden $\sigma^{ampl} = 25$ kPa bzw. 50 kPa: a) gesamte Setzung zum Zeitpunkt $N = 10^5$, b) akkumulierte Setzung während der Zyklen N > 1

8.2.2.5 Einfluss der Einbindetiefe

Das Bild 8.13a präsentiert FE-Ergebnisse für Streifenfundamente mit unterschiedlichen Einbindetiefen 0 m $\leq t \leq 4$ m. Der Boden wurde in diesen Berechnungen bis zu einer Tiefe von 15 m unterhalb der Oberfläche diskretisiert, um eine Beeinflussung der Setzungen durch einen zu geringen Abstand zwischen Fundamentschle und unterem Modellrand bei den größeren Einbindetiefen zu vermeiden.

Bei einer identischen Belastung ($\sigma^{av} = 200 \text{ kPa}, \sigma^{ampl} = 150 \text{ kPa}, \text{Bild 8.13a}$) nehmen die Setzung nach dem ersten Zyklus sowie die Setzungsamplitude s^{ampl} mit zunehmender Einbindetiefe ab. Aufgrund der kleineren Dehnungsamplituden (vgl. $s^{ampl} \rightarrow \text{kleineres}$ f_{ampl}) und der höheren Spannungen im Boden unterhalb der Fundamentsohle aufgrund des Eigengewichtes des Fundamentes und des Bodens neben dem Fundament (\rightarrow kleineres f_p) ist die Setzungsakkumulation mit zunehmender Einbindetiefe geringer (Bild 8.13a).



Bild 8.13: Einfluss der Einbindetiefe t bei a) $\sigma^{av} = 200 \text{ kPa}$ und $\sigma^{ampl}/\sigma^{av} = 0,75, \text{ b}$) $(\sigma^{av} + \sigma^{EG})/\sigma^{Bruch} = 0,2 \text{ und } \sigma^{ampl}/(\sigma^{av} + \sigma^{EG}) = 0,75$

<i>t</i> [m]	0	1	2	3	4
σ^{Bruch} [kPa]	625	1442	2258	3075	3891

Tabelle 8.1: Rechnerische Grundbruchspannungen für unterschiedliche Einbindetiefen tnach DIN 4017

In den Berechnungen im Bild 8.13b wurde das Verhältnis der Sohlflächenbelastung (inklusive Fundamenteigengewicht) $\sigma^{\text{EG}} + \sigma^{\text{av}}$ zur Grundbruchspannung σ^{Bruch} sowie das Amplitudenverhältnis $\sigma^{\text{ampl}}/(\sigma^{\text{EG}} + \sigma^{\text{av}})$ konstant gehalten. Für σ^{Bruch} wurden Rechenwerte entsprechend DIN 4017 angesetzt (siehe Tabelle 8.1). Unter dieser Belastung ist die Setzungsakkumulation mit zunehmender Einbindetiefe etwas größer (Bild 8.13b), da der Effekt der größeren Dehnungsamplituden (vgl. $s^{\text{ampl}} \rightarrow \text{größeres } f_{\text{ampl}}$) und des größeren Spannungsverhältnisses $\eta = q/p$ (aufgrund der Zunahme von $\sigma^{\text{av}} \rightarrow \text{größeres } f_Y$, aber kleinere volumetrische Komponente von **m**) gegenüber dem Effekt des höheren mittleren Druckes (\rightarrow kleineres f_p) überwiegt. Die Setzungen nach dem ersten Zyklus steigen aufgrund der Zunahme von $\sigma^{\text{max}} = \sigma^{\text{av}} + \sigma^{\text{ampl}}$ ohnehin mit t. Die von Laue [82] berichtete Abnahme der Setzungsakkumulation mit der Einbindetiefe bei konstanten Werten von $\sigma^{\text{av}}/\sigma^{\text{Bruch}}$ und $\sigma^{\text{ampl}}/\sigma^{\text{av}}$ wird durch die FE-Simulationen nicht gestützt.

8.2.2.6 Einfluss der Fundamentbreite

Den Einfluss der Fundamentbreite bei einer identischen Sohlflächenspannung macht das Bild 8.14 deutlich. Die Fundamentbreite wurde in den FE-Berechnungen im Bereich 1 m $\leq b \leq 4$ m variiert. Bei einer identischen Belastung $\sigma^{av} \pm \sigma^{ampl}$ steigt sowohl die Setzung am Ende des ersten Zyklus als auch die Setzungsamplitude s^{ampl} und die Setzungsrate während der weiteren Zyklen mit zunehmender Fundamentbreite b. Die Beobachtungen von Raymond & El Komos ([126], Abschnitt 3.4.1.1) einer Abnahme der Setzungsakkumulation mit der Fundamentbreite bei gleichen Sohlpressungen konnten also erwartungsgemäß nicht bestätigt werden. In einer doppeltlogarithmischen Darstellung der Setzungen über der Fundamentbreite (Bild 8.14b) erhält man für die Setzung am Ende des ersten Zyklus $s_{stat} + s_1$ und (näherungsweise) für die Endsetzung $s(N = 10^5)$ Geraden, d.h. es gilt $s \sim b^n$. Für $s_{stat} + s_1$ ergibt sich der Exponent zu n = 0,53, was gut mit dem Vorschlag $s \sim \sqrt{b}$ in der Literatur (Burland et al. [15], Holzlöhner [57]) übereinstimmt. Für $s(N = 10^5)$ gilt der geringere Exponent n = 0,41, da die Setzungsrate während der Zyklen N > 1 weniger stark mit der Fundamentbreite zunimmt als die Setzung $s_{stat} + s_1$ (Bild 8.14b).

Dem Bild 8.14 ist zu entnehmen, dass die Verdoppelung der Setzungsamplitude s^{ampl} infolge einer Erhöhung der Fundamentbreite b von 1 m auf 4 m nicht zu einer Vervierfachung (\rightarrow quadratische Funktion f_{ampl}) der akkumulierten Setzung führt. Dies ist mit der Verteilung der Dehnungsamplitude $\varepsilon^{\text{ampl}}$ im Halbraum zu erklären. Die Dehnungsamplituden direkt unterhalb des Fundamentes sind für b = 1 m und b = 4 m in etwa identisch. $\varepsilon^{\text{ampl}}$ klingt jedoch aufgrund der größeren Tiefenwirkung der Belastung mit zunehmender Fundamentbreite langsamer mit der Tiefe ab. Dies führt zwar zu größeren



Bild 8.14: Einfluss der Breite b des Streifenfundamentes bei identischen Sohlspannungen



Bild 8.15: Einfluss der Breite b des Streifenfundamentes bei einer konstanten Streckenlast

Setzungsamplituden, wirkt sich aber aufgrund von $\dot{\varepsilon}^{\rm acc} \sim (\varepsilon^{\rm ampl})^2$ weniger stark auf die Akkumulationsrate aus. Statische Fundamentbelastungen weisen im Hinblick auf die resultierenden Setzungen eine größere Reichweite auf als zyklische Belastungen, wie bereits von Niemunis et al. [109] gezeigt wurde.

Soll eine Streckenlast bestimmter Größe mit einem statischen (F^{av}) und einem zyklischen Anteil (F^{ampl}) über das Streifenfundament abgetragen werden (Bild 8.15), ist eine Verbreiterung des Fundamentes in Bezug auf den Setzungsanteil aus der zyklischen Belastung wesentlich effektiver als hinsichtlich der statischen Setzungen. Die Setzungen während der Zyklen nehmen mit größerer Breite *b* wesentlich stärker ab als die Setzungen aus der statischen Belastung (Bild 8.15b). Zwar ist bei den größeren Fundamentbreiten die mittlere Sohlspannung geringer (\rightarrow größeres f_p), die gleichzeitige Abnahme der Dehnungsamplituden infolge der kleineren Spannungsamplituden wirkt sich jedoch aufgrund der quadratischen Abhängigkeit $\dot{\varepsilon}^{\rm acc} \sim (\varepsilon^{\rm ampl})^2$ wesentlich stärker auf die Setzungsrate aus.

8.2.2.7 Zusammenfassung der FE-Studien an Streifenfundamenten

Die Tabelle 8.2 fasst die Auswirkung der in den FE-Berechnungen variierten Parameter auf die Setzung nach dem ersten Zyklus $s_{\text{stat}} + s_1$, die Setzungsamplitude s^{ampl} , die Setzung während der weiteren Zyklen $s(N = 10^5) - (s_{\text{stat}} + s_1)$ sowie die gesamte bleibende Setzung $s(N = 10^5)$ nach 10^5 Lastwechseln für Streifenfundamente zusammen. Der Effekt einer Erhöhung (\uparrow) des jeweiligen Parameters auf die Setzungen (\uparrow : Erhöhung, \downarrow : Reduktion) wird angegeben.

Variierter	Konstante Parameter	s_{stat}	s^{ampl}	$s(N\!=\!10^5)$	$s(N\!=\!10^5)$
Parameter		$+s_1$		$-(s_{\text{stat}}+s_1)$	
$I_{D0}\uparrow$	$\sigma^{\mathrm{av}}, \sigma^{\mathrm{ampl}}, b, t, K_0, g_0^A$	\downarrow	\downarrow	\downarrow	\downarrow
$\sigma^{\max}\uparrow$	$\sigma^{\min} = 0, b, t, I_{D0}, K_0, g_0^A$	Ŷ	Ŷ	\uparrow	\uparrow
$\sigma^{ m ampl}/\sigma^{ m av}$ \uparrow	$\sigma^{\rm av}, b, t, I_{D0}, K_0, g_0^A$	Ŷ	Ŷ	\uparrow	Ť
$\sigma^{\mathrm{av}}\uparrow$	$\sigma^{\mathrm{ampl}}/\sigma^{\mathrm{av}}, b, t, I_{D0}, K_0, g_0^A$	\uparrow	\uparrow	\uparrow	Ť
$\sigma^{\mathrm{av}}\uparrow$	$\sigma^{\mathrm{ampl}}, b, t, I_{D0}, K_0, g_0^A$	Ŷ	\downarrow	\downarrow	Ť
$b\uparrow$	$\sigma^{\mathrm{av}}, \sigma^{\mathrm{ampl}}, t, I_{D0}, K_0, g_0^A$	Ŷ	\uparrow	\uparrow	Ť
$b\uparrow$	$F^{\mathrm{av}}, F^{\mathrm{ampl}}, t, I_{D0}, K_0, g_0^A$	\downarrow	\downarrow	\downarrow	\downarrow
$t\uparrow$	$\sigma^{\mathrm{av}}, \sigma^{\mathrm{ampl}}, b, I_{D0}, K_0, g_0^A$	\downarrow	\downarrow	\downarrow	\downarrow
$t\uparrow$	$\sigma^{\mathrm{av}}/\sigma^{\mathrm{Bruch}}, \sigma^{\mathrm{ampl}}/\sigma^{\mathrm{av}}, b, I_{D0}, K_0, g_0^A$	Ŷ	\uparrow	\uparrow	Ť
$K_0 \uparrow$	$\sigma^{\mathrm{av}}, \sigma^{\mathrm{ampl}}, b, t, I_{D0}, g_0^A$	\downarrow	\downarrow	\downarrow	\downarrow
$g_0^A\uparrow$	$\sigma^{\rm av}, \sigma^{\rm ampl}, b, t, I_{D0}, K_0$	-	-	\downarrow	\downarrow

Tabelle 8.2: Zusammenfassung der Ergebnisse der FE-Berechnungen an Streifenfundamenten unter zyklischer Belastung: Einfluss diverser Parameter auf die Setzungsentwicklung

Ist eine festgelegte Streckenlast $F^{av} \pm F^{ampl}$ über ein Streifenfundament abzutragen, können bei einer vorgegebenen Geometrie (z.B. Typenstatik) die aus der zyklischen Belastung resultierenden Setzungen durch eine maschinelle Vorverdichtung des Bodens reduziert werden. Dies wirkt sich sowohl über die erhöhte Lagerungsdichte I_{D0} als auch über die induzierte zyklische Vorbelastung g_0^A und evtl. über eine Erhöhung des Seitendruckbeiwertes K_0 setzungsreduzierend aus. Ist die Geometrie der Gründung variabel, kann die Einbindetiefe oder die Fundamentbreite vergrößert werden. Eine Verbreiterung der Gründung ist hinsichtlich der Setzungen unter zyklischer Belastung wesentlich effektiver als im Hinblick auf die Setzungen infolge statischer Lasten. Liegt nur der zyklische Anteil der Belastung F^{ampl} fest (z.B. aus einer Wind- oder Wellenbelastung) und ist die Geometrie der aufgehenden Konstruktion zu entwerfen, ist zu beachten, dass bei F^{ampl} = konstant ein höheres Eigengewicht des Bauwerks (größeres F^{av}) zwar zu größeren Setzungen aus der statischen Last führt, die Setzungen während der zyklischen Belastung jedoch geringer sind.

8.2.2.8 Einfluss der Fundamentform

Neben den bisher diskutierten Streifenfundamenten wurden auch Einzelfundamente mit kreisförmigem und quadratischem Grundriß berechnet. Das Bild 8.16 zeigt die Setzungsverläufe aus FE-Berechnungen mit einer dreidimensionalen Diskretisierung der Randwertprobleme (Elementtyp C3D8).



Bild 8.16: Vergleich der Setzungen von Fundamenten mit kreisförmigem und rechteckigem Grundriß bei gleicher Grundrißfläche

Die Form des Grundrisses spielt bei gleicher Grundrißfläche eine untergeordnete Rolle. Die leicht kleineren Setzungen des quadratischen Fundamentes (insbesondere während der impliziten Berechnung der ersten beiden Zyklen) erklären sich aus dem größeren Anteil der äußeren Belastung, der bereits im Bereich der Einbindetiefe über Schubspannungen an den Boden abgegeben wird (Abwicklung des Quadrates = $\sqrt{4/\pi}$ · Umfang des Kreises) und die hieraus resultierenden kleineren Sohlspannungen. Das kreisrunde Fundament kann auch als axialsymmetrisches Problem (Elementtyp CAX4) berechnet werden. Die Unterschiede der Setzungsverläufe der axialsymmetrischen und der 3D-Berechnung (Bild 8.16) sind vermutlich auf die etwas unterschiedliche Diskretisierung zurückzuführen.

8.2.3 Technische Anmerkungen

8.2.3.1 Kontrollzyklen

Implizit berechnete Kontrollzyklen können in die FE-Rechnung eingeschaltet werden, um das Feld der Dehnungsamplitude zu aktualisieren, welches sich durch die Verdichtung oder Spannungsumlagerungen verändern kann. Die Auswirkung von Kontrollzyklen wurden für das Streifenfundament und verschiedene Anfangslagerungsdichten $0, 3 \leq I_{D0} \leq 0, 9$ studiert. Im Bild 8.17 werden Rechnungen mit Kontrollzyklen nach $N = 10, 10^2, 10^3$ und 10^4 Zyklen mit solchen ohne Kontrollzyklen verglichen. Die Kontrollzyklen wirken sich nur bei lockeren Lagerungen $I_{D0} \leq 0, 5$ amplituden- und setzungsreduzierend aus. Die Verbesserung der Lösung (Reduktion der Setzungen bei $N = 10^5$) beträgt jedoch auch für $I_{D0} = 0, 3$ lediglich 5 % bezogen auf die Setzung ohne Kontrollzyklen. Demgegenüber steht jedoch ein wesentlich größerer Rechenaufwand (Faktor 3 bis 4 bei vier Kontrollzyklen), was den Nutzen von Kontrollzyklen bei einfachen Randwertproblemen in Frage stellt. Bei komplexeren Randwertproblemen mit größeren Spannungsumlagerungen mögen Kontrollzyklen jedoch ihre Berechtigung haben.

8.2.3.2 Kriterien β_{\min} und r_{\min} für die Aufzeichnung von Dehnungspunkten im Aufzeichnungsmodus

Durch die Kriterien β_{\min} und r_{\min} wird spezifiziert, welche Dehnungszustände während der impliziten Rechnung im Aufzeichnungsmodus abgespeichert werden sollen (Abschnitt 8.1.2). In FE-Berechnungen des zyklisch belasteten Streifenfundamentes wurden die Werte im Bereich 10° $\leq \beta_{\min} \leq 40°$ und $2 \cdot 10^{-6} \leq r_{\min} \leq 10^{-4}$ variiert. Ziel war die Untersuchung, wie schwach die Kriterien β_{\min} und r_{\min} gewählt werden dürfen, ohne Rechengenauigkeit einzubüßen. Das Bild 8.18 zeigt die bleibenden Setzungen in den Zyklen $1 < N \leq 10^5$. Da die Dehnungsschleifen bei diesem Randwertproblem weitestgehend eindimensional (inphase) sind und der Dehnungspfad damit nur zwei Wendepunkte ($\beta \approx 180°$) besitzt, beeinflusst die Wahl des Winkels β_{\min} die Rechnung kaum (Bild 8.18). Im Bereich $r_{\min} \leq$ 10^{-5} wirkt sich auch die Wahl von r_{\min} nicht auf die Setzungsakkumulation aus. Wählt man r_{\min} jedoch größer, wird für Dehnungsschleifen mit kleinerer Amplitude nur der





Bild 8.17: Einfluss von Kontrollzyklen auf den Setzungsverlauf bei unterschiedlichen Anfangslagerungsdichten (Rechnung mit b $= 1 \text{ m}, t = 1 \text{ m}, K_0 = 0, 38, \sigma^{\text{av}} = 100 \text{ kPa},$ $\sigma^{\text{ampl}} = 75 \text{ kPa}$)

Bild 8.18: Einfluss der Kriterien β_{\min} und r_{\min} für die Aufzeichnung charakteristischer Punkte der Dehnungsschleife auf die Setzungen in den Zyklen N > 1

Anfangspunkt aufgezeichnet und demzufolge $\varepsilon^{\text{ampl}} = 0$ ermittelt. Die bleibende Setzung reduziert sich aus diesem Grund mit steigendem r_{\min} . Auf der Grundlage von Bild 8.18 wird die Verwendung von $\beta_{\min} = 10^{\circ}$ und $r_{\min} \leq 10^{-5}$ empfohlen.

8.2.3.3 Elementtyp

Von Niemunis et al. [111] wird die Verwendung von achtknotigen finiten Elementen mit reduzierter Integration (vier Integrationspunkte, Elementtyp CPE8R) empfohlen, um die Akkumulation von ungewollten Eigenspannungen im Element während der expliziten Rechnung möglichst klein zu halten. Vergleichsrechnungen mit CPE4- (lineare Ansatzfunktionen, volle Integration), CPE8- (quadratische Ansatzfunktionen, volle Integration) und CPE8R-Elementen zeigten jedoch im Fall des betrachteten Randwertproblems und der gewählten Diskretisierung (Netz gemäß Bild 8.4) keinen Einfluss des Elementtyps auf die Setzungsprognose (Bild 8.19). Die Verwendung von CPE4-Elementen wird daher als ausreichend angesehen.

8.2.3.4 Netzabhängigkeit

Neben dem im Bild 8.4 gezeigten Netz wurden eine feinere Diskretisierung mit 16 Elementen unter der halben Fundamentbreite sowie zwei gröbere Netze mit 4 bzw. 2 Elementen



Bild 8.19: Einfluss des Elementtyps auf die FE-Rechnung

auf der Länge b/2 getestet (Bild 8.20a). Die Ergebnisse der Rechnungen im Bild 8.20b zeigen, dass die Netze 1, 2 und 3 mit 16, 8 bzw. 4 Elementen auf b/2 ähnliche Setzungsamplituden s^{ampl} und Verläufe s(N) liefern. Für das gröbste Netz 4 (2 Elemente auf b/2) ergeben sich eine kleinere Setzungsamplitude und geringere bleibende Setzungen. Eine Diskretisierung mit 4 Elementen auf der Länge b/2 ist demnach für eine genaue Setzungsprognose ausreichend. Genügend feine Diskretisierungen mit rechteckigen Elementen ergaben die gleichen Ergebnisse wie die spinnennetzartigen Diskretisierungen 1 bis 4 im Bild 8.20a. Sie sind daher als gleichwertig zu erachten, jedoch einfacher zu generieren.



Bild 8.20: Einfluss der Netzfeinheit auf die FE-Rechnung

8.2.3.5 Zu diskretisierender Bereich bei unendlich ausgedehntem Halbraum

Da die Setzungen aus der zyklischen Belastung aufgrund der quadratischen Abhängigkeit der Akkumulationsrate von der Dehnungsamplitude schneller mit der Tiefe abklingen als die Setzungen aus einer statischen Belastung (siehe auch Abschnitt 8.4), ist für die Diskretisierungsgrenzen die statische Belastung maßgebend. Dies konnte auch in Rechnungen des Streifenfundamentes mit unterschiedlichen Abmessungen des diskretisierten Bodenbereiches (hier nicht dargestellt) bestätigt werden. Hinsichtlich der Diskretisierungsgrenzen können daher entsprechende Empfehlungen für monotone Lasten übernommen werden.

8.3 FE-Berechnung eines zyklisch axial belasteten Pfahles

In FE-Berechnungen mit dem Akkumulationsmodell wurde die Entwicklung der Setzungen und des Tragverhaltens eines zyklisch axial belasteten Bohrpfahles studiert. Als Geometrie des Pfahles wurde ein Durchmesser von d = 1 m und eine Länge von l = 20 m gewählt. Der Sand war anfangs mitteldicht gelagert ($I_{D0} = 0,7$) und zyklisch unvorbelastet ($g_0^A = 0$).



Bild 8.21: FE-Diskretisierung des Bohrpfahles als axialsymmetrisches Problem

Die FE-Diskretisierung erfolgte als axialsymmetrisches Problem mit CAX4-Elementen (Bild 8.21). Entlang des Pfahlmantels wurden 100 Elemente angeordnet, unter dem Pfahl-

fuß befanden sich vier Elemente. In der Kontaktfläche zwischen Boden und Pfahl wurden Reibungskontakte verwendet. Schubspannungen werden von diesen Kontakten bis zu $\tau = \mu \sigma_N$ übertragen (σ_N : Normalspannung auf die Kontaktfläche), darüberhinaus tritt Gleiten auf. Der Reibungsbeiwert μ wird als Konstante behandelt, eine evtl. Degradation von μ mit der Zyklenanzahl N (z.B. infolge einer Kornzertrümmerung in der Kontaktfläche) kann momentan nicht berücksichtigt werden. Eine entsprechende Erweiterung um einen benutzerdefinierten Kontakt mit der Implementierung einer Abhängigkeit $\mu(N)$ (Subroutine UINTER in ABAQUS) ist für die Zukunft geplant. Es wurden Rechnungen mit einem Mantelreibungsbeiwert $\mu = \tan(\varphi/2) = \tan(38^{\circ}/2) = 0,34$ durchgeführt. Dieser Reibungsbeiwert ist für Bohrpfähle aufgrund des Herstellungsprozesses realistisch. Zum Vergleich erfolgten auch Rechnungen mit einem Mantelreibungsbeiwert $\mu = \tan(\varphi) = 0,78$. Es wurde die MV des hypoplastischen Stoffmodells und der Konstantensatz V gemäß Tabelle 7.2 verwendet.

Durch die Berechnung einer monotonen Belastung des Pfahles wurden zunächst für beide Reibungsbeiwerte die im Bild 8.22 dargestellten Widerstand-Setzungslinien generiert. Als Grenzlast wurde analog zu DIN 4014 die Last bei einer auf den Pfahldurchmesser bezogenen Pfahlsetzung von s/d = 0, 1 definiert. Für $\mu = 0, 34$ wurde $Q_{g,D} = 3,5$ MN bestimmt, und für $\mu = 0, 78$ wurde $Q_{g,D} = 5,9$ MN erhalten.

Der zyklisch axial belastete Pfahl wurde mit den in Tabelle 8.3 zusammengestellten Minimal- und Maximallasten berechnet. Für beide Mantelreibungsbeiwerte μ wurden Berechnungen mit einer Minimallast $F^{\min} = 0, 1 Q_{g,D}$ und Maximallasten $F^{\max} = 0, 4 Q_{g,D}$ bzw. 0,7 $Q_{g,D}$ durchgeführt. Verglichen wurden weiterhin auch betragsmäßig gleiche Belastungen mit der Minimallast $F^{\min} = 0,60$ MN und den Maximallasten $F^{\max} = 2,36$ MN bzw. 4,12 MN.

Mantel reibung μ		0,34				0,78	
Rechnung Nr.		1	2	3	4	5	6
Minimallast	$F^{\min}/Q_{g,D}$	0,10	0,10	$0,\!17$	$0,\!17$	0,10	0,10
	F^{\min} [MN]	0,35	0,35	0,60	0,60	0,60	0,60
Maximallast	$F^{\max}/Q_{g,D}$	0,40	0,70	0,67	1,17	0,40	0,70
	F^{\max} [MN]	1,41	2,47	2,36	4,12	2,36	4,12

Tabelle 8.3: FE-Berechnungen des zyklisch axial belasteten Pfahles

Ein typisches Feld der Dehnungsamplitude $\varepsilon^{\text{ampl}}$ (Rechnung Nr. 3) ist im Bild 8.23a dargestellt. Die größeren Dehnungsamplituden konzentrieren sich in einem schmalen Bereich



Bild 8.22: Widerstandsetzungslinien für Mantelreibungen $\mu = 0,34$ und $\mu = 0,78$ aus der FE-Berechnung einer monotonen Pfahlbelastung, Festlegung der zyklischen Belastung



Bild 8.23: Felder a) der Dehnungsamplitude ε^{ampl} und b) der vertikalen Verschiebung nach 10⁵ Zyklen (Rechnung Nr. 3 gemäß Tabelle 8.3)

entlang des Pfahlmantels und unterhalb des Pfahles. Der Setzungstrichter nach 10^5 Zyklen ist dem Bild 8.23b zu entnehmen.

Die Entwicklung der Setzungen mit zunehmender Zyklenanzahl zeigt das Bild 8.24. Erwartungsgemäß steigen die Setzungen nach dem ersten Zyklus und die Setzungsraten während der weiteren Zyklen mit zunehmender maximaler Last F^{\max} bei F^{\min} = konstant. Bei einer betragsmäßig gleichen Belastung ist weiterhin eine Zunahme der Setzungen mit abnehmender Mantelreibung μ festzustellen (vergleiche Bild 8.24a für $\mu = 0.34$ mit Bild 8.24b für $\mu = 0,78$). Die Zunahme von \dot{s} mit abnehmendem Reibungsbeiwert μ ist auf den größeren Anteil der äußeren Last zurückzuführen, der über den Pfahlfuß abgetragen wird. Hierdurch vergrößern sich die Dehnungsamplituden unterhalb des Pfahlfußes, was sich im Bild 8.24 auch durch die größeren Setzungsamplituden im Fall $\mu = 0,34$ verglichen mit $\mu = 0,78$ bemerkbar macht. Sind für unterschiedliche Reibungsbeiwerte μ die auf die Grenzlast $Q_{g,D}$ bezogenen Minimal- und Maximallasten identisch, unterscheiden sich die bleibenden Setzungen nach dem ersten Zyklus, die Setzungsamplituden und die Setzungen nach 10⁵ Zyklen nicht wesentlich (Bild 8.24).



Bild 8.24: Setzung des Pfahles für unterschiedliche Belastungen und Reibungsbeiwerte μ

Das Bild 8.25 bestätigt Beobachtungen aus Modellversuchen in der Literatur (Abschnitt 3.4.2), wonach die Normalspannungen σ_N auf die Mantelfläche des Pfahles mit zunehmender zyklischer Belastung abnehmen. Diese Reduktion von σ_N mit N verläuft umso schneller, je größer bei konstanter Minimallast die maximale Last gewählt wird (vergleiche Bilder 8.25a und 8.25b). Nach einer größeren Anzahl von Zyklen stellt sich eine über die Tiefe nahezu konstante Normalspannungsverteilung ein (Bild 8.25b). Im Bild 8.25b ist die starke Fluktuation von σ_N über die Tiefe bei größeren Zyklenanzahlen vermutlich numerisch bedingt.

Die Entwicklung der über die Pfahlmantelfläche übertragenen Schubspannungen und der Kontaktnormalspannungen im Pfahlfuß (Spitzendruck) während der implizit berechneten ersten beiden Zyklen zeigt das Bild 8.26 für die Rechnung Nr. 3 gemäß Tabelle 8.3. Ausgehend von kleinen Schubspannungen infolge des Eigengewichtes des Pfahles (Zustand 1 in Bild 8.26a) wird bei der Belastung bis auf F^{av} die maximal mögliche Schubspannung $\tau = \mu \sigma_N$ (vergleiche σ_N im Bild 8.25a) nahezu über die gesamte Länge des Pfahles mobilisiert (Zustand 2 in Bild 8.26). Die folgende zusätzliche Belastung von F^{av} auf F^{max} kann



Bild 8.25: Entwicklung der Verteilung der Normalspannungen σ_N auf die Mantelfläche des Pfahles für $\sigma^{\min} = 0, 17 \sigma_g$ und zwei unterschiedliche Maximallasten σ^{\max} (Rechnungen Nr. 3 und 4 gemäß Tabelle 8.3 mit $\mu = 0,34$)

nicht mehr durch Mantelreibung aufgenommen werden, sondern führt zu einem signifikanten Anstieg des Spitzendruckes (Bild 8.26b, Zustand 3). Die anschließende Entlastung auf F^{\min} resultiert in negativen Mantelreibungen in der oberen Hälfte des Pfahles (Zustand 4 in Bild 8.26). Nach dem erneuten Erreichen der mittleren Last F^{av} (Zustand 5 in Bild 8.26) sind die Schubspannungen wesentlich kleiner und die Spitzendrücke signifikant größer als bei F^{av} vor der Applikation des ersten Zyklus. Im folgenden zweiten Zyklus (Zustände 6 bis 8 in Bild 8.26), aus dem das Feld der Dehnungsamplitude gewonnen wird, ändern sich die Spannungsverteilungen verglichen mit den korrespondierenden Zuständen des ersten Zyklus kaum noch.

Diese aus der impliziten Berechnung erhaltene Abnahme der Schubspannung und Zunahme des Spitzendruckes wird während der ersten 10 Zyklen der expliziten Berechnung nahezu vollständig rückgängig gemacht (Bild 8.27). Die Ursache dieser Beobachtung ist bisher nicht geklärt und wird Gegenstand weiterer Untersuchungen sein. Während der weiteren Zyklen $N \ge 10$ war wie in einigen Modellversuchen in der Literatur (Abschnitt 3.4.2, siehe z.B. Bild 3.43a nach Le Kouby et al. [83]) eine Abnahme der Mantelreibung und eine Zunahme des Spitzendruckes mit der Zyklenanzahl festzustellen (Bild 8.27). Aufgrund der Entwicklung der Normalspannungen σ_N auf die Mantelfläche (Bild 8.25) stellt sich mit zunehmender Zyklenanzahl eine über die Tiefe konstante Verteilung der Schubspannungen ein (im Bild 8.27a ist dies für die oberen 8 m des Pfahles deutlich zu erkennen). Solch eine Vergleichmäßigung des Profils $\tau(z)$ wurde bereits von Schwarz [138] berichtet (siehe Bild 3.45).

Die Änderung des Tragverhaltens des Pfahles, d.h. die Abnahme der Mantelreibung und



Bild 8.26: Entwicklung a) der Schubspannungen in der Pfahlmantelfläche und b) des Spitzendruckes während der impliziten Berechnung der ersten beiden Zyklen (Rechnung Nr. 3 gemäß Tabelle 8.3)



Bild 8.27: Entwicklung a) der Schubspannungen in der Pfahlmantelfläche und b) der Normalspannungen im Pfahlfuß während der 10^5 Zyklen (Rechnung Nr. 3 gemäß Tabelle 8.3)

die Zunahme des Spitzendruckes mit der Zyklenanzahl N, wird aus Bild 8.28c noch deutlicher, welches die Entwicklung der resultierenden Kräfte der Mantelreibung und des Spitzendruckes als Funktion von N für die Rechnung Nr. 3 darstellt. Die weiteren Diagramme im Bild 8.28 zeigen analoge Darstellungen für die anderen fünf Rechnungen. Für die größeren Lastamplituden ($F^{\max} \ge 0, 67 Q_{g,D}$, Bild 8.28b,c,d,f) wurde stets ein mit der Zyklenanzahl N zunehmender Abtrag der mittleren äußeren Belastung über den Spitzendruck bei einer gleichzeitigen Abnahme der Resultierenden der Mantelreibung gemessen. Bei den kleinen Amplituden ($F^{\max} = 0, 4 Q_{g,D}$) konnte ein anderes Tragverhalten festgestellt



Bild 8.28: Entwicklung der resultierenden Kräfte der Mantelreibung und des Spitzendruckes an einem Pfahl mit der Zyklenanzahl N

werden. Im Fall des Reibungsbeiwertes $\mu = 0,78$ (Bild 8.28e) stieg die Mantelreibung mit N, während der Spitzendruck abnahm. Die äußere Belastung wurde mit zunehmender Zyklenanzahl N vermehrt durch die Mantelreibung im unteren Viertel des Pfahles abgetragen. Für $\mu = 0,4$ (Bild 8.28a) nahm bis $N = 10^3$ ebenfalls die Mantelreibung zu und der Spitzendruck ab. Für größere Zyklenanzahlen war jedoch wiederum eine Umkehr dieser Tendenz zu beobachten. Die Berechnungen im Bild 8.28 zeigen, dass die Entwicklung des Tragverhaltens eines Pfahles unter einer axialen zyklischen Belastung von der Größe der Lastamplitude und der Reibung in der Kontaktfläche Pfahl - Boden abhängt.

Allgemein ist zu den Berechnungen des zyklisch axial belasteten Pfahles anzumerken, dass die Geschwindigkeit der Spannungsakkumulation vom Ansatz der elastischen Steifigkeit E in Gleichung (7.1) abhängt. Diesbezüglich sei auf die Ausführungen im Abschnitt 7.2.3 verwiesen.

8.4 Weitere Anwendungen des Akkumulationsmodells

Das Akkumulationsmodell wurde zur Berechnung weiterer Randwertprobleme verwendet, auf die an dieser Stelle lediglich kurz hingewiesen werden soll. Hinsichtlich der Details sei auf die entsprechenden Veröffentlichungen (Niemunis et al. [109], Niemunis et al. [113]) bzw. Diplomarbeiten (Keßler [72], Canbolat [16]) verwiesen.

Von Niemunis et al. [109] wurden die Setzungen zweier benachbarter Fundamente auf einem Boden berechnet, dessen räumliche Verteilung der Porenzahl $e(\mathbf{x})$ stochastisch (mit drei unterschiedlichen Korrelationslängen) generiert wurde. 30 verschiedene Felder $e(\mathbf{x})$ (siehe ein Beispiel in Bild 8.29a) wurden getestet. Seien s_l und s_r die Setzungen der beiden Fundamente (Bild 8.29a). Die Differenz der Setzungen $\Delta s = |s_l - s_r|$ wurde auf den Mittelwert der Setzung $\bar{s} = (s_l + s_r)/2$ bezogen. Die bezogene Setzungsdifferenz ($\Delta s/\bar{s}$)_{stat} infolge der statischen Belastung bis σ^{av} wurde mit der zusätzlichen Setzungsdifferenz ($\Delta s/\bar{s}$)_{cyc} während der folgenden 10⁵ Zyklen verglichen. Dabei wurde festgestellt, dass die Setzungsdifferenz aus der zyklischen Belastung ($\Delta s/\bar{s}$)_{cyc} unabhängig von der Korrelationslänge ca. dreimal größer war als diejenige aus der statischen Belastung ($\Delta s/\bar{s}$)_{stat} (Bild 8.29b). Dies ist darauf zurückzuführen, dass die Setzung infolge monotoner Belastung etwa proportional zur Belastung, die Akkumulationsrate unter zyklischer Belastung aber proportional zum Quadrat der Dehnungsamplitude, d.h. etwa proportional zum Quadrat der Belastung ist. Damit besitzt die zyklische Belastung eine geringere Reichweite als die monotone Belastung. Im größeren Einflussbereich der monotonen Belastung ist ein Ausgleich von Inhomogenitäten des Feldes $e(\mathbf{x})$ wahrscheinlicher als im kleineren Einflussbereich der zyklischen Belastung in direkter Nähe zum Fundament. Praktisch könnten mit Hilfe der im Bild 8.29b dargestellten Korrelation aus den Setzungsdifferenzen während der statischen Belastung (z.B. während der Bauphase durch die Erhöhung des Eigengewichtes) die aus einer anschließenden zyklischen Belastung zu erwartenden Setzungsdifferenzen abgeschätzt werden.



Bild 8.29: FE-Rechnungen mit stochastisch streuenden Feldern der Anfangsporenzahl: a) Beispiel eines Feldes $e(\mathbf{x})$, b) zyklische Setzungsdifferenz als Funktion der statischen Setzungsdifferenz

Von Keßler [72] wurde mit dem Akkumulationsmodell eine Rütteldruckverdichtung in einer konstanten Tiefenlage (das Ziehen des Rüttlers wurde noch nicht modelliert) bei unterschiedlichen Anfangslagerungsdichten und Frequenzen simuliert (Bild 8.30). In diesem Fall wurden die impliziten Schritte dynamisch gerechnet. Canbolat [16] ermittelte die Setzungen des Widerlagers einer Kanalbrücke ("Hünxer Brücke" über den Wesel-Datteln-Kanal) unter einer 50-jährigen Belastung durch Kraftfahrzeugverkehr (Bild 8.31). Zur Modellierung der Verkehrslasten wurde das im Abschnitt 5.2.7 angesprochene Konzept zur Behandlung von Zyklenpaketen verwendet.

Von Niemunis et al. [113] wurde das Akkumulationsmodell für die Prognose von Porenwasserüberdrücken und Setzungen einer wassergesättigten Sandschicht unter einer Erdbebenbelastung mit Hilfe der Finite Differenzen Methode verwendet. Hierbei wurde eine spezielle numerische Strategie (Bild 8.32) getestet, bei der schnell ablaufende Prozesse (Ausbreitung der Scherwelle) und langsamere Vorgänge (Akkumulation des Mittelwertes des Porenwasserüberdruckes) für jeweils eine Periode T der harmonischen Erregung des Felsuntergrundes entkoppelt wurden.



Bild 8.30: FE-Berechnung einer Rütteldruckverdichtung nach Keßler [72]



Bild 8.31: FE-Berechnung der Setzung einer Brücke nach Canbolat [16]



Bild 8.32: Numerische Strategie bei der Berechnung der Porenwasserdruckakkumulation in einer wassergesättigten Sandschicht unter Erdbebenbelastung nach Niemunis et al. [113]

Die dynamische Berechnung der Ausbreitung der Scherwelle in der Sandschicht während der ersten Periode T der Erregung erfolgte mit "eingefrorenen" Werten der sich langsam ändernden Variablen σ'^{av} (mittlere effektive Spannung), u^{av} (mittlerer Porenwasserüberdruck) und e^{av} (mittlere Porenzahl). Am Ende der Periode wurde mit Hilfe der aus der dynamischen Berechnung erhaltenen Dehnungsamplituden und dem Akkumulationsmodell die Veränderung von σ'^{av} , u^{av} und e^{av} während T berechnet. Anschließend wurden diese Variablen abermals in einer Berechnung der Dissipation des Porenwasserdruckes während T (Konsolidierung) modifiziert. Es folgte die dynamische Berechnung der Wellenausbreitung während der zweiten Periode der Erregung mit den modifizierten Werten von σ'^{av} , u^{av} und e^{av} , u.s.w. Der Einbau spezieller Randbedingungen sorgte für die Reflexion der Scherwelle an verflüssigten Schichten. Das Bild 8.33 zeigt die Verteilung der Scherdeh-



Bild 8.33: Berechnung eines Erdbebens mit einer Verschiebungsamplitude $u^{\text{ampl}} = 1 \text{ cm}$ in der Tiefe z = 100 m: Ausbreitung der Scherwelle, Dehnungsamplituden γ^{ampl} und Tiefenprofil des Porenwasserüberdruckes u nach Niemunis et al. [113, 114]

nung γ , der Scherdehnungsamplitude γ^{ampl} und des Porenwasserüberdruckes u^{av} mit der Tiefe z für bestimmte Anzahlen N der berechneten Periodendauern T. Hinsichtlich der Details der Berechnungen sei auf [113] bzw. den zugehörigen Vortrag [114] verwiesen. Eine Validierung der Rechnungen anhand von in-situ Messungen steht noch aus. Kritisch anzumerken ist, dass für die Scherdehnungsamplitude zumeist $\gamma^{\text{ampl}} > 10^{-3}$ gilt (Bild 8.33). Die Amplituden liegen damit in einem Bereich, der z.Z. mit Ausnahme der Versuche im Abschnitt 5.2.1.2 experimentell kaum abgesichert ist.

Kapitel 9

Bestimmung der historiotropen Variable g_0^A in situ

Im Abschnitt 5.2.6 wurde gezeigt, dass die Akkumulationsrate nicht nur von den Zustandsgrößen Porenzahl und Spannung, sondern auch von der historiotropen Variable g_0^A (auch als "zyklische Vorbelastung" bezeichnet), d.h. von der Struktur des Korngerüstes (Anordnung der Kontakte, Orientierung der Kontaktnormalen, räumliche Spannungsfluktuation) abhängt. Im Labor wird (abhängig von der Probenpräparationsmethode) eine bestimmte Anfangsstruktur des Korngerüstes erzeugt, welche durch die weitere zyklische Belastung verändert wird. Die im Labor gemessenen Akkumulationsraten korrespondieren zu dieser speziellen Anfangsstruktur.

Die Struktur des Korngerüstes eines nichtbindigen Bodens in situ ergibt sich aus der Sedimentation und der anschließenden zyklischen oder monotonen Belastungsgeschichte. Eine zyklische Vorbelastung kann z.B. aus seismischer Aktivität, aus der Sedimentation und Erosion überlagerter Schichten oder aus oszillierenden Grundwasserständen resultieren. Alterungsphänomene können zu einer Veränderung der Kornkontakte führen (z.B. Zementierung, Verbesserung der Verzahnung). Die Struktur des Bodens in situ ist i.Allg. unbekannt und nicht direkt zu messen.

Struktureffekte werden in dem im Kapitel 7 vorgestellten Akkumulationsmodell in der skalaren historiotropen Variable g^A zusammengefasst. Für die frisch gerieselten Proben im Labor gilt der Anfangswert $g_0^A = 0$. Für einen in-situ-Boden ist dies i.d.R. nicht der Fall. Für eine Akkumulationsprognose wird daher neben der Porenzahl und der Spannung auch der Anfangswert g_0^A benötigt. Da es sich bei g^A um eine phänomenologische Variable handelt, kann sie nicht direkt gemessen werden, sondern ist mit Hilfe von Korrelationen zu ermitteln. Im Rahmen dieser Arbeit wurde eine mögliche Korrelation von g_0^A mit P- und S-Wellengeschwindigkeiten untersucht und auf Basis der im Abschnitt 9.1 präsentierten Experimente verworfen. Desweiteren wurde eine Korrelation zwischen g_0^A und dem Verflüssigungswiderstand aufgestellt (Abschnitt 9.2). Die praktische Anwendbarkeit dieser Korrelation ist noch näher zu untersuchen. Weitere Ideen zur Bestimmung von g_0^A enthält der Abschnitt 9.3.

9.1 Korrelation der Historiotropie mit bodendynamischen Kenngrößen

9.1.1 Motivation

Die Messung von Wellengeschwindigkeiten in Laborproben wurde bereits in den Abschnitten 3.3 und 4.1.4 thematisiert. In situ können Wellengeschwindigkeiten mit Hilfe seismischer Messungen (z.B. cross-hole Messungen) bestimmt werden. Die Idee war, aus den in-situ-Messungen der Wellengeschwindigkeiten Informationen über die historiotrope Variable g_0^A zu gewinnen.

Uber einen Anstieg der mit der S-Wellengeschwindigkeit korrelierten Sekantenschubsteifigkeit bei kleinen Dehnungen bei nichtbindigen Böden infolge einer zyklischen Belastung wurde in der Literatur berichtet. So zeigt das Bild 9.1 RC-Versuche an Hohlzylinderproben von Drnevich & Richart [27], in denen $2, 2 \cdot 10^7$ Dehnungszyklen einen Anstieg der Schubsteifigkeit $G_{\text{hyst},0}$ auf bis zu 300 % des Wertes der frisch gerieselten Probe verursachten. Auf einen Anstieg von $G_{\text{hyst},0}$ infolge einer zyklischen Belastung wiesen auch Richart [127] und Shen et al. [148] hin. Allerdings wurde im Widerspruch hierzu von einer Reihe von anderen Forschern berichtet, dass die Sekantensteifigkeit bei kleinen Dehnungen durch eine zyklische Belastung bzw. die Struktur des Korngerüstes (Probenpräparationsmethode) nur unwesentlich beeinflusst wird (Alarcon-Guzman et al. [4], Tatsuoka et al. [157], Lo Presti et al. [90], Teachavoransinskun et al. [159], Li & Yang [88]). Eine Diskussion dieser widersprüchlichen Veröffentlichungen kann bei Wichtmann & Triantafyllidis [183] nachgelesen werden.

Mikromechanische Überlegungen sprechen für einen Anstieg der dynamischen Steifigkeit infolge einer regelmäßigen zyklischen Belastung. Dieser Zuwachs kann - wie im folgenden gezeigt - aus einer Veränderung der Geometrie der Kornkontakte oder aus einem Abbau der räumlichen Spannungsfluktuation resultieren. Die Steifigkeit E und die elastische Energie W_e eines elastischen Kontaktes zweier idealer Kugeln mit gleichem Radius





Bild 9.1: Anstieg der Schubsteifigkeit von $G_{hyst,0}$ infolge einer dynamischen Torsionsbelastung, RC-Versuche nach Drnevich & Richart [27]

Bild 9.2: Steifigkeiten nach Hertz (Kontakt Kugel - Kugel) und Goddard (Kontakt Konus - Kugel) im Vergleich

R unter der axialen Kraft F wurden von Hertz [51] hergeleitet:

$$E = \frac{3}{2} \left[\frac{2\bar{G}}{3(1-\bar{\nu})} \right]^{\frac{2}{3}} \sigma^{\frac{1}{3}}$$
(9.1)

$$W_e = \frac{4^{\frac{8}{3}}}{5} \left[\frac{3(1-\bar{\nu})}{8\bar{G}}\right]^{\frac{2}{3}} R^{\frac{4}{3}} \sigma^{\frac{5}{3}}$$
(9.2)

mit dem Schubmodul \bar{G} und der Poissonzahl $\bar{\nu}$ des Kugelmaterials. Für eine einfache Kugelpackung ist $\sigma = F/D^2$ die Spannung in axialer Richtung. Goddard [33] gibt Formeln für die Steifigkeit und die Energie des Kontakts einer Kugel mit einem Konus (Neigungswinkel α , siehe Bild 9.2) an:

$$E = \left(\frac{\bar{G}}{1-\bar{\nu}}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{6}{\pi\alpha}\right)^{\frac{1}{2}} \sigma^{\frac{1}{2}}$$
(9.3)

$$W_e = \frac{4^{\frac{3}{2}}}{3} \left[\frac{3(1-\bar{\nu})}{8\bar{G}} \right]^{\frac{1}{2}} (\pi\alpha)^{\frac{1}{2}} R^3 \sigma^{\frac{3}{2}}$$
(9.4)

Die Gleichung (9.3) wird von Goddard als gültig angenommen für Spannungen σ , die einen Übergangsdruck σ^* nicht überschreiten. σ^* kann durch Gleichsetzen der Gleichungen (9.1) und (9.3) ermittelt werden und ist stark abhängig von α :

$$\sigma^* = \frac{1}{96} \frac{\bar{G}}{1 - \bar{\nu}} \pi^3 \alpha^3 \tag{9.5}$$

Für $\sigma > \sigma^*$ gilt Gleichung (9.1). Dieser Zusammenhang ist schematisch in Bild 9.2 dargestellt. Die Gerade F'-F resultiert aus Gleichung (9.1) und S'-S korrespondiert zu Gleichung (9.3). Goddard betrachtet das Bild 9.2 als eine Art "thermodynamisches" Phasendiagramm, wobei die Kurve F'-F (Kontakt Kugel - Kugel) eine stabile und die Kurve S'-S (Kontakt Konus - Kugel) eine metastabile Phase repräsentiert. Eine Vibration des Korngerüstes könnte dazu führen, dass aufgrund von Abrasion oder einer Re-Orientierung der Körner "weiche" Kontakte vom Typ Konus - Kugel durch steifere und stabilere Hertz-Kontakte ersetzt werden (siehe vertikaler Pfeil in Bild 9.2).

Ein Steifigkeitsanstieg ist auch infolge eines Abbaus der räumlichen Spannungsfluktuation zu erwarten, wie das einfache Beispiel mit vier idealen Kugeln in Bild 9.3 (nach Triantafyllidis & Niemunis [165]) verdeutlicht. Im Fall I wird die gesamte externe Kraft 2F von einer Kornsäule abgetragen, im Fall II wird sie zu gleichen Teilen auf die beiden Kornsäulen verteilt. Bei Annahme von Hertz-Kontakten gilt für das Verhältnis der Steifigkeiten $E_{II}/E_I = 2^{\frac{2}{3}} = 1,58$ und für die elastischen Energien $W_{eII}/W_{eI} = 2^{-\frac{2}{3}} = 0,63$. Nimmt man an, dass das Korngerüst einen Zustand mit minimaler Energie anstrebt, sollte eine zyklische Belastung den Spannungsabtrag homogenisieren und damit zu einer höheren Steifigkeit führen. Eine ausführlichere Studie zur Energie des Kornhaufens bei unterschiedlichen Spannungsfluktuationen mit dem "q-Modell" von Coppersmith [24] wurde von Triantafyllidis & Niemunis [165] dokumentiert. Kritisch anzumerken ist, dass in zyklischen Ödometerversuchen mit Aufzeichnung von Kornabdrücken am Fuß der Probe mit Hilfe einer Druckmessfolie eine Homogenisierung des Spannungsabtrags infolge zyklischer Belastung nicht nachgewiesen werden konnte (Humme [59]).



Bild 9.3: Anstieg der Steifigkeit und Abnahme der elastischen Energie infolge einer Homogenisierung des Spannungsabtrags (Abbau der Spannungsfluktuation)

9.1.2 Versuche

Eine mögliche Korrelation der historiotropen Variable mit bodendynamischen Kenngrößen wurde in mehreren Versuchsreihen untersucht. Es wurden RC-Versuche an zyklisch vorbelasteten Proben sowie zyklische Triaxialversuche mit einer Messung der P- und S-Wellengeschwindigkeiten durchgeführt.

9.1.2.1 RC-Versuche an axial zyklisch vorbelasteten Proben

In einer ersten Versuchsreihe (Wichtmann [175]) wurden Proben eines Feinsandes ($d_{50} = 0,12 \text{ mm}, U = d_{60}/d_{10} = 1,6$) in einer Lastpresse (Bild 9.4) axial zyklisch vorbelastet. Bei einer durch ein Vakuum erzeugten Seitenspannung von $\sigma_3 = 65$ kPa oszillierte die Deviatorspannung zwischen $q^{\min} = 0$ und $q^{\max} = 130$ kPa. Die resultierenden Dehnungsamplituden betrugen $\varepsilon_1^{\text{ampl}} \approx 7 \cdot 10^{-4}$. Variiert wurde die Anzahl der Vorbelastungszyklen. Nach der Vorbelastung wurden die Proben in das RC-Gerät eingebaut und unter einem mittleren Druck von p = 100 kPa erfolgte die Messung der Verläufe $G_{\text{hyst}}(\gamma^{\text{ampl}})$ und $D(\gamma^{\text{ampl}})$. Das Bild 9.4 vergleicht die Schubsteifigkeiten $G_{\text{hyst},0}$ der vorbelasteten und der nicht vorbelasten Proben. Trotz einiger Streuungen konnte keine klare Korrelation zwischen der zyklischen Vorbelastung und $G_{\text{hyst},0}$ festgestellt werden. Auch die Verläufe $G_{\text{hyst}}(\gamma^{\text{ampl}})/G_{\text{hyst},0}$ und $D(\gamma^{\text{ampl}})$ zeigten keinerlei Beeinflussung durch die zyklische Vorbelastung [175].



Bild 9.4: Schubmodul $G_{hyst,0}$ nach axialer zyklischer Vorbelastung

Nach Abschluss dieser Versuchsserie stellte sich die Frage, ob die Polarisation der Testwelle im Vergleich zur Polarisation der Vorbelastung eine Rolle spielt. In den im Bild 9.4 dargestellten Versuchen wurden die Proben in axialer Richtung vorbelastet, während die im RC-Gerät gemessene Scherwelle horizontal polarisiert ist. In den nächsten Versuchsreihen wurde daher getestet, ob die Historiotropie besser mit einer gleich polarisierten Testwelle korreliert.

9.1.2.2 RC-Versuche mit dynamischer Torsionsvorbelastung (kleine Amplituden)

In einer zweiten Versuchsreihe wurden Proben mit einem vollen Querschnitt im RC-Gerät mit einer dynamischen Torsion vorbelastet. Die Richtung der Vorbelastung und die Polarisation der Testwelle waren in diesen Versuchen identisch. Die Scherdehnungsamplitude wurde auf den Wert $\gamma_{\text{prestrain}}^{\text{ampl}}$ erhöht (Bild 9.5) und eine definierte Anzahl von Dehnungszyklen wurde aufgebracht. Nach bestimmten Zyklenanzahlen erfolgte eine temporäre Reduktion der Amplitude auf $\gamma^{\text{ampl}} \approx 10^{-6}$, um den Schubmodul $G_{\text{hyst},0}$ zu messen. Nach dem Erreichen der maximalen Zyklenanzahl des Versuches und der Messung von $G_{\text{hyst},0}$ wurden die Verläufe $G_{\text{hyst}}(\gamma^{\text{ampl}})$ und $D(\gamma^{\text{ampl}})$ auch über $\gamma_{\text{prestrain}}^{\text{ampl}}$ hinaus ermittelt.



Bild 9.5: Anomalien in den Verläufen a) $G_{hyst}(\gamma^{ampl})$ und b) $D(\gamma^{ampl})$ an der Stelle $\gamma^{ampl}_{prestrain} = 10^{-4}$ infolge dynamischer Torsionsvorbelastung, Versuch mit $N_{prestrain} = 3 \cdot 10^{6}$, $I_{D0} = 0,64$ und p = 200 kPa

Bild 9.5 zeigt exemplarisch anhand eines Versuches, dass der Schubmodul $G_{\rm hyst,0}$ nach der ersten Reduktion der Scherdehnungsamplitude auf $\gamma^{\rm ampl} \approx 10^{-6}$ leicht unterhalb des Ausgangswertes der frisch gerieselten Probe lag. Während der folgenden $N_{\rm prestrain} = 3 \cdot 10^6$ Zyklen blieb $G_{\rm hyst,0}$ nahezu konstant. Dies bestätigt auch Bild 9.6 für Versuche an Fein- und Mittelsand mit unterschiedlichen maximalen Zyklenanzahlen $N_{\rm prestrain}$. Die nach Abschluss der Vorbelastung gemessenen Verläufe $G_{\rm hyst}(\gamma^{\rm ampl})$ und $D(\gamma^{\rm ampl})$ weisen an der Stelle $\gamma_{\text{prestrain}}^{\text{ampl}}$ eine Anomalie in Form einer Ausbeulung (Plateaubildung) auf (Bild 9.5). Ähnliche Versuchsergebnisse wurden bereits von Li et al. [88, 87, 86] berichtet. Von Schanzmann [136] (siehe auch Wichtmann et al. [179]) wurde eine Methode zur Quantifizierung dieser Anomalien vorgeschlagen und nachgewiesen, dass die Größe der Plateaus mit der Intensität der Vorbelastung, d.h. mit $N_{\text{prestrain}}$ und $\gamma_{\text{prestrain}}^{\text{ampl}}$ ansteigt. Von Wichtmann et al. [179] wird weiterhin demonstriert, dass im Fall der Aufbringung mehrerer Zyklenpakete mit unterschiedlichen Amplituden $\gamma_{\text{prestrain}}^{\text{ampl}}$ die Reihenfolge der Pakete bezüglich der Ausbildung der Plateaus eine Rolle spielt. Eine Nutzung der Korrelation der zyklischen Vorbelastung mit den Anomalien in den Verläufen $G_{\text{hyst}}(\gamma^{\text{ampl}})$ und $D(\gamma^{\text{ampl}})$ ist jedoch schwierig, da diese Kurven in situ nicht gemessen werden können. Außerdem verwischen Spannungsänderungen diese Zeichen der zyklischen Vorbelastung (Wichtmann & Triantafyllidis [183]).



Bild 9.6: Entwicklung des Schubmoduls $G_{hyst,0}$ mit der Zyklenanzahl infolge einer dynamischen Torsionsvorbelastung im RC-Gerät in Versuchen an a) Feinsand und b) Mittelsand

9.1.2.3 RC-Versuche an zyklisch vortordierten Hohlzylinderproben (große Amplituden)

Die geringen Änderungen von $G_{\text{hyst},0}$ in den im vorangegangenen Abschnitt präsentierten Versuchen könnten auf die geringen Vorbelastungsamplituden $\gamma_{\text{prestrain}}^{\text{ampl}} \leq 10^{-4}$ oder die inhomogene Verteilung der Scherdehnungsamplitude über den Probenquerschnitt zurückzuführen sein. Versuche analog zu denjenigen im Abschnitt 9.1.2.2 mit Hohlzylinderproben (homogenere Verteilung von γ^{ampl} im Probenquerschnitt) zeigten jedoch ähnliche Ergebnisse wie die Versuche an Vollzylinderproben (Wichtmann & Triantafyllidis [183]), so dass ein Einfluss der Homogenität der Verteilung von γ^{ampl} ausgeschlossen werden konnte.

Der Hypothese der zu kleinen Dehnungsamplituden in den bisherigen Versuchen wurde in einer weiteren Versuchsreihe an Hohlzylinderproben nachgegangen. Diese wurden in einer speziellen Vorrichtung (Bild 9.7a) mit großen Amplituden ($10^{-3} \leq \gamma_{\text{prestrain}}^{\text{ampl}} \leq 10^{-2}$),


Bild 9.7: a) Vorrichtung zur Aufbringung einer zyklischen Torsion auf Hohlzylinderproben, b) Entwicklung des Schubmoduls $G_{hyst,0}$ von Hohlzylinderproben infolge einer zyklischen Torsionsvorbelastung mit großen Dehnungsamplituden

einer Belastungsfrequenz $f_B = 0.5$ Hz und unterschiedlichen Zyklenanzahlen $N_{\text{prestrain}}$ zyklisch vortordiert und anschließend im RC-Gerät getestet. Das Bild 9.7b zeigt exemplarisch für die Versuche mit $\gamma_{\text{prestrain}}^{\text{ampl}} = 5 \cdot 10^{-3}$ (zu Versuchsergebnissen für andere Amplituden siehe Wichtmann & Triantafyllidis [183]), dass die zyklische Vorbelastung den Schubmodul $G_{\text{hyst},0}$ trotz der großen Dehnungsamplitude nur moderat verändert. Die mit $N_{\text{prestrain}} = 100$ vorbelasteten Proben weisen (analog zu den Bildern 9.5 und 9.6) einen im Vergleich zu den unvorbelasteten Proben leicht verringerten Schubmodul auf. Mit zunehmender Zyklenanzahl $N_{\text{prestrain}}$ steigen die Werte von $G_{\text{hyst},0}$ und liegen für $N_{\text{prestrain}} = 50.000$ oberhalb der Messwerte der unvorbelasteten Proben. Allerdings beträgt dieser Zuwachs der Schubsteifigkeit $G_{\text{hyst},0}$ bezogen auf die Steifigkeit der unvorbelasteten Proben maximal 20 %. Die Korrelation der historiotropen Variable mit $G_{\text{hyst},0}$ ist demnach zu schwach, um sie für praktische Zwecke nutzen zu können.

9.1.2.4 Zyklische Triaxialversuche mit Laufzeitmessung von P- und S-Wellen

Neben den RC-Versuchen wurden auch zyklische Triaxialversuche mit σ_3 = konstant durchgeführt, in denen die Oszillation der axialen Spannung σ_1 nach bestimmten Zyklenanzahlen unterbrochen wurde, um die Kompressions- und Scherwellengeschwindigkeiten bei der mittleren Spannung σ^{av} zu messen. In diesem Fall sind die P-Welle und die zyklische Vorbelastung identisch polarisiert.

Von Versuch zu Versuch wurden die mittlere Spannung σ^{av} , die Spannungsamplitude q^{ampl}



Bild 9.8: Entwicklung der porenzahlbereinigten Steifigkeiten E_{s0} und G_0 mit der Zyklenanzahl in zyklischen Triaxialversuchen mit unterschiedlichen mittleren Spannungszuständen, Amplituden und Anfangslagerungsdichten

und die Anfangslagerungsdichte I_{D0} variiert. Obwohl es teilweise zu einer signifikanten Akkumulation von bleibenden Dehnungen kam (das Bild 9.8a zeigt die axiale Dehnung $\varepsilon_1^{\rm acc}$), waren kaum Veränderungen der Steifigkeiten $E_{s,\rm hyst,0}$ (Bild 9.8b) und $G_{\rm hyst,0}$ (Bild 9.8c) zu beobachten. Die Verläufe in den Bildern 9.8b und 9.8c wurden um den Steifigkeitsanstieg infolge Verdichtung bereinigt, indem mit der Porenzahlfunktion $F(e) = (a - e)^2/(1 + e)$ nach Gleichung (3.5) mit a = 1,46 für $G_{\rm hyst,0}$ und a = 2,36 für $E_{s,\rm hyst,0}$ (Wichtmann & Triantafyllidis [184]) normiert wurde. Die P-Welle ist demnach ebenso insensitiv gegenüber einer zyklischen Vorbelastung wie die S-Welle.

Bei den Messungen der S-Welle fiel sowohl beim Scher- (SP) als auch beim Biegeelement (BE) eine Veränderung der Intensität des Empfängersignals mit der Zyklenanzahl auf, obwohl die Amplitude des Erregerimpulses konstant gehalten wurde. Das Bild 9.9 zeigt exemplarisch die Ergebnisse eines Versuches, in dem die Signalintensität bis $N \approx 1.000$ anstieg und anschließend stark reduziert wurde. Dahingegen blieb die Intensität des Empfängersignals des Kompressionselementes (CE) konstant. Eine ausführlichere Darstellung dieser Thematik findet sich bei Triantafyllidis et al. [166]. Die Reduktion der Signalintensität könnte auf einen Anstieg der Materialdämpfung infolge der zyklischen Belastung zurückzuführen sein, allerdings kann auch eine Änderung der Bettung der piezoelektrischen Elemente in den umliegenden Körnern hierfür verantwortlich sein. Letzteres ist wahr-



scheinlicher, da in den RC-Versuchen (Abschnitte 9.1.2.1 bis 9.1.2.3) keine signifikante Veränderung des Dämpfungsgrades festgestellt werden konnte.

Bild 9.9: Veränderung der Intensität des Empfängersignals mit der Zyklenanzahl bei gleichbleibender Intensität des Geberimpulses in einem zyklischen Triaxialversuch (Messungen mit den Biegelementen)

9.1.3 Beurteilung der Korrelation

Die in den vorangegangenen Abschnitten präsentierten Versuchsergebnisse zeigen, dass eine Korrelation der historiotropen Variable mit den dynamischen Bodenkenngrößen, insbesondere den Wellengeschwindigkeiten bzw. den daraus ableitbaren dynamischen Steifigkeiten, nicht vorhanden oder zumindest für praktische Zwecke nicht deutlich genug ist. Insofern wurden die Versuche von Drnevich & Richart [27] widerlegt, und auch die theoretischen, mikromechanischen Überlegungen (Abschnitt 9.1.1) konnten nicht bestätigt werden. Weiterhin ist eine Korrelation der zyklischen Vorbelastung mit der Materialdämpfung eher unwahrscheinlich. Letzteres sollte noch geklärt werden.

9.2 Korrelation der historiotropen Variable mit dem Verflüssigungswiderstand

9.2.1 Motivation

Dass eine zyklische Vorbelastung bzw. die Struktur des Korngerüstes den Verflüssigungswiderstand eines nichtbindigen Bodens beeinflusst, wurde im Abschnitt 3.2.2.9 gezeigt. Weiterhin existiert in der Literatur eine Vielzahl von Diagrammen, in denen Sondierwiderstände mit dem Verflüssigungswiderstand korreliert werden. Korrelationsdiagramme wie dasjenige im Bild 9.10 nach Robertson & Wride [129] werden auf der Basis von Beobachtungen erstellt, ob in einem Boden während eines Erdbebens einer bestimmten Stärke eine Verflüssigung aufgetreten ist oder nicht. Mit der geschätzten Intensität der zyklischen Belastung τ^{ampl}/p_0 und Sondierwiderständen *vor* dem Erdbeben kann eine Grenzlinie gefunden werden zwischen Kombinationen der Belastung und des Sondierwiderstandes, bei denen es zur Verflüssigung kam bzw. bei denen keine Verflüssigung auftrat. Korrelationsdiagramme wurden z.B. von Seed et al. [141, 140, 139] für SPT-Sondierungen ("standard penetration test") und von Robertson & Campanella [128] und Robertson & Wride [129] für CPT-Sondierungen ("cone penetration test", Drucksondierung) aufgestellt. Weitere Literaturstellen werden von Wichtmann et al. [178] angegeben.



Bild 9.10: Abschätzung des Verflüssigungswiderstandes anhand der Spitzenwiderstände aus CPT-Sondierungen für ein Erdbeben der Stärke 7,5 (= 15 äquivalente Zyklen) nach Robertson & Wride [129]



Bild 9.11: Akkumulationskurven $\varepsilon_v^{acc}(N)$ während der zyklischen Vorbelastung

9.2.2 Versuche

Ziel der im folgenden vorgestellten Versuche war es, eine Korrelation zwischen der historiotropen Variable g^A und dem Verflüssigungswiderstand aufzustellen, um in einem zweiten Schritt Korrelationen zwischen dem Verflüssigungswiderstand und Sondierwiderständen zur Bestimmung von g_0^A in situ nutzen zu können. Es wurden undränierte zyklische Triaxialversuche an Proben durchgeführt, die zuvor dräniert zyklisch vorbelastet wurden. Vier unterschiedliche Intensitäten der zyklischen Vorbelastung (Zyklenanzahl $0 \leq N_{\text{preload}} \leq 100$ und Spannungsamplitude 30 kPa $\leq q_{\text{preload}}^{\text{ampl}} \leq 50$ kPa) wurden getestet (Tabelle 9.1).

Zyklische Vorbelastung	1	2	3	4
$q_{\rm preload}^{\rm ampl}$ [kPa]	-	30	50	50
$N_{\rm preload}$ [-]	0	10	10	100

Tabelle 9.1: Getestete zyklische Vorbelastungen

Die Proben wurden mit Anfangslagerungsdichten $0, 63 \leq I_{D0} \leq 0, 68$ präpariert und unter isotropen Spannungen mit $p_0 = 100$ kPa konsolidiert. Es folgte eine dränierte zyklische Vorbelastung mit $p^{av} = 100$ kPa, $q^{av} = 0$, $\sigma_3 =$ konstant und einer spannungsgesteuerten zyklischen Variation der axialen Spannung. Die Spannungsamplituden $q_{\text{preload}}^{\text{ampl}} = 30$ kPa und $q_{\text{preload}}^{\text{ampl}} = 50$ kPa führten dabei zu Dehnungsamplituden von $\varepsilon^{\text{ampl}} \approx 3, 1 \cdot 10^{-4}$ bzw. $\varepsilon^{\text{ampl}} \approx 5, 8 \cdot 10^{-4}$. Aufgrund des mittleren Spannungszustandes auf der *p*-Achse war die Akkumulation der Dehnungen rein volumetrisch ($\dot{\varepsilon}_q^{\text{acc}} = 0$, siehe Bild 6 in [178]). Typische Akkumulationskurven der volumetrischen Dehnung $\varepsilon_v^{\text{acc}}(N)$ in der Vorbelastungsphase zeigt das Bild 9.11.

Nach dem Aufbringen der dränierten zyklischen Vorbelastung wurde die Dränage der Probe geschlossen und die Testphase der undränierten zyklischen Belastung begann. Bei konstanten totalen seitlichen Spannungen wurde die axiale Spannung mit der Amplitude q^{ampl} zyklisch variiert. Für jede der vier getesteten zyklischen Vorbelastungen wurden mehrere Tests mit unterschiedlichen Amplituden q^{ampl} während der undränierten Belastung durchgeführt. In den Auswertungen werden im folgenden effektive Spannungen durch \sqcup' gekennzeichnet.

Bild 9.12 zeigt den Anstieg des Porenwasserdruckes u während der undränierten zyklischen Belastung in vier Versuchen mit unterschiedlichen zyklischen Vorbelastungen, aber identischen Amplituden $q^{\text{ampl}} = 45$ kPa während der undränierten Belastung. Der Beginn der Verflüssigung (engl. "initial liquefaction") wurde beim ersten Durchlaufen des Zustandes $u = \sigma_3$ und damit $\sigma'_3 = 0$ erreicht. Es folgte eine Phase der zyklischen Mobilität. Eine Zunahme der Intensität der zyklischen Vorbelastung (in der Amplitude oder in der Anzahl der Zyklen) reduzierte die Rate der Porenwasserdruckakkumulation $\dot{u} = \partial u / \partial N$, und demzufolge wurde eine größere Anzahl von Zyklen bis zum Beginn der Verflüssigung benötigt. Die frisch gerieselte Probe erreichte den Zustand $u = \sigma_3$ erstmalig nach ca. 5 Zyklen, während die mit $q_{\text{preload}}^{\text{ampl}} = 30$ kPa und $N_{\text{preload}} = 10$ vorbelastete Probe nach 8 Zyklen verflüssigte. Die Vorbelastung mit $q_{\text{preload}}^{\text{ampl}} = 50$ kPa und $N_{\text{preload}} = 10$ verzögerte den Beginn der Verflüssigung auf 43 Zyklen und im Fall der Vorbelastung mit $q_{\text{preload}}^{\text{ampl}} = 50$ kPa und $N_{\text{preload}} = 100$ wurden 205 Zyklen benötigt.



Bild 9.12: Entwicklung des Porenwasserdruckes u und der effektiven seitlichen Spannung σ_3' während der undränierten zyklischen Belastung in vier Versuchen an Proben mit unterschiedlichen zyklischen Vorbelastungen (alle Versuche: $q^{\text{ampl}} = 45 \text{ kPa}$)

Während die Amplitude der axialen Dehnung $\varepsilon_1^{\text{ampl}}$ in den ersten Zyklen klein blieb, stieg sie während des Zyklus, in dem erstmals $u = \sigma_3$ erreicht wurde, stark an (Bild 9.13). Anschließend nahm $\varepsilon_1^{\text{ampl}}$ mit jedem weiteren Zyklus zu, wobei die Dehnungszyklen näherungsweise symmetrisch zu $\varepsilon_1 = 0$ verliefen (d.h. im jeweiligen Zyklus galt $|\varepsilon_1^{\text{min}}| \approx |\varepsilon_1^{\text{max}}|$). Aus Bild 9.13 wird deutlich, dass unabhängig von der zyklischen Vorbelastung eine sog. *vollständige* Verflüssigung (engl. "full liquefaction", hier definiert als Zeitpunkt des Erreichens einer doppelten Amplitude der axialen Dehnung von $2\varepsilon_1^{\text{ampl}} = 10$ %) und das Versagen der Probe innerhalb von vier oder fünf Zyklen nach dem erstmaligen Erreichen von $u = \sigma_3$ eintraten. Die Proben versagten stets auf der Extensionsseite der *p-q*-Ebene.



Bild 9.13: Entwicklung der axialen Dehnung ε_1 während der undränierten zyklischen Belastung in vier Versuchen an Proben mit unterschiedlichen zyklischen Vorbelastungen (alle Versuche: $q^{\text{ampl}} = 45 \text{ kPa}$)

Bild 9.14 präsentiert die q- ε_1 -Hysteresen, und die effektiven Spannungspfade in der p-q-Ebene sind dem Bild 9.15 zu entnehmen. Abgesehen von der Tatsache, dass die zyklische Vorbelastung die Anzahl der zur Verflüssigung benötigten Zyklen erhöht, konnten keine prinzipiellen Unterschiede der Form der Hysteresen oder des Verlaufes des Spannungspfades festgestellt werden. Ähnliche Spannungspfade und Hysteresen in zyklischen undränier-



ten Triaxialversuchen wurden auch von anderen Autoren (u.a. Hyodo et al. [61, 62, 60]) beobachtet.

Bild 9.14: Spannungs-Dehnungs-Hysteresen für unterschiedliche Zyklenanzahlen N während der undränierten zyklischen Belastung in vier Versuchen an Proben mit unterschiedlichen zyklischen Vorbelastungen (alle Versuche: $q^{ampl} = 45$ kPa)

Im Bild 9.16 wurde für jeden Versuch das Amplitudenverhältnis $CSR = q^{\text{ampl}}/(2p_0)$ über der bis zur vollständigen Verflüssigung ($2\varepsilon_1^{\text{ampl}} = 10$ %) benötigten Zyklenanzahl N aufgetragen. Für eine bestimmte zyklische Vorbelastung ist aus Bild 9.16 leicht ersichtlich, dass größere Spannungsamplituden q^{ampl} in der undränierten Testphase eine schnellere Verflüssigung der Proben bewirken. Die zyklische Vorbelastung führt im Bild 9.16 zu einer Verschiebung der Kurven CSR(N) nach "rechts oben", d.h. zu einer signifikanten Vergrößerung des Verflüssigungswiderstandes. Für die frisch gerieselte und nicht vorbelastete Probe wird die vollständige Verflüssigung in 15 Zyklen (Erdbebenstärke M = 7,5) mit einem Amplitudenverhältnis $CSR_{N=15} = 0,189$ erreicht. Für die zyklischen Vorbelastungen 2, 3 und 4 beträgt dieser Wert $CSR_{N=15} = 0,208$, $CSR_{N=15} = 0,259$ bzw.



Bild 9.15: Spannungspfade in der p-q-Ebene während der undränierten zyklischen Belastung in vier Versuchen an Proben mit unterschiedlichen zyklischen Vorbelastungen (alle Versuche: $q^{ampl} = 45 \text{ kPa}$)

 $CSR_{N=15} = 0,295.$

Die historiotrope Variable g_0^A wurde entsprechend Gleichung (5.16) für die unterschiedlichen zyklischen Vorbelastungen berechnet und im Bild 9.17 ist das Amplitudenverhältnis $CSR_{N=15}$ über g_0^A dargestellt. $CSR_{N=15}$ steigt mit g_0^A entsprechend der Gleichung

$$CSR_{N=15} = CSR_{N=15,0} \left[1 + C_{g1} \ln \left(1 + C_{g2} \ g_0^A \right) \right]$$
(9.6)

mit den Materialkonstanten $C_{g1} = 0.46$ und $C_{g2} = 51.6$. $CSR_{N=15,0} = 0.189$ ist das





Bild 9.16: Beziehung zwischen dem Amplitudenverhältnis $CSR = q^{\text{ampl}}/(2p_c)$ und der Zyklenanzahl N bis zur vollständigen Verflüssigung ($2\varepsilon_1^{\text{ampl}} = 10\%$) für die unterschiedlichen zyklischen Vorbelastungen

Bild 9.17: Amplitudenverhältnis $CSR_{N=15}$ zur Erzeugung einer vollständigen Verflüssigung in 15 Zyklen als Funktion der historiotropen Variable g_0^A

Amplitudenverhältnis für den Referenzzustand $g_0^A = 0$ und eine mittlere Porenzahl der Versuche $e_{\text{ref}} = 0,681$ ($I_D = 0,65$).

9.2.3 Praktische Anwendung der Korrelation

Eine praktische Anwendung der Korrelation zwischen g_0^A und dem Verflüssigungswiderstand könnte folgendermaßen erfolgen. Aus dem Profil des Spitzendruckes bzw. der Schlagzahl mit der Tiefe aus SPT- oder CPT-Sondierungen wird mit Hilfe einer Korrelation, wie sie im im Bild 9.10 dargestellt ist, ein Tiefenprofil $CSR_{N=15}(z)$ erstellt. Ein Beispiel eines solchen Profils zeigt das Bild 9.18. Falls - wie es in Regionen mit geringer oder keiner seismischen Aktivität zumeist der Fall sein wird - Korrelationsdiagramme zwischen Sondierwiderständen und $CSR_{N=15}$ nicht existieren, ist eine für die vorhandene Kornverteilungskurve geeignete Korrelation aus der Literatur heranzuziehen.

Aus wenigen Versuchen an gestörten Proben ist eine Kurve CSR(N) analog zur Kurve 1 der nicht vorbelasteten Proben im Bild 9.16 zu erstellen und $CSR_{N=15,0}$ zu ermitteln. Die Versuche sollten mit der in-situ vorhandenen Lagerungsdichte durchgeführt werden. Falls diese jedoch räumlich stark streut, kann es sinnvoller sein, $CSR_{N=15,0}$ für eine konstante Referenzporenzahl e_{ref} zu ermitteln und eine Porenzahlfunktion f(e) mit f(e) = 1 für $e = e_{ref}$ einzuführen. Ob hierfür die in dränierten Versuchen ermittelte Gleichung (5.8) angesetzt werden kann, ist noch zu prüfen. Aus den Daten undränierter Versuche von Seed & Lee [143] ergibt sich z.B. $f(e) = 1 + e_{ref} - e$ (Bild 9.19). Unter der Annahme der



Bild 9.18: Beispiel eines Profils $CSR_{N=15}(z)$ nach Robertson & Campanella [128]

Bild 9.19: $CSR_{N=15}$ als Funktion der Porenzahl e nach Seed & Lee [143]

Gültigkeit von Gleichung (9.6) unabhängig von der Korncharakteristik des Sandes (was ebenfalls noch zu überprüfen ist), kann der Anfangswert g_0^A aus

$$g_0^A(z) = \frac{1}{C_{g2}} \left\{ \exp\left[\frac{1}{C_{g1}} \left(\frac{CSR_{N=15}(z)}{CSR_{N=15,0} f(e)} - 1\right)\right] - 1 \right\}$$
(9.7)

erhalten werden. Gleichung (9.7) vernachlässigt (wie auch Seed & Lee [143]) den Einfluss der Spannung auf den Verflüssigungswiderstand. Sondierwiderstände steigen auch durch eine Alterung des Bodens. Nach der oben beschriebenen Vorgehensweise werden Alterungseffekte äquivalent zu einer zyklischen Vorbelastung behandelt, was sich jedoch mit der Abnahme der Akkumulationsrate durch die Alterung des Bodens (Abschnitt 3.2.2.11) rechtfertigen lässt. Als weiteres Problem der vorgeschlagenen Methode kommt hinzu, dass das Tiefenprofil der Lagerungsdichte $I_D(z)$ nicht über Korrelationen der Sondierwiderstände mit I_D ermittelt werden kann (siehe z.B. Beiblatt 1 zu DIN 4094), da der Vorgehensweise die Annahme zugrunde liegt, dass die Sondierwiderstände nicht nur von der Lagerungsdichte, sondern auch von der zyklischen und monotonen Vorbelastung des Bodens abhängen. Denkbar wäre hier eine Bestimmung von I_D mit Hilfe von Probenentnahmen.

In Anbetracht der beschriebenen Nachteile bzw. Ungeklärtheiten der vorgeschlagenen Vorgehensweise besteht hinsichtlich einer praktischen Anwendung noch Forschungsbedarf.

9.3 Bestimmung der historiotropen Variable mit Probebelastungen

Eine Bestimmung der historiotropen Variable g_0^A des in-situ Bodens ist auch mit Hilfe von Probebelastungen an der Geländeoberfläche denkbar. Quasi-statische zyklische Belastungen besitzen nur eine relativ geringe Tiefenwirkung. Dynamische Probebelastungen sind den quasi-statischen Belastungen vorzuziehen, da sie zu einer Wellenausbreitung im Boden und damit zu einer zyklischen Scherung auch tieferliegender Schichten führen. Diskutiert wurde von Triantafyllidis et al. [164] z.B. eine dynamische Probebelastung mit einem Rüttler (Bild 9.20a) auf einem provisorischen Fundament. Praktikabler und ökonomisch sinnvoller ist jedoch ein ortsvariables Gerät. So zeigt das Bild 9.20b ein am Institut bereits vorhandenes Versuchsgerät, bei dem eine wiederholte impulsartige Belastung des Baugrundes durch das Anheben und Fallenlassen eines Gewichtes erreicht wird. Das Gerät befindet sich momentan in der Testphase. Sowohl beim Rüttler als auch bei der Probebelastung mit einem Fallgewicht ist die Setzungsamplitude (z.B. mit Beschleunigungsaufnehmern) und die Entwicklung der Setzung mit der Zyklenanzahl zu messen (z.B. berührungslos mit geodätischen Methoden oder mit einem Rost mit Wegaufnehmern). Bei bekannten Zustandsgrößen und Materialkonstanten des Bodens kann aus einer FE-Berechnung des Randwertproblems der Probebelastung auf g_0^A zurückgeschlossen werden. Evtl. sind auch direkt Korrelationsdiagramme zwischen der Rate der Setzungsakkumulation in der Probebelastung und g_0^A aufstellbar. In jedem Fall ist die Rolle des Grundwassers noch näher zu untersuchen, da die Kapillarität im Bereich oberhalb des GW-Spiegels die Akkumulationsrate reduziert und die durch die dynamische Belastung erzeugte Welle am GW-Spiegel reflektiert.

Probebelastungen an der Geländeoberfläche können aufgrund ihrer begrenzten Tiefenwirkung die historiotrope Variable nur für die oberen Schichten liefern. Zur Zeit liegen keine Informationen darüber vor, wie stark g_0^A mit der Tiefe z variiert. Bei großen Unterschieden über die Tiefe ist insbesondere zur Erstellung von Setzungsprognosen für zyklisch belastetete Tiefgründungen ein Profil $g_0^A(z)$ erstrebenswert. Solch ein Profil könnte aus zyklischen Pressiometersondierungen gewonnen werden, welche kürzlich von Dupla & Canou [28] in einem verkleinerten Maßstab in einer Kalibrationskammer durchgeführt wurden. Das Prinzip des auf Ménard zurückgehenden Pressiometers beruht auf der seitlichen Aufweitung eines zylindrischen Hohlraums im Boden über eine bestimmte Tiefe. Üblich ist die Anwendung von Pressiometersondierungen mit monotoner Hohlraumweitung zur Bestimmung des Spannungs-Verformungs-Verhaltens (Bestimmung der Steifigkeit aus der sog. Arbeitslinie) und der Grenztragfähigkeit des Bodens. Mit Theorien der Hohlraumaufweitung lassen sich Pressiometertests auch gut interpretieren (z.B. Baguelin et al. [6],



Bild 9.20: Bestimmung der historiotropen Variable g_0^A mit einer dynamischen Probebelastung: a) mit Hilfe eines Rüttlers, b) mit Hilfe einer Fallplatte

Hughes et al. [58], Cudmani [25]). Die zyklische Belastung eines zylindrischen Hohlraumes ohne Dränage wurde experimentell bereits von Schwab & Dormieux [137] untersucht.

Dupla & Canou [28] maßen in Versuchen mit unterschiedlichen Anfangslagerungsdichten und langsamen, dränierten Zyklen die Entwicklung der volumetrischen Dehnung des Hohlraums $\varepsilon_{v,\text{cav}}^{\text{acc}}$ ("cav" steht für engl. "cavity") mit der Zyklenanzahl N. Das Bild 9.21a zeigt einen typischen Verlauf $\varepsilon_{v,\text{cav}}^{\text{acc}}(N)$. Weiterhin wurden in undränierten zyklischen Triaxialversuchen am selben Sand ähnliche Anfangslagerungsdichten getestet, so dass für unterschiedliche Spannungsamplituden eine Korrelation zwischen der zur Verflüssigung benötigten Zyklenanzahl und der Hohlraumaufweitung $\varepsilon_{v,\text{cav}}^{\text{acc}}(N = 50)$ nach 50 Zyklen aufgestellt werden konnte (Bild 9.21b).

Denkbar ist die Erstellung von Korrelationsdiagrammen zwischen der Hohlraumaufweitung in einer bestimmten Anzahl von Lastzyklen mit einer festgelegten Druckamplitude und der historiotropen Variable g_0^A . Solche Korrelationen müssten für verschiedene Kornverteilungskurven, Lagerungsdichten und Spannungen erstellt werden. Bei der Sondierung in-situ würde dann ein Hohlraum in verschiedenen Tiefen (z.B. in einem Abstand von 1 m) zyklisch aufgeweitet und mit Hilfe der Korrelationen ein Profil $g_0^A(z)$ erhalten.

Es ist jedoch auch zu prüfen, in welcher Entfernung von der Sonde der Boden durch das Einbringen der Sonde gestört wird, wie groß die Reichweite der zyklischen Hohlraumaufweitung ist und wie stark sich die Veränderung der Struktur des Korngerüstes im Nahbereich der Sonde auf den Akkumulationsverlauf auswirkt. Bei schlecht dränierenden Böden, d.h. Böden mit einer geringen Durchlässigkeit, wäre es sehr langwierig, die Konsolidierung abzuwarten. In diesem Fall kann die Belastung schnell und damit teildräniert oder nahezu undräniert durchgeführt werden, wenn an der Sonde mit entsprechenden



Bild 9.21: Zyklische Pressiometertests nach Dupla & Canou [28]: a) Zunahme der Hohlraumaufweitung $\varepsilon_{v,cav}^{acc}$ mit der Zyklenanzahl N, b) Korrelation von $\varepsilon_{v,cav}^{acc}$ (N = 50) mit der Zyklenanzahl bis zur Verflüssigung in undränierten zyklischen Triaxialversuchen

Messgebern der Aufbau des Porenwasserdruckes gemessen wird. Als Maß für die volumetrische Akkumulation kann die Summe der Effekte aus dem Porenwasserüberdruck und der Aufweitung $\varepsilon_{v,\text{cav}}^{\text{acc}}$ berücksichtigt werden.

Kapitel 10

Zusammenfassung und Ausblick

10.1 Zusammenfassung

Zyklische Belastungen führen im Boden oft zu einer Akkumulation von bleibenden Verformungen. Hierdurch entstehen Setzungsdifferenzen oder Schiefstellungen, die die Gebrauchstauglichkeit einer Gründung gefährden können. Eine Prognose ist daher erstrebenswert. Für solche Prognosen wurde in Bochum ein explizites Akkumulationsmodell entwickelt, welches auf einer Vielzahl zyklischer Triaxialversuche sowie zyklischer multidimensionaler Einfachscherversuche mit Sand basiert.

Die wesentlichen Erkenntnisse der Laborversuche mit zylindrischer Kompression bzw. Extension hinsichtlich der Akkumulationsrichtung ("zyklische Fließrichtung") $\varepsilon_v^{\rm acc}/\varepsilon_q^{\rm acc}$ waren:

- Die Akkumulationsrichtung hängt nahezu ausschließlich vom mittleren Spannungsverhältnis $\eta^{\mathrm{av}} = q^{\mathrm{av}}/p^{\mathrm{av}}$ ab. Bei einer isotropen mittleren Spannung ($\eta^{\mathrm{av}} = 0$) findet eine rein volumetrische Akkumulation ($\dot{\varepsilon}_q^{\mathrm{acc}} = 0$) statt, während auf den kritischen Grenzgeraden im Kompressions- ($\eta^{\mathrm{av}} = M_c(\varphi_c)$) und Extensionsbereich ($\eta^{\mathrm{av}} = M_e(\varphi_c)$) der *p*-*q*-Ebene nur deviatorische Dehnungen akkumulieren ($\dot{\varepsilon}_v^{\mathrm{acc}} = 0$). Bei mittleren Spannungen, welche in der *p*-*q*-Ebene zwischen den beiden kritischen Grenzgeraden liegen, wird das Material durch kleine Zyklen verdichtet, während für Spannungszustände mit $\eta^{\mathrm{av}} < M_e(\varphi_c)$ und $\eta^{\mathrm{av}} > M_c(\varphi_c)$ Dilatanz zu beobachten war.
- Keinen Einfluss auf die Akkumulationsrichtung besitzen der mittlere Druck p^{av}, die Spannungs- bzw. Dehnungsschleife (Spannweite, Polarisation, Form), die Porenzahl, die Belastungsfrequenz, eine monotone Vorbelastung sowie die Kornverteilungskurve.

- Eine leichte Zunahme des volumetrischen Anteils der Akkumulationsrichtung mit der Zyklenanzahl N wurde gemessen. Gleichzeitig verschob sich die Grenze η^{av}(έ_v^{acc} = 0) mit N in Richtung betragsmäßig größerer Spannungsverhältnisse |η^{av}|.
- Die Akkumulationsrichtung unter zyklischer Belastung lässt sich gut durch die Fließrichtung von Materialmodellen für monotone Belastungen (z.B. mod. Cam-Clay, Hypoplastizität) beschreiben.

In Bezug auf die Akkumulationsintensität $\dot{\varepsilon}^{\text{acc}}$ (bei zylindrischer Kompression bzw. Extension gilt $\dot{\varepsilon}^{\text{acc}} = \sqrt{\dot{\varepsilon}_1^{\text{acc}} + 2\dot{\varepsilon}_3^{\text{acc}}}$) konnte Folgendes festgestellt werden:

- In Triaxialversuchen mit einer konstanten mittleren Spannung, $\sigma_3 =$ konstant und Zyklen der axialen Spannung im Bereich 10 kPa $\leq \sigma_1^{\text{ampl}} \leq 80$ kPa wurde festgestellt, dass die Akkumulationsrate $\dot{\varepsilon}^{\text{acc}}$ bei den resultierenden kleinen Dehnungsamplituden $\varepsilon^{\text{ampl}} < 10^{-3}$ proportional zum Quadrat der Dehnungsamplitude ist, d.h. es gilt $\dot{\varepsilon}^{\text{acc}} \sim (\varepsilon^{\text{ampl}})^2$.
- Versuche mit größeren Dehnungsamplituden zeigten, dass diese quadratische Beziehung bei größeren Dehnungsamplituden $\varepsilon^{\text{ampl}} > 10^{-3}$ ihre Gültigkeit verliert. Dies war dann der Fall, wenn die Spannungszyklen die kritische Grenzgerade überschritten.
- Wird im Triaxialversuch neben σ_1 auch σ_3 zyklisch variiert und oszillieren beide Spannungskomponenten ohne Phasenversatz, so erhält man Spannungspfade entlang einer Geraden mit einer bestimmten Neigung in der *p-q*-Ebene. Bei gleicher Dehnungsamplitude $\varepsilon^{\text{ampl}}$ ist $\dot{\varepsilon}^{\text{acc}}$ unabhängig von der Neigung der Zyklen.
- In Einfachscherversuchen wurde beobachtet, dass kreisförmige Dehnungsschleifen gegenüber eindimensionalen Dehnungszyklen mit gleicher maximaler Spannweite eine in etwa doppelt so große Verdichtung verursachen. Die Form der Dehnungsschleife besitzt demnach einen großen Einfluss auf die Akkumulationsrate.
- Ein Versuch mit einem Wechsel des Umlaufsinns des kreisförmigen Dehnungspfades zeigte hingegen, dass es unbedeutend ist, in welcher Richtung die Dehnungsschleife durchlaufen wird.
- In weiteren Einfachscherversuchen wurde beobachtet, dass plötzliche Änderungen der zyklischen Scherrichtung um 90° zu einem temporären Anstieg der Akkumulationsrate führen.
- Triaxialversuche mit gleichen Spannungen aber unterschiedlichen Anfangsporenzahlen zeigten erwartungsgemäß, dass die Akkumulationsrate mit der Porenzahl e zunimmt. Die Abhängigkeit $\dot{\varepsilon}^{\rm acc}(e)$ kann durch eine hyperbolische Funktion beschrieben werden. Die Nullstelle dieser Funktion entspricht derjenigen Porenzahl, bei der

die Akkumulationsrate verschwindet ($\dot{\varepsilon}^{\rm acc} = 0$). Die Porenzahl $e(\dot{\varepsilon}^{\rm acc} = 0)$ ist kleiner als die minimale Porenzahl e_{\min} aus dem Standardverfahren der DIN 18126.

- Aus Triaxialversuchen mit unterschiedlichen mittleren Drücken p^{av} (bei konstantem Spannungsverhältnis η^{av}) kann geschlossen werden, dass die Akkumulationsrate *ϵ*^{acc} bei gleicher Porenzahl und gleicher Dehnungsamplitude mit p^{av} abnimmt. Die Abhängigkeit *ϵ*^{acc}(p^{av}) lässt sich durch eine exponentielle Funktion approximieren. Allerdings verstärkt sich die Druckabhängigkeit der Akkumulationsrate mit der Zy-klenanzahl N.
- Versuche mit $p^{av} =$ konstant aber unterschiedlichen Spannungsverhältnissen η^{av} zeigten, dass die Akkumulationsrate mit dem Spannungsverhältnis zunimmt. Der Zusammenhang $\dot{\varepsilon}^{acc}(\eta^{av})$ ist durch eine exponentielle Funktion beschreibbar.
- Die Belastungsfrequenz f_B beeinflusst die Akkumulationsrate im getesteten Bereich 0,05 Hz $\leq f_B \leq 2$ Hz nicht.
- Die Zunahme der bleibenden Dehnung mit der Zyklenanzahl N verlief in den Triaxialversuchen an einem Mittel- bis Grobsand bis $N = 10^4$ in etwa proportional zu $\ln(N)$. Für größere Zyklenanzahlen wurden überlogarithmische Verläufe $\varepsilon^{\text{acc}}(N)$ beobachtet, die evtl. auf Abrasionseffekte zurückzuführen sind. Versuche an unterschiedlichen Sanden zeigten, dass die Form der Kurven $\varepsilon^{\text{acc}}(N)$ auch von der Korngrößenverteilungskurve abhängt.
- Bei gleicher Porenzahl e und gleicher mittlerer Spannung σ^{av} werden abhängig von der zyklischen Vorbelastung unterschiedliche Akkumulationsraten gemessen (Historiotropie). Eine starke zyklische Vorbelastung des Bodens reduziert die Akkumulationsrate signifikant. Die Gründe für diese Reduktion sind in einer Veränderung der Struktur des Korngerüstes zu suchen.
- Wird der Boden durch Zyklenpakete mit unterschiedlichen Amplituden (aber mit konstanter Polarisation) belastet, so spielt die Reihenfolge der Pakete hinsichtlich der Dehnung am Versuchsende eine untergeordnete Rolle. Demzufolge kann die aus der Ermüdungsmechanik bekannte Miner'sche Regel [96] bei konstanter Polarisation auf Sand übertragen werden.
- Der Einfluss einer monotonen Vorbelastung (getestet wurden eine isotrope und eine K_0 -Vorkompression) ist wesentlich geringer als derjenige einer zyklischen Vorbelastung.
- Einen wesentlichen Einfluss auf die Akkumulationsrate besitzt auch die Kornverteilungskurve. In den Triaxialversuchen verdichten sich feinkörnige nichtbindige Böden bei gleichen Dehnungsamplituden wesentlich schneller als grobkörnige Böden, d.h.

 $\dot{\varepsilon}^{\rm acc}$ stieg mit abnehmendem mittleren Korndurchmesser d_{50} . Die größten Akkumulationsraten wurden für einen ungleichförmigen Boden gemessen, d.h. $\dot{\varepsilon}^{\rm acc}$ nimmt mit der Ungleichförmigkeit $U = d_{60}/d_{10}$ zu.

Das Bochumer Akkumulationsmodell beschreibt die experimentell beobachteten Abhängigkeiten in einer Materialformulierung, welche viskoplastischen Modellen ähnlich ist. Dabei wird anstelle der Zeit t die Zyklenanzahl N verwendet. Die Akkumulationsrate $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\rm acc}$ wird als Produkt der tensoriellen Fließrichtung **m** und diverser Faktoren berechnet, welche separat jeweils einen Einflussparameter berücksichtigen. Zur Beschreibung mehrdimensionaler Dehnungsschleifen (Berücksichtigung des Einflusses der Form der Dehnungsschleife) wurde eine spezielle, tensorielle Definition der Dehnungsamplitude entwickelt. Die Richtung der letzten Zyklen (Polarisation) wird gewichtet in einer Zustandsvariable abgespeichert und ein zusätzlicher Faktor beschreibt den temporären Anstieg der Akkumulationsrate bei Polarisationsänderungen. Die historiotrope Variable g^A für die zyklische Vorbelastung wichtet die zurückliegenden Zyklen mit ihrer jeweiligen Amplitude. Das Modell benötigt acht Stoffkonstanten, welche momentan für einen Mittel- bis Grobsand und zum Teil auch für einen Feinsand vorliegen.

Mit der Finite Elemente Methode und dem Akkumulationsmodell wurde ein Zentrifugenmodellversuch von Helm et al. [49] (Streifenfundament unter zyklischer Belastung) nachgerechnet und eine gute Übereinstimmung zwischen den Setzungsverläufen der Nachrechnung und des Modellversuches erzielt. Weiterhin wurden Prognosen für zyklisch belastete Flachgründungen mit unterschiedlichen Randbedingungen erstellt. Die Setzungsrate eines mit $F^{av} \pm F^{ampl}$ zyklisch belasteten Streifenfundamentes nimmt ab u.a.

- mit zunehmender Anfangslagerungsdichte I_{D0}
- mit steigendem Seitendruckbeiwert K_0
- mit einer Zunahme der zyklischen Vorbelastung g_0^A
- mit abnehmender Lastamplitude F^{ampl} bei konstanter mittlerer Last F^{av}
- mit steigender mittlerer Last F^{av} bei $F^{\text{ampl}} = \text{konstant}$
- mit zunehmender Einbindetiefet
- $\bullet\,$ mit zunehmender Fundamentbreiteb

Bei einem definierten zyklischen Lastanteil F^{ampl} empfielt sich zur Reduktion der Setzungsrate eine Vorverdichtung des Bodens $(I_{D0} \uparrow, g_0^A \uparrow, K_0 \uparrow)$, ein höheres Eigengewicht der Konstruktion $(F^{\text{av}} \uparrow)$ und - falls möglich - eine Verbreiterung des Fundamentes (wesentlich effektiver als bei statischen Lasten) oder eine Erhöhung der Einbindetiefe. Als weiteres Randwertproblem wurde ein zyklisch axial belasteter Bohrpfahl berechnet. Die Entwicklung der Setzungen und des Tragverhaltens wurde in Abhängigkeit der Belastung des Pfahles untersucht.

Wesentlich für eine Setzungsprognose ist die Bestimmung des Anfangswertes der historiotropen Variable g_0^A (zyklische Vorbelastung) des Bodens in situ. Diese kann nicht direkt gemessen werden, sondern ist über Korrelationen zu ermitteln. Die Versuche dieser Arbeit zeigen, dass eine Korrelation zwischen g_0^A und bodendynamischen Kenngrößen (Wellengeschwindigkeiten, Materialdämpfung) nicht möglich ist. Eine Korrelation zwischen g_0^A und dem Verflüssigungswiderstand konnte aufgestellt werden. Eine praktische Anwendung dieser Korrelation unter Verwendung von Sondierungen wurde vorgeschlagen.

10.2 Ausblick

Durch die vorliegende Arbeit konnten einige Fragen zum Materialverhalten von nichtbindigen Böden unter zyklischer Belastung beantwortet werden. Allerdings wurde an verschiedenen Stellen auch der Bedarf für eine vertiefte Forschung deutlich. Weitere zyklische Laborversuche sind hinsichtlich folgender Teilaspekte notwendig:

- Korrelation der Materialkonstanten des Akkumulationsmodells mit Charakteristika der Körner (d_{50} , $U = d_{60}/d_{10}$, Kornform und -rauigkeit). Die Verwendung solcher Korrelationen soll in Zukunft eine Bestimmung eines Konstantensatzes für das Akkumulationsmodell mit möglichst wenigen zyklischen Laborversuchen erlauben.
- Versuche mit großen Dehnungsamplituden $\varepsilon^{\text{ampl}} > 10^{-3}$ zur Entwicklung einer Vorgehensweise zur Behandlung dieser Zyklen. Dies ist insbesondere für Anwendungen des Modells auf Fälle mit großen Dehnungsamplituden (z.B. Tiefenrüttler, Erdbeben) von Bedeutung.
- Untersuchungen zur Akkumulationsrate bei kleinen Spannungen $(p^{av} < 50 \text{ kPa})$
- Untersuchungen zu $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\mathrm{acc}}$ im Bereich von Zyklenanzahlen $N > 10^5$
- ergänzende Versuche zum Einfluss einer monotonen Vorbelastung und evtl. auch zum Einfluss von Alterungseffekten auf $\dot{\epsilon}^{acc}$

Im Akkumulationsmodell verknüpft die elastische Steifigkeit E die Akkumulation der Spannung mit der Akkumulation der Dehnung. Der zutreffende Ansatz von E ist insbesondere in solchen Anwendungen wichtig, in denen eine nicht zu vernachlässigende Akkumulation der Spannung stattfindet (z.B. Pfähle unter zyklischer Belastung). Der richtige Ansatz für E sollte in Zukunft genauer untersucht werden.

Von besonderer Wichtigkeit für eine Akkumulationsprognose mit einem expliziten Modell ist die zutreffende Berechnung der Dehnungsamplituden in den impliziten Zyklen. In dieser Arbeit wurde hierzu das hypoplastische Stoffmodell mit der Erweiterung um die intergranulare Dehnung verwendet. Die Studien im Rahmen dieser Arbeit zeigen, dass hinsichtlich des hypoplastischen Modells und vor allem hinsichtlich der Formulierung der intergranularen Dehnung Verbesserungen notwendig sind.

Die Entwicklung einer effizienten Methode zur Bestimmung der historiotropen Variable g_0^A in situ steht noch aus. Die praktische Anwendung der Korrelation zwischen g_0^A und dem Verflüssigungswiderstand ist zu testen. Weiterhin ist die Anwendbarkeit von dynamischen Probebelastungen an der Oberfläche und die Eignung zyklischer Pressiometersondierungen zur Ermittlung von g_0^A zu prüfen. Alternativ ist auch an eine Bestimmung von g_0^A mit Hilfe der Messung akustischer Emissionen gedacht.

Darüber hinaus ist die Entwicklung expliziter Gleichungen für das Verhalten kohäsiver Böden unter zyklischer Belastung erstrebenswert.

Literaturverzeichnis

- [1] Empfehlungen des Arbeitskreises 1.4 "Baugrunddynamik" der Deutschen Gesellschaft für Geotechnik e.V. (DGGT), 2001.
- [2] S.S. Afifi and Jr. Richart, F.E. Stress-history effects on shear modulus of soils. Soils and Foundations, 13(1):77–95, 1973.
- [3] S.S. Afifi and R.D. Woods. Long-term pressure effects on shear modulus of soils. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 97(SM10):1445– 1460, 1971.
- [4] A. Alarcon-Guzman, J.L. Chameau, G.A. Leonardos, and J.D. Frost. Shear modulus and cyclic undrained behavior of sands. *Soils and Foundations*, 29(4):105–119, 1989.
- [5] R. Arulnathan, R.W. Boulanger, and M.F. Riemer. Analysis of bender elements tests. *Geotechnical and Geological Engineering*, 21(2):120–131, 1998.
- [6] F. Baguelin, J.F. Jézéquel, and D.H. Shield. The pressuremeter and foundation engineering. Series on Rock and Soil Mechanics, Trans Tech Publications, 617, 1978.
- [7] E. Bauer. Calibration of a comprehensive constitutive equation for granular materials. *Soils and Foundations*, 36:13–26, 1996.
- [8] C.D.P. Baxter. An experimental study on the aging of sands. PhD thesis, Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, July 1999.
- [9] R. Bellotti, M. Jamiolkowski, D.C.F. Lo Presti, and D.A. O'Neill. Anisotropy of small strain stiffness in Ticino sand. *Géotechnique*, 46(1):115–131, 1996.
- [10] L. Bjerrum and A. Landva. Direct simple shears tests on a norwegian quick clay. Géotechnique, 16(1):2–20, 1966.

- [11] G. Bouckovalas, R.V. Whitman, and W.A. Marr. Permanent displacement of sand with cyclic loading. *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, 110(11):1606–1623, 1984.
- [12] G.M. Brignoli, M. Gotti, and K.H. II. Stokoe. Measurement of shear waves in laboratory specimens by means of piezoelectric transducers. *Geotechnical and Geological Engineering*, 19(4):384–397, 1996.
- [13] M. Budhu. Nonuniformities imposed by simple shear apparatus. Canadian Geotechnical Journal, 20:125–137, 1984.
- [14] M. Budhu and A. Britto. Numerical analysis of soils in simple shear devices. Soils and Foundations, 27(2):31–41, 1987.
- [15] J.B. Burland, B.B. Broms, and V.F.B. de Mello. Behaviour of foundations and structures. In Proc. 9th ICSMFE, Tokio, volume 2, pages 495–546, 1977.
- [16] H. Canbolat. Setzungsakkumulation infolge von Zyklenpaketen mit variierender Amplitude und Reihenfolge. Diplomarbeit am Lehrstuhl für Grundbau und Bodenmechanik, Ruhr-Universität Bochum, 2005.
- [17] G. Castro and S.J. Poulos. Factors affecting liquefaction and cyclic mobility. Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, 103(GT6):501–516, 1977.
- [18] J.L. Chaboche. Constitutive equations for cyclic plasticity and cyclic viscoplasticity. International Journal of Plasticity, 5:247–302, 1989.
- [19] J.L. Chaboche. Modelling of ratchetting: evaluation of various approaches. European Journal of Mechanics, 13(4):501–781, 1994.
- [20] S.-F. Chan and T.-H. Hanna. Repeated loading on single piles in sand. Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, 106(GT2):171–188, 1980.
- [21] C.S. Chang and R.V. Whitman. Drained permanent deformation of sand due to cyclic loading. *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, 114(10):1164–1180, 1988.
- [22] L.-K. Chien, Y.-N. Oh, and C.-H. Chang. Effects of fines content on liquefaction strength and dynamic settlement of reclaimed soil. *Canadian Geotechnical Journal*, 39:254–265, 2002.
- [23] C. Choi and P. Arduino. Behavioral characteristics of gravelly soils under general cyclic loading conditions. In T. Triantafyllidis, editor, *Cyclic behaviour of soils and liquefaction phenomena*, Proc. of CBS04, pages 115–122. Balkema, 2004.

- [24] S.N. Coppersmith, C.-H. Liu, S. Majumdar, O. Narayan, and T.A. Witten. A model for force fluctuations in bead packs. *Physical Review E.*, 53:4673–4685, 1996.
- [25] R.O. Cudmani. Statische, alternierende und dynamische Penetration in nichtbindige Böden. Dissertation, Veröffentlichungen des Institutes für Bodenmechanik und Felsmechanik der Universität Fridericiana in Karlsruhe, Heft 152, 2001.
- [26] V.A. Diyaljee and G.P. Raymond. Repetitive load deformation of cohesionless soil. Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, 108(GT10):1215–1229, 1982.
- [27] V.P. Drnevich and F.E. Richart. Dynamic prestraining of dry sand. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 96(SM2):453-467, 1970.
- [28] J.-C. Dupla and J. Canou. Cyclic pressuremeter loading and liquefaction properties of sands. *Soils and Foundations*, 43(2):17–31, 2003.
- [29] R. Dyvik and C. Madshus. Laboratory measurements of G_{max} using bender elements. Technical report, ASCE Convention, Detroit, Michigan, 1985.
- [30] M.D. Evans and S. Zhou. Liquefaction behavior of sand-gravel composites. *Journal* of Geotechnical Engineering, ASCE, 121(3):287–298, 1995.
- [31] W.D.L. Finn, P.L. Bransby, and D.J. Pickering. Effect of strain history on liquefaction of sand. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 96(SM6):1917–1934, 1970.
- [32] S. Frydman, J.G. Zeitlen, and I. Alpan. The membrane effect in triaxial testing on granular soils. *Journal of Testing and Evaluation*, 1(1):37–41, 1973.
- [33] J.D. Goddard. Nonlinear elasticity and pressure-dependent wave speeds in granular media. Proceedings of the Royal Society London, 430:105–131, 1990.
- [34] M. Goldscheider and G. Gudehus. Einige bodenmechanische Probleme bei Küstenund Offshore-Bauwerken. In Vorträge zur Baugrundtagung 1976. DGEG, 1976.
- [35] A. Gotschol. Veränderlich elastisches und plastisches Verhalten nichtbindiger Böden und Schotter unter zyklisch-dynamischer Beanspruchung. Dissertation, Universität Gh Kassel, 2002.
- [36] A. Gotschol and H.-G. Kempfert. Zyklisch viskoelastisch-viskoplastischer Stoffansatz nichtbindiger Böden und Schotter. *Bautechnik*, 81(4):279–285, 2004.

- [37] N. Gruber, H.-W. Koreck, and P. Schwarz. Beiträge zum Tragverhalten axial zyklisch belasteter Pfähle. Schriftenreihe des Lehrstuhls und Prüfamtes für Grundbau, Bodenmechanik und Felsmechanik der TU München, Heft 5, 1985.
- [38] G. Gudehus. A comprehensive constitutive equation for granular materials. *Soils and Foundations*, 36:1–12, 1996.
- [39] G. Gudehus. Nichtlineare Bodendynamik in der Geotechnik. In Vorträge der Baugrundtagung 2000 in Hannover, pages 263–270. DGGT, 2000.
- [40] G. Gudehus, I. Loukachev, and N. Pralle. Inelastic behaviour of grain skeletons with propagation of plane shear waves. In Kishino, editor, *Powders and Grains*, pages 125–128. Swets & Zeitlinger, Lisse, 2001.
- [41] U. Güttler. Beurteilung des Steifigkeits- und Nachverdichtungsverhaltens von ungebundenen Mineralstoffen. Schriftenreihe des Instituts für Grundbau, Wasserwesen und Verkehrswesen, Heft 8, 1984.
- [42] S.J. Hain. An application of cyclic triaxial testing to field model test. In International Symposium on Soils under cyclic and transient loading, pages 23–31, Januar 1980. Swansea.
- [43] B.O. Hardin and W.L. Black. Sand stiffness under various triaxial stresses. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 92(SM2):27–42, 1966.
- [44] B.O. Hardin and V.P. Drnevich. Shear modulus and damping in soils: design equations and curves. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 98(SM7):667–692, 1972.
- [45] B.O. Hardin and F.E. Richart Jr. Elastic wave velocities in granular soils. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 89(SM1):33–65, 1963.
- [46] M. Hatanaka, Y. Suzuki, T. Kawasaki, and M. Endo. Cyclic undrained shear properties of high quality undisturbed Tokyo gravel. *Soils and Foundations*, 28(4):57–68, 1988.
- [47] H.-J. Heller. Bauwerkssetzungen bei sandigem Untergrund infolge von Erschütterungen durch Bahnverkehr. Baumaschine und Bautechnik, 35(2):56–61, 1981.
- [48] H.-J. Heller. Setzungen von Kranbahnstützen infolge von Lastwechseln bei sandigem Untergrund. Bautechnik, 72:11–19, 1995.

- [49] J. Helm, J. Laue, and Th. Triantafyllidis. Untersuchungen an der RUB zur Verformungsentwicklung von Böden unter zyklischen Belastungen. In Beiträge zum Workshop: Boden unter fast zyklischer Belastung: Erfahrungen und Forschungsergebnisse, Veröffentlichungen des Institutes für Grundbau und Bodenmechanik, Ruhr-Universität Bochum, Heft Nr. 32, pages 201–222, 2000.
- [50] I. Herle. Hypoplastizität und Granulometrie einfacher Korngerüste. Promotion, Institut für Bodenmechanik und Felsmechanik der Universität Fridericiana in Karlsruhe, Heft Nr. 142, 1997.
- [51] H. Hertz. Uber die Berührung fester elastischer Körper. Journal reine und angewandte Mathematik, 92:156–171, 1881.
- [52] A. Hettler. Verschiebungen starrer und elastischer Gründungskörper in Sand bei monotoner und zyklischer Belastung. Institut für Boden- und Felsmechanik der Universität Karlsruhe, Heft Nr. 90, 1981.
- [53] A. Hettler. Verschiebungen von lotrecht mittig belasteten Einzelfundamenten und horizontal belasteten Pfählen in Sand unter Schwellast. Der Bauingenieur, 59:351– 355, 1984.
- [54] A. Hettler. Gründungskörper mit zyklischer Belastung in Sand und 1g-Modelltechnik. In Beiträge zum Workshop: Boden unter fast zyklischer Belastung: Erfahrungen und Forschungsergebnisse, pages 59–75, 2000. Veröffentlichungen des Institutes für Grundbau und Bodenmechanik, Ruhr-Universität Bochum, Heft Nr. 32.
- [55] A. Hettler and G. Gudehus. A pressure dependent correction for displacement results from 1g model tests with sand. Géotechnique, 35(4):497–510, 1985.
- [56] U. Holzlöhner. Bleibende Setzung von Fundamenten infolge dynamischer Last. Bautechnik, 55:150–154, 1978.
- [57] U. Holzlöhner. Settlement of shallow foundations on sand. Soils and Foundations, 24(4):58–70, 1984.
- [58] J.M.O. Hughes, C.P. Wroth, and D. Windle. The pressuremeter tests in sands. Géotechnique, 27(4):455–472, 1977.
- [59] B. Humme. Struktur von granularen Medien und deren Änderung infolge zyklischer Belastung. Diplomarbeit am Lehrstuhl für Grundbau und Bodenmechanik, Ruhr-Universität Bochum, 1999.

- [60] M. Hyodo, A.F.L. Hyde, N. Aramaki, and Y. Nakata. Undrained monotonic and cyclic shear behaviour of sand under low and high confining stresses. *Soils and Foundations*, 42(3):63–76, 2002.
- [61] M. Hyodo, H. Murata, N. Yasufuku, and T. Fujii. Undrained cyclic shear strength and residual shear strain of saturated sand by cyclic triaxial tests. *Soils and Foundations*, 31(3):60–76, 1991.
- [62] M. Hyodo, H. Tanimizu, N. Yasufuku, and H. Murata. Undrained cyclic and monotonic triaxial behaviour of saturated loose sand. *Soils and Foundations*, 34(1):19–32, 1994.
- [63] K. Ishihara and S. Okada. Effects of stress history on cyclic behavior of sands. Soils and Foundations, 18(4):31–45, 1978.
- [64] K. Ishihara and S. Okada. Effects of large preshearing on cyclic behavior of sand. Soils and Foundations, 22(3):109–125, 1982.
- [65] K. Ishihara and F Yamazaki. Cyclic simple shear tests on saturated sand in multidirectional loading. Soils and Foundations, 20(1):45–59, 1980.
- [66] K. Ishihara and S. Yasuda. Sand liquefaction in hollow cylinder torsion under irregular excitation. Soils and Foundations, 15(1):29–45, 1975.
- [67] T. Iwasaki and F. Tatsuoka. Effects of grain size and grading on dynamic shear moduli of sands. Soils and Foundations, 17(3):19–35, 1977.
- [68] T. Iwasaki, F. Tatsuoka, and Y. Takagi. Shear moduli of sands under cyclic torsional shear loading. Soils and Foundations, 18(1):39–56, 1978.
- [69] W.S. Kaggwa, J.R. Booker, and J.P. Carter. Residual strains in calcareous sand due to irregular cyclic loading. *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, 117(2):201– 218, 1991.
- [70] R. Katzenbach and G. Festag. Material behaviour of dry sand under cyclic loading. In T. Triantafyllidis, editor, *Cyclic behaviour of soils and liquefaction phenomena*, *Proc. of CBS04*, pages 153–158. Balkema, 2004.
- [71] H.G. Kempfert, A. Gotschol, and T. Stöcker. Kombiniert zyklische und dynamische Elementversuche zur Beschreibung des Kurz- und Langzeitverhaltens von Schotter und granularen Böden. Technical Report 32, 2000. Beiträge zum Workshop: Boden unter fast zyklischer Belastung: Erfahrungen und Forschungsergebnisse, S. 241-254.

- [72] S. Keßler. Simulation von Rütteldruckverdichtungsmaßnahmen. Diplomarbeit am Lehrstuhl für Grundbau und Bodenmechanik, Ruhr-Universität Bochum, 2004.
- [73] M. Kiekbusch and B. Schuppener. Membrane penetration and its effects on pore pressure. Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, 103(GT11):1267–1279, 1977.
- [74] W. Kjellman. Testing the shear strength of clay in sweden. Géotechnique, 2(3):225– 232, 1951.
- [75] G. Klein. Bodendynamik und Erdbeben. In Ulrich (eds.) Smoltczyk, editor, Grundbautaschenbuch, pages 443–495, 2001.
- [76] H.Y. Ko and R.F. Scott. Deformation of sand in hydrostatic compression. *Journal* of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 93(SM3):137–156, 1967.
- [77] T. Kokusho, T. Hara, and R. Hiraoka. Undrained shear strength of granular soils with different particle gradations. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE*, 130(6):621–629, 2004.
- [78] D. Kolymbas. An outline of hypoplasticity. Archive of Applied Mechanics, 61:143– 151, 1991.
- [79] S.L. Kramer and N. Sivaneswaran. Measurement and analysis of membrane penetration. Technical Report 30, University of Washington, Seattle, 1988. Soil Engineering Research Report.
- [80] R. Kuwano, T.M. Connolly, and R.J. Jardine. Anisotropic stiffness measurements in a stress-path triaxial cell. *Geotechnical and Geological Engineering*, 23(2):141–157, 2000.
- [81] R.S. Ladd. Specimen preparation and liquefaction of sands. Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, 100(GT10):1180–1184, 1974.
- [82] J. Laue. Zur Setzung von Flachfundamenten auf Sand unter wiederholten Lastereignissen. Dissertation, Veröffentlichungen des Institutes für Grundbau und Bodenmechanik, Ruhr-Universität Bochum, Heft Nr. 25, 1996.
- [83] A. Le Kouby, J. Canou, and J.C. Dupla. Behaviour of model piles subjected to cyclic axial loading. In Triantafyllidis, editor, *Cyclic Behaviour of Soils and Liquefaction Phenomena, Proc. of CBS04, Bochum*, pages 159–166. Balkema, 31 March - 02 April 2004.

- [84] K.L. Lee and H.B. Seed. Cyclic stress conditions causing liquefaction of sand. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 93(SM1):47–70, 1967.
- [85] R.W. Lentz and G.Y. Baladi. Simplified procedure to characterize permanent strain in sand subjected to cyclic loading. In *International Symposium on soils under cyclic* and transient loading, pages 89–95, Januar 1980.
- [86] X.S. Li and Z.Y. Cai. Effects of low-number previbration cycles on dynamic properties of dry sand. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 125(11):979–987, 1999.
- [87] X.S. Li and W.L. Yang. Effects of vibration history on modulus and damping of dry sand. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 124(11):1071–1081, 1998.
- [88] X.S. Li, W.L. Yang, C.K. Chen, and W.C. Wang. Energy-injecting virtual mass resonant column system. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, *ASCE*, 124(5):428–438, 1998.
- [89] S-C.R. Lo, J. Chu, and I.K. Lee. A technique for reducing membrane penetration and bedding errors. *Geotechnical and Geological Engineering*, 12(4):311–316, 1989.
- [90] D.C.F. Lo Presti, O. Pallara, R. Lancellotta, M. Armandi, and R. Maniscalco. Monotonic and cyclic loading behaviour of two sands at small strains. *Geotechnical* and Geological Engineering, (4):409–424, 1993.
- [91] M.P. Luong. Mechanical aspects and thermal effects of cohesionless soils under cyclic and transient loading. In Proc. IUTAM Conf. on Deformation and Failure of Granular materials, Delft, pages 239–246, 1982.
- [92] J. Malkus. Untersuchung des Bodenverhaltens im Kontaktbereich zyklisch axial belasteter zylindrischer Gründungselemente. In Beiträge zum Workshop: Boden unter fast zyklischer Belastung: Erfahrungen und Forschungsergebnisse, pages 93– 108, 2000. Veröffentlichungen des Institutes für Grundbau und Bodenmechanik, Ruhr-Universität Bochum, Heft Nr. 32.
- [93] K. Mallwitz and U. Holzlöhner. Verfahren zur Ermittlung der Setzung von Fundamenten infolge zyklischer Beanspruchung. *Bautechnik*, 73:175–186, 1996.
- [94] W.A. Marr and J.T. Christian. Permanent displacements due to cyclic wave loading. Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, 107(GT8):1129– 1149, 1981.

- [95] H. Matsuoka and T. Nakai. A new failure for soils in three-dimensional stresses. In Deformation and Failure of Granular Materials, pages 253–263, 1982. Proc. IUTAM Symp. in Delft.
- [96] M. Miner. Cumulative damage in fatigue. Transactions of the American Society of Mechanical Engineering, 67:A159–A164, 1945.
- [97] Z. Mróz, V.A. Norris, and O.C. Zienkiewicz. An anisotropic hardening model for soils and its application to cyclic loading. *International Journal For Numerical And Analytical Methods in Geomechanics*, 2:203–221, 1978.
- [98] J.P. Mulilis, C.K. Chan, and H.B. Seed. The effects of method of sample preparation on the cyclic stress-strain behavior of sands. Technical Report EERC 75-18, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, 1975.
- [99] J.P. Mulilis, H.B. Seed, C.K. Chan, J.K. Mitchell, and K. Arulanandan. Effects of sample preparation on sand liquefaction. *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE*, 103(GT2):91–108, 1977.
- [100] S. Nemat-Nasser and K. Takahashi. Liquefaction and densification of sand. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 110(9):1291–1306, 1984.
- [101] P.L. Newland and B.H. Allely. Volume changes during drained triaxial tests on granular materials. *Géotechnique*, 7:17–34, 1957.
- [102] P.L. Newland and B.H. Allely. Volume changes during undrained triaxial tests on saturated dilatent granular materials. *Géotechnique*, 9:174–182, 1959.
- [103] P.G. Nicholson, R.B. Seed, and H.A. Anwar. Elimination of membrane compliance in undrained triaxial testing. I. Measurement and evaluation. *Canadian Geotechnical Journal*, 30:727–738, 1993.
- [104] A. Niemunis. Akkumulation der Verformung infolge zyklischer Belastung numerische Strategien. In Beiträge zum Workshop: Boden unter fast zyklischer Belastung: Erfahrungen und Forschungsergebnisse, Veröffentlichungen des Institutes für Grundbau und Bodenmechanik, Ruhr-Universität Bochum, Heft Nr. 32, pages 1–20, 2000.
- [105] A. Niemunis. Extended hypoplastic models for soils. Habilitation, Veröffentlichungen des Institutes für Grundbau und Bodenmechanik, Ruhr-Universität Bochum, Heft Nr. 34, 2003. available from www.pg.gda.pl/~aniem/an-liter.html.

- [106] A. Niemunis and I. Herle. Hypoplastic model for cohesionless soils with elastic strain range. *Mechanics of Cohesive-Frictional Materials*, 2:279–299, 1997.
- [107] A. Niemunis, C. Karcher, and T. Theile. An averaging procedure for layered materials. International Journal For Numerical And Analytical Methods in Geomechanics, 24:837–851, 2000.
- [108] A. Niemunis and T. Wichtmann. Zuschrift zum Beitrag "Zyklisch visko-elastischviskoplastischer Stoffansatz nichtbindiger Böden und Schotter von A. Gotschol und H.-G. Kempfert. *Bautechnik*, 82(1):57–59, 2005.
- [109] A. Niemunis, T. Wichtmann, Y. Petryna, and Th. Triantafyllidis. Stochastic modelling of settlements due to cyclic loading for soil-structure interaction. In 9th International Conference on Structural Safety and Reliability, ICOSSAR 2005, Rom, 2005.
- [110] A. Niemunis, T. Wichtmann, and T. Triantafyllidis. Explicit accumulation model for cyclic loading. In Triantafyllidis, editor, *Cyclic Behaviour of Soils and Liquefaction Phenomena, Proc. of CBS04, Bochum*, pages 65–76. Balkema, 31 March - 02 April 2004.
- [111] A. Niemunis, T. Wichtmann, and T. Triantafyllidis. A high-cycle accumulation model for sand. *Computers and Geotechnics*, 32(4):245–263, 2005.
- [112] A. Niemunis, T. Wichtmann, and Th. Triantafyllidis. Compaction of freshly pluviated granulates under uniaxial and multiaxial cyclic loading. In XIIIth European Conference On Soil Mechanics and Geotechnical Engineering: Geotechnical problems with man-made and man-influenced grounds, pages 855–860, August 2003. Prag.
- [113] A. Niemunis, T. Wichtmann, and Th. Triantafyllidis. Settlements and pore pressure generation in sand during earthquakes - physical phenomena and their 1-d description. In 5th International Conference on Earthquake Resistant Engineering Structures, ERES 2005, Skiathos (Greece), pages 13–22, 2005.
- [114] A. Niemunis, T. Wichtmann, and Th. Triantafyllidis. Settlements and pore pressure generation in sand during earthquakes - physical phenomena and their 1-D description. Vortrag, 5th International Conference on Earthquake Resistant Engineering Structures, ERES 2005, Skiathos (Greece), available from www.gub.rub.de/mitarbeiter/torsten_wichtmann.htm, 2005.
- [115] M. Oda and K. Iwashita. Mechanics of Granular Materials. Balkema, Rotterdam, 1999.

- [116] M. Oda, K. Kawamoto, K. Suzuki, H. Fujimori, and M. Sato. Microstructural interpretation on reliquefaction of saturated granular soils under cyclic loading. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, 127(5):416–423, 2001.
- [117] D. Porcino, G. Cicciù, and V.N. Ghionna. Laboratory investigation of the undrained cyclic behaviour of a natural coarse sand from undisturbed and reconstituted samples. In T. Triantafyllidis, editor, *Cyclic Behaviour of Soils and Liquefaction Phenomena, Proc. of CBS04*, pages 187–192. Balkema, Rotterdam, 2004.
- [118] H.G. Poulos. Cyclic axial response of single pile. Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, 107:41–58, 1981.
- [119] H.G. Poulos. Cyclic stability diagram for axially loaded piles in sand. Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, 114(GT 8):877–895, 1988.
- [120] H.G. Poulos. Cyclic axial loading analysis of piles in sand. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 115:836–852, 1989.
- [121] T.B.S. Pradhan, F. Tatsuoka, and Y. Sato. Experimental stress-dilatancy relations of sand subjected to cyclic loading. *Soils and Foundations*, 29(1):45–64, 1989.
- [122] R. Pyke, H.B. Seed, and C.K. Chan. Settlement of sands under multidirectional shaking. Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, 101(GT4):379– 398, 1975.
- [123] X. Quian, D.H. Gray, and R.D. Woods. Voids and granulometry: effects on shear modulus of unsaturated sands. *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, 119(2):295–314, 1993.
- [124] M. Raffel, C. Willert, and J. Kompenhans. *Particle image velocimetry*. Springer Verlag, 1998.
- [125] V.S. Raju and S.K. Sadasivian. Membrane penetration in triaxial tests on sand. Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, 100(GT4):482–489, 1974.
- [126] G.P. Raymond and F. El Komos. Repeated load testing of a model plane strain footing. *Canadian Geotechnical Journal*, 15:190–201, 1978.
- [127] F.E.Jr. Richart, J.R.Jr. Hall, and R.D. Woods. Vibrations of Soils and Foundations. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1970.

- [128] P.K. Robertson and R.G. Campanella. Liquefaction potential of sands using the cone penetration test. *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, 22(3):298–307, 1985.
- [129] P.K. Robertson and C.E. Wride. Evaluating cyclic liquefaction potential using the cone penetration test. *Canadian Geotechnical Journal*, 35:442–459, 1998.
- [130] S.K. Roesler. Anisotropic shear modulus due to stress anisotropy. Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, 105(GT7):871–880, 1979.
- [131] I. Sanchez-Salinero, J.M. Roesset, and K.H.II. Stokoe. Analytical studies of body wave propagation and attenuation. Technical Report GR86-15, University of Texas, Austin, 1986.
- [132] S. Savidis, F. Rackwitz, T. Richter, J. Rhner, and N. Schneider. Verhalten von Pfählen in wassergesättigten Sanden unter zyklischen Horizontallasten. Der Bauingenieur, 79(9):383–385, 2004.
- [133] A. Sawicki and W. Świdziński. Compaction curve as one of basic characteristics of granular soils. In E. Flavigny and D. Cordary, editors, 4th Colloque Franco-Polonais de Mechanique des Sols Appliquee, volume 1, pages 103–115, 1987. Grenoble.
- [134] A. Sawicki and W. Świdziński. Mechanics of a sandy subsoil subjected to cyclic loadings. International Journal For Numerical And Analytical Methods in Geomechanics, 13:511–529, 1989.
- [135] A. Sawicki, W. Świdziński, and B. Zadroga. Settlement of shallow foundations due to cyclic vertical force. Soils and Foundations, 38(1):35–43, 1998.
- [136] F. Schanzmann. Veränderung der dynamischen Steifigkeit und Dämfpung von Sand infolge zyklischer Belastung. Diplomarbeit am Lehrstuhl für Grundbau und Bodenmechanik, Ruhr-Universität Bochum, 2001.
- [137] E. Schwab and L. Dormieux. Liquefaction due to expansion of a cylindrical cavity. In Proc. of 11th ICSMFE, San Francisco, volume 2, pages 1049–1054, 1985.
- [138] P. Schwarz. Beitrag zum Tragverhalten von Verpresspfählen unter axialer zyklischer Belastung. Dissertation, Schriftenreihe des Lehrstuhls und Prüfamtes für Grundbau, Bodenmechanik und Felsmechanik der TU München, 2002.
- [139] H.B. Seed. Soil liquefaction and cyclic mobility evaluation for level ground during earthquakes. Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, 105(GT2):201–255, 1979.

- [140] H.B. Seed, I. Arango, and C.K. Chan. Evaluation of soil liquefaction potential during earthquakes. Technical Report EERC 75-28, Earthquake Engineering Research Center, University of California, 1975.
- [141] H.B. Seed and I.M. Idriss. Simplified procedure for evaluating soil liquefaction potential. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 97(SM9):1249–1273, 1971.
- [142] H.B. Seed, I.M. Idriss, F. Makdisi, and N. Banerjee. Representation of irregular stress time histories by equivalent uniform stress series in liquefaction analyses. Technical Report EERC 75-29, Univ. of California, Berkeley, Calif, 1975.
- [143] H.B. Seed and K.L. Lee. Studies of liquefaction of sands under cyclic loading conditions. Technical Report TE-65-65, Dept. of Civil Engineering, University of California, Berkeley, 1965.
- [144] H.B. Seed, K. Mori, and C.K. Chan. Influence of seismic history on liquefaction of sands. Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, 103(GT4):257–270, 1977.
- [145] R.B. Seed, H.A. Anwar, and P.G. Nicholson. Evaluation and mitigation of membrane compliance effects in undrained testing of saturated soils. Technical Report SU/GT/89-01, Stanford University, 1989.
- [146] R.B. Seed, S.R. Lee, and H.-L. Jong. Penetration and liquefaction resistances: prior seismic history effects. *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, 114(6):691–697, 1988.
- [147] Y. Shamoto, M. Sato, and J.-M. Zhang. Simplified estimation of earthquake-induced settlements in saturated sand deposits. Soils and Foundations, 36(1):39–50, 1996.
- [148] C.K. Shen, X.S. Li, and Y.Z. Gu. Microcomputer based free torsional vibration test. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 111(8):971–986, 1985.
- [149] M.J. Shenton. Deformation of Railway Ballast under repeated loading conditions. Railroad track mechanics and technology. *Pergamon Press*, pages 405–425, 1978.
- [150] M.L. Silver and H.B. Seed. Deformation characteristics of sands under cyclic loading. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 97(SM8):1081– 1098, 1971.
- [151] M.L. Silver and H.B. Seed. Volume changes in sands during cyclic loading. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 97(SM9):1171–1182, 1971.

- [152] T. Staupe. Setzungsverhalten von Einzelpfählen unter zyklischer Belastung. Diplomarbeit, Lehrstuhl für Grundbau und Bodenmechanik, Ruhr-Universität Bochum, November 1997.
- [153] A.S.J. Suiker. Static and cyclic loading experiments on non-cohesive granular materials. Technical Report 1-99-DUT-1, TU Delft, 1999.
- [154] T. Suzuki and S. Toki. Effects of preshearing on liquefaction characteristics of saturated sand subjected to cyclic loading. *Soils and Foundations*, 24(2):16–28, 1984.
- [155] M. Sweeney and M.D. Lambson. Long term settlements of storage tanks on sand. In X. ECSMFE, Florence, volume 2, pages 587–591, 1991.
- [156] J. Swinianski and A. Sawicki. A model of soil pile interaction owing to cyclic loading. Canadian Geotechnical Journal, 28(1):11–19, 1991.
- [157] F. Tatsuoka, T. Iwasaki, S. Yoshida, S. Fukushima, and H. Sudo. Shear modulus and damping by drained tests on clean sand specimen reconstituted by various methods. *Soils and Foundations*, 19(1):39–54, 1979.
- [158] F. Tatsuoka, S. Maeda, K. Ochi, and S. Fujii. Prediction of cyclic undrained strength of sand subjected to irregular loadings. *Soils and Foundations*, 26(2):73–89, 1986.
- [159] S. Teachavoransinskun, F. Tatsuoka, and D.C.F. Lo Presti. Effects of cyclic prestraining on dilatancy characteristics and liquefaction of sand. In Shibuya, Mitachi, and Miura, editors, *Pre-failure deformation of geomaterials*, pages 75–80, 1994.
- [160] D.H. Timmerman and T.H. Wu. Behavior of dry sands under cyclic loading. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 95(SM4):1097–1112, 1969.
- [161] K. Tokimatsu and Y. Hosaka. Effects of sample disturbance on dynamic properties of sand. Soils and Foundations, 26(1):53–64, 1986.
- [162] T. Triantafyllidis. Bodenverflüssigung infolge zyklischer Belastung. Geolex, (3):1–16, 2003.
- [163] T. Triantafyllidis, T. Wichtmann, and A. Niemunis. Explicit accumulation model for granular materials under multiaxial cyclic loading. In Advances in Scattering and Biomechanical Engineering, Proc. of the Sixth Int. Workshop, Tsepelovo, Greece, 18-21 September, pages 394–405. World Scientific, 2003.

- [164] T. Triantafyllidis, T. Wichtmann, and A. Niemunis. On the determination of cyclic strain history. In Triantafyllidis, editor, *Cyclic Behaviour of Soils and Liquefaction Phenomena, Proc. of CBS04, Bochum*, pages 321–332. Balkema, 31 March - 02 April 2004.
- [165] Th. Triantafyllidis and A. Niemunis. Offene Fragen zur Modellierung des zyklischen Verhaltens von nichtbindigen Böden. In Beiträge zum Workshop: Boden unter fast zyklischer Belastung: Erfahrungen und Forschungsergebnisse, Veröffentlichungen des Institutes für Grundbau und Bodenmechanik, Ruhr-Universität Bochum, Heft Nr. 32, pages 109–134, 2000.
- [166] Th. Triantafyllidis, T. Wichtmann, and A. Niemunis. Analytische und Numerische Studien zum Effekt der Mikrostruktur auf das Antwortverhalten elastischer Körper und Strukturen. Zwischenbericht zum IKYDA - DAAD - Projekt, 2003.
- [167] Th. Triantafyllidis, T. Wichtmann, and A. Niemunis. Analytische und Numerische Studien zum Effekt der Mikrostruktur auf das Antwortverhalten elastischer Körper und Strukturen. Abschlussbericht zum IKYDA - DAAD - Projekt, Förderperiode 2003 - 2004, Februar 2005.
- [168] J.G. Trofimenkov and L.G. Mariupolskii. Screw piles used for mast and tower foundations. In Proc. of 6. ICSMFE, Montreal, volume 2, pages 328–332.
- [169] Y.P. Vaid and D. Negussey. Relative density of pluviated sand samples. Soils and Foundations, 24(2):101–105, 1984.
- [170] K.C. Valanis and C.F. Lee. Endochronic theory of cyclic plasticity with applications. Journal of Applied Mechanics, 51:367–374, 1984.
- [171] G. Viggiani and J.H. Atkinson. Interpretation of bender elements tests. Géotechnique, 45(1):149–154, 1995.
- [172] P.-A. von Wolffersdorff. A hypoplastic relation for granular materials with a predefined limit state surface. *Mechanics of Cohesive-Frictional Materials*, 1:251–271, 1996.
- [173] P.-A. von Wolffersdorff and R. Schwab. Schleuse Uelzen I Hypoplastische Finite-Elemente-Analyse von zyklischen Vorgängen. Bautechnik, 78(11):771–782, 2001.
- [174] M. Vucetic, G. Lanzo, and M. Doroudian. Damping at small strains in cyclic simple shear test. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 124(7):585–594, 1998.

- [175] T. Wichtmann. Prognose der Verdichtbarkeit des Sandes infolge zyklischer Belastung. Diplomarbeit am Lehrstuhl für Grundbau und Bodenmechanik, Ruhr-Universität Bochum, Dezember 2000.
- [176] T. Wichtmann, A. Niemunis, and T. Triantafyllidis. The effect of volumetric and out-of-phase cyclic loading on strain accumulation. In Triantafyllidis, editor, *Cyclic Behaviour of Soils and Liquefaction Phenomena, Proc. of CBS04, Bochum*, pages 247–256. Balkema, 31 March - 02 April 2004.
- [177] T. Wichtmann, A. Niemunis, and T. Triantafyllidis. Setzungsakkumulation in nichtbindigen Böden unter hochzyklischer Belastung. *Bautechnik*, 82(1):18–27, 2005.
- [178] T. Wichtmann, A. Niemunis, T. Triantafyllidis, and M. Poblete. Correlation of cyclic preloading with the liquefaction resistance. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 25(12):923–932, 2005.
- [179] T. Wichtmann, T. Sonntag, and T. Triantafyllidis. Über das Erinnerungsvermögen von Sand unter zyklischer Belastung. *Bautechnik*, 78(12):852–865, 2001.
- [180] T. Wichtmann and T. Triantafyllidis. Dynamische Steifigkeit und Dämpfung von Sand bei kleinen Dehnungen. *Bautechnik*, 82(4):236–246, 2005.
- [181] T. Wichtmann and T. Triantafyllidis. Über den Einfluss der Kornverteilungskurve auf das dynamische und das kumulative Verhalten nichtbindiger Böden. *Bautechnik*, 82(6):378–386, 2005.
- [182] T. Wichtmann and Th. Triantafyllidis. Über die Korrelation der ödometrischen und der dynamischen Steifigkeit nichtbindiger Böden. *Bautechnik*. (zur Veröffentlichung eingereicht).
- [183] T. Wichtmann and Th. Triantafyllidis. Influence of a cyclic and dynamic loading history on dynamic properties of dry sand, part I: cyclic and dynamic torsional prestraining. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 24(2):127–147, 2004.
- [184] T. Wichtmann and Th. Triantafyllidis. Influence of a cyclic and dynamic loading history on dynamic properties of dry sand, part II: cyclic axial preloading. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 24(11):789–803, 2004.
- [185] R.T. Wong, H.B. Seed, and C.K. Chan. Cyclic loading liquefaction of gravely soils. Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, 101(6):571–583, 1975.
- [186] S. Wu, D.H. Gray, and F.E. Richart Jr. Capillary effects on dynamic modulus of sands and silts. *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, 110(9):1188–1203, 1984.
- [187] Y. Yamada and K. Ishihara. Yielding of loose sand in three-dimensional stress conditions. Soils and Foundations, 22(3):15–31, 1982.
- [188] T.L. Youd. Compaction of sands by repeated shear straining. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 98(SM7):709-725, 1972.
- [189] P. Yu and F.E. Richart Jr. Stress ratio effects on shear modulus of dry sands. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 110(3):331–345, 1984.

Anhang I

Notation

Es wird sowohl die Tensornotation als auch die Indexschreibweise verwendet. Für skalarwertige Variablen werden Buchstaben in Normalschrift (z.B. e, N) benutzt, während zweistufige Tensoren durch fette (z.B. \mathbf{T}, \mathbf{D}), vierstufige Tensoren durch serifenlose (z.B. L, I) und achtstufige Tensoren durch kaligraphische Buchstaben (z.B. \mathcal{R}) gekennzeichnet werden. Die Notation diverser Tensorprodukte gibt Tabelle I.1 am Beispiel der Tensoren \mathbf{A} und \mathbf{B} wieder.

Produkt	Tensornotation	Indexschreibweise	Resultat
dyadisches Produkt	$\mathbf{A}\otimes \mathbf{B}$	$A_{ij} B_{kl}$	vierstuf. Tensor
einfache Überschiebung	$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$	$A_{ik} B_{kj}$	zweistuf. Tensor
zweifache Überschiebung	$\mathbf{A}:\mathbf{B}$	$A_{kl} B_{kl}$	Skalar
vierfache Überschiebung	$\mathbf{A} :: \mathbf{B}$	$A_{klmn} B_{klmn}$	Skalar

Tabelle I.1: Tensorprodukte

Die euklidische Norm ist (hier exemplarisch für den zweistufigen Tensor A) definiert als

$$\|\mathbf{A}\| = \sqrt{\mathbf{A} : \mathbf{A}} \stackrel{\circ}{=} \sqrt{A_{kl} A_{kl}}$$
(I.1)

Die Spur eines Tensors berechnet sich aus der Summe der Hauptdiagonalelemente, d.h.

$$\operatorname{tr}(\mathbf{A}) \stackrel{\circ}{=} A_{kk} = A_{11} + A_{22} + A_{33}$$
 (I.2)

Der Deviator eines Tensors A ist

$$\mathbf{A}^{*} = \mathbf{A} - \frac{1}{3} \operatorname{tr} (\mathbf{A}) \mathbf{1}$$
 (I.3)

wobe
i $\mathbf{1} \mathrel{\hat{=}} ~ \delta_{ij}$ ein Einheitstensor ist. Das Kronecker-Symbol
 δ_{ij} bedeutet

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{für } i = j \\ 0 & \text{für } i \neq j \end{cases}$$
(I.4)

Eine Normierung wird durch einen Pfeil über dem jeweiligen Symbol

$$\vec{\mathbf{A}} = \frac{\mathbf{A}}{\|\mathbf{A}\|} \tag{I.5}$$

und die Division durch die Spur des Tensors durch ein Dach gekennzeichnet:

$$\hat{\mathbf{A}} = \frac{\mathbf{A}}{\operatorname{tr}(\mathbf{A})} \tag{I.6}$$

Anhang II

Tensorielle Verallgemeinerung einiger Definitionen aus Kapitel 2

In Kapitel 2 wurden die Definitionen für den triaxialen Fall eingeführt. Hier werden sie in voller Tensornotation angegeben. Die Roscoe-Invarianten des Cauchy-Spannungstensors $\sigma = -\mathbf{T}$ lauten:

$$p = \operatorname{tr} \boldsymbol{\sigma}/3$$
 (II.1)

$$q = \sqrt{\frac{3}{2}} \|\boldsymbol{\sigma}^*\| \tag{II.2}$$

Die Basis-Invarianten von σ berechnen sich folgendermaßen:

$$I_1 = -(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}) \tag{II.3}$$

$$I_2 = \sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2 - \sigma_{11}\sigma_{22} + \sigma_{23}^2 - \sigma_{11}\sigma_{33} - \sigma_{22}\sigma_{33}$$
(II.4)

$$I_{3} = \sigma_{13}^{2} \sigma_{22} - 2\sigma_{12} \sigma_{13} \sigma_{23} + \sigma_{11} \sigma_{23}^{2} + \sigma_{12}^{2} \sigma_{33} - \sigma_{11} \sigma_{22} \sigma_{33}$$
(II.5)

Die Hauptinvarianten des Spannungsdeviators sind

$$J_2 = (\boldsymbol{\sigma}^* : \boldsymbol{\sigma}^*)/2 \tag{II.6}$$

$$J_3 = \det(\boldsymbol{\sigma}^*) \tag{II.7}$$

Die oktaedrische Schubspannung ist definiert als

$$\tau_{\rm oct} = (\boldsymbol{\sigma}^* : \boldsymbol{\sigma}^*) / \sqrt{3}$$
(II.8)

Die Invarianten des Dehnungstensors $\boldsymbol{\varepsilon}$ (volumetrische Dehnung ε_v und deviatorische Dehnung ε_q) lauten:

$$\varepsilon_v = \operatorname{tr} \boldsymbol{\varepsilon}$$
 (II.9)

$$\varepsilon_q = \sqrt{2/3} \|\boldsymbol{\varepsilon}^*\|$$
 (II.10)

Die totale Dehnung ist:

$$\varepsilon = \|\varepsilon\|$$
 (II.11)

Die Scherdehnung berechnet sich aus:

$$\gamma = \sqrt{3/2} \|\boldsymbol{\varepsilon}^*\| \tag{II.12}$$

Die tensorielle Rate der Dehnungsakkumulation kann als Produkt der skalaren Akkumulationsintensität $\dot{\varepsilon}^{acc} = ||\dot{\varepsilon}^{acc}||$ und der Akkumulationsrichtung $\mathbf{m} = \dot{\varepsilon}^{acc}/||\dot{\varepsilon}^{acc}||$

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\mathrm{acc}} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\mathrm{acc}} \mathbf{m}$$
 (II.13)

geschrieben werden. Bild II.1 zeigt dies anhand einer Darstellung in der $\dot{\varepsilon}_P^{\text{acc}}$ -Ebene. Die Akkumulationsintensität entspricht dem Betrag, d.h. der Länge des Vektors, die Akkumulationsrichtung beschreibt dessen Neigung.



Bild II.1: Multiplikative Beschreibung der Akkumulationsrate $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{acc} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{acc}$ m

Anhang III

Allgemeine, tensorielle Notation der Definiton der Amplitude und der Back Polarization

Amplitudendefinition

Aus der impliziten Berechnung des ersten regulären Zyklus bzw. eines Kontrollzyklus liegt die Dehnungsschleife für jeden Gaußpunkt als eine Reihe von diskreten Dehnungspunkten $\varepsilon_k, k = 1, ..., M$ mit jeweils sechs voneinander unabhängigen Komponenten vor. Das folgende Ablaufschema beschreibt die praktische Ausführung der Ermittlung der Amplitude A_{ε} :

- 1. Bestimmung der zwei am weitesten voneinander entfernten Dehnungspunkte der Schleife, Berechnung ihres Abstandes $2R^{(6)}$ und der Richtung $\vec{\mathbf{r}}^{(6)}$ (Einheitstensor) einer Linie durch diese beiden Punkte. Dabei ist es unerheblich, welche der beiden möglichen, entgegengesetzen Richtungen gewählt wird.
- 2. Projektion der Schleife auf die (Hyper)fläche senkrecht zu $\vec{\mathbf{r}}^{(6)}$. Das Resultat ist die projezierte Schleife mit den Dehnungspunkten $\boldsymbol{\varepsilon}^{(5)}$:

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{(5)} = \boldsymbol{\varepsilon}^{(6)} - \vec{\mathbf{r}}^{(6)} : \boldsymbol{\varepsilon}^{(6)} \vec{\mathbf{r}}^{(6)}$$
(III.1)

- 3. Bestimmung der am weitesten voneinander entfernten Dehnungspunkte der projezierten Schleife und Berechnung des Abstandes $2R^{(5)}$ und der Richtung $\vec{\mathbf{r}}^{(5)}$.
- 4. Wiederholung der Schritte 2 und 3 für die Dimensionen (4) bis (1). Diese Prozedur kann vor Erreichen der Dimension (1) abgebrochen werden, wenn die Spannweite

der projezierten Schleife $2R^{(i)}$ kleiner ist als ein bestimmter Prozentsatz (z.B. 10%) der Spannweite $2R^{(6)}$. Auf diese Weise erhält man bis zu sechs Spannweiten $2R^{(i)}$ und Richtungen $\mathbf{\vec{r}}^{(i)}$, wobei die Projektionsrichtungen gegenseitig senkrecht aufeinander stehen, d.h. es gilt $\mathbf{\vec{r}}^{(i)}$: $\mathbf{\vec{r}}^{(j)} = 1$ für i = j und $\mathbf{\vec{r}}^{(i)}$: $\mathbf{\vec{r}}^{(j)} = 0$ für $i \neq j$ mit i, j = 1, ..., 6.

5. Der vierstufige Tensor der Dehnungsamplitude A_{ε} wird abschließend aus der Summe der dyadischen Produkte der Richtungen $\vec{\mathbf{r}}^{(i)} \otimes \vec{\mathbf{r}}^{(i)}$ gewichtet mit der jeweiligen halben Spannweite $R^{(i)}$ berechnet:

$$\mathsf{A}_{\varepsilon} = \sum_{i=1}^{6} R^{(i)} \, \vec{\mathbf{r}}^{(i)} \otimes \vec{\mathbf{r}}^{(i)} \tag{III.2}$$

Back Polarization

Betrachtet man zwei aufeinander folgende Zyklenpakete "a" und "b" mit der gleichen Polarisation ($\vec{A}_{\varepsilon}^{a} = \vec{A}_{\varepsilon}^{b}$), dann gilt beim Wechsel des Zyklenpaketes unter der Annahme von $\pi = \vec{A}_{\varepsilon}^{a}$ für den Winkel α zwischen π und $\vec{A}_{\varepsilon}^{b}$:

$$\cos \alpha = \vec{\mathsf{A}}_{\varepsilon}^{b} :: \boldsymbol{\pi} = 1 , \qquad (\text{III.3})$$

woraus aus Gleichung (7.12) $f_{\pi} = 1$ folgt. Stehen die Polarisationen der beiden Zyklenpakete senkrecht zueinander ($\vec{A}_{\varepsilon}^{a} :: \vec{A}_{\varepsilon}^{b} = 0$), erhält man

$$\cos \alpha = \vec{\mathsf{A}}^b_{\varepsilon} :: \boldsymbol{\pi} = 0 \tag{III.4}$$

und aus Gleichung (7.12) folgt $f_{\pi} = 1 + C_{\pi 1}$. Die Evolution des Winkels α verläuft gemäß Gleichung (7.18). Zur Drehung des Tensors π um den Winkel $\Delta \alpha = \dot{\alpha} \Delta N$ (Bild 7.5) wird der achtstufige Rotationsoperator \mathcal{R} verwendet (Niemunis et al. [111]):

$$\boldsymbol{\pi}_{\text{neu}} = \mathcal{R} :: \boldsymbol{\pi}_{\text{alt}}$$
 (III.5)

$$\mathcal{R} = (\cos \Delta \alpha - 1) (\vec{\boldsymbol{\mu}} \otimes \vec{\boldsymbol{\mu}} + \vec{\boldsymbol{\nu}} \otimes \vec{\boldsymbol{\nu}}) + \sin \Delta \alpha (\vec{\boldsymbol{\nu}} \otimes \vec{\boldsymbol{\mu}} - \vec{\boldsymbol{\mu}} \otimes \vec{\boldsymbol{\nu}}) + \mathsf{I} \quad (\text{III.6})$$

mit $\mu = \vec{A}_{\varepsilon} + \pi$ und $\nu = \vec{A}_{\varepsilon} - \pi$. Der Anfangswert von π für einen vollkommen chaotischen Zustand (keine Präferenz für eine Richtung) berechnet sich im allgemeinen Fall anstelle von Gleichung (7.20) aus

$$\boldsymbol{\pi}_0 = \boldsymbol{\pi}^{\text{iso}} = \frac{1}{3} \mathsf{J} \tag{III.7}$$

mit dem Einheitstensor $J_{ijkl} = \delta_{ik}\delta_{jl}$.